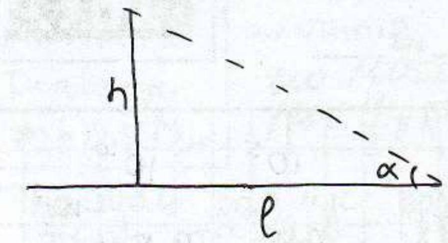
№1



Пусть h - высота гномона, l - длина тени, тогда α - высота Солнца ~~в полдне~~ над горизонтом. В полдень Солнце находится в верхней кульминации. Тогда максимальный угол α равен

$\alpha_{max} = 90 - |\varphi - \delta_1|$, где $\delta_1 = 23{,}5^\circ$

А минимальный α

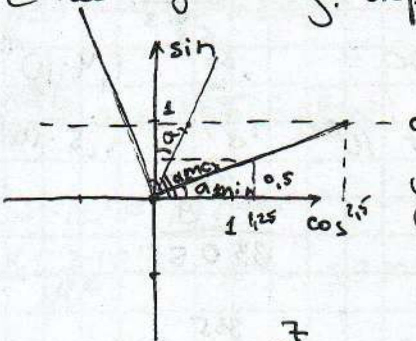
$\alpha_{min} = 90 - |\varphi - \delta_2|$, где $\delta_2 = -23{,}5^\circ$

Тогда из условия

$\frac{h}{tg\alpha_{max}} + 2h = \frac{h}{tg\alpha_{min}}$; $ctg\,\alpha_{max} + 2 = ctg\,\alpha_{min}$

$\frac{1 + 2tg\alpha_{max}}{tg\alpha_{max}} = \frac{1}{tg\alpha_{min}}$

$\alpha_{max} = \alpha_{min} + 47$. Заметим, что $\alpha_{min} < 45$, т.к. ее котангенс больше 2, значит $\alpha_{max} < 90$. Значение котангенсов найдем с помощью ед. окружности угол между α_{min} и $\alpha_{max} \approx 45^\circ$



При таком α_1, что $ctg\alpha_{min} = \frac{2{,}5}{1}$, $ctg\alpha_{max} = 0{,}43$ что примерно удовлетворяет условию $ctg\alpha_{min} = ctg\alpha_{max} + 2$. На рисунке изображен угол α_1 такой, что $\alpha_1 + \alpha_{max} = 90^\circ$. Из рисунка также получим, что $ctg\alpha_1 = \frac{7}{3} \approx 2{,}33$ что близко к $ctg\alpha_{min}$, тогда

$\alpha_{min} + 45 + \alpha_1 = 90$, тогда пусть $\alpha_{min} \approx 22^\circ$, ~~$\alpha_{min} \approx 23^\circ$~~,

$\alpha_{max} \approx 69^\circ$

$69 = 90 - \varphi + 23{,}5$

$\varphi \approx 44{,}5^\circ$

Ответ: широта примерно равна $44{,}5^\circ$

Май-3 11 класс

№2

Дано:
$M = 1{,}4 M_\odot$
$T = 0{,}03$ сут.
$m = 14{,}5 M_{Ю}$

Решение: Радиус Юпитера ~ в 10 раз больше Земного, а его плотность ~ в 1,5 раза больше плотности воды, тогда его масса
$M_Ю = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho \approx 1{,}6 \cdot 10^{28}$ кг. Тогда $m = 23{,}3 \cdot 10^{28}$ кг

Найдем радиус орбиты планеты из 3-его з-на Кеплера

$$\frac{T^2 M}{a^3} = \frac{T_\oplus^2 \cdot M_\odot}{a_0^3}$$

$$a = a_0 \sqrt[3]{\frac{T^2 M}{T_\oplus^2 M_\odot}} = a_0 \sqrt[3]{\frac{1{,}4 \cdot 0{,}03^2}{365{,}25^2}} \approx a_0 \cdot \sqrt[3]{1{,}4 \cdot (8{,}21 \cdot 10^{-5})^2} \approx \sqrt[3]{93 \cdot 10^{-10}} \approx 9{,}8 \cdot 10^{-3} a_0.$$

Спутник должен быть стабилен, тогда ~~разн сила притяжения его самого до~~ гравитация этого тела должна удерживать его от разрыва приливными силами. Будем считать, что спутник в приливном захвате со своей звездой (синхронизирован) Пусть радиус спутника R, тогда на ближний к звезде край действует ~~сила~~ ускорение $a_1 = \frac{GM}{(a_s - R)^2} - \omega^2 (a_s - R)$, а на дальний: $a_2 = \omega^2 (a_s + R) - \frac{GM}{(a_s + R)^2}$

$\omega = \frac{2\pi}{T} \approx 2{,}4 \cdot 10^{-3}$ $\frac{рад}{с}$

Тогда $g \geq a_1$; $g \geq a_2$; $g = \frac{Gm}{R^2}$

$GM = 18{,}7 \cdot 10^{19}$; $\omega^2 = 5{,}76 \cdot 10^{-6}$; $mG = 15{,}3 \cdot 10^{18}$

Граничные случаи. Будем считать, что $R \ll a$, тогда $(a+R)^3 = a^3 + 3Ra^2$

$$\frac{mG}{R^2} \geq \omega^2 (a^3 + 3Ra^2) - GM$$

$$\frac{mG}{R^2} \geq -\omega^2 (a^3 - 3Ra^2) + GM$$

$\omega^2 \cdot a^3 = 19{,}6 \cdot 10^{+19}$; $\omega^2 a^3 - GM \approx 1 \cdot 10^{19}$; $3a^2\omega^2 = 3{,}9 \cdot 10^{11}$

$$\frac{1{,}53 \cdot 10^{19}}{R^2} = 10^{19} - 3{,}9 \cdot 10^{11} R$$

$1{,}53 = R^2 - 3{,}9 R^3 \cdot 10^{-8}$ можем приравнять

$R^2 - 3{,}9 \cdot 10^{-8} \cdot R^3 = 0$

$R \approx \frac{10^8}{3{,}9} \approx \frac{10^8}{4} = 2{,}5 \cdot 10^7$ м

$\rho = \frac{m}{4R^3} = \frac{23{,}3 \cdot 10^{28}}{6{,}25 \cdot 10^{22}} \approx 3{,}5 \cdot 10^6$ кг/м³

Как мы видим объект очень плотный (это нижняя оценка плотности) ~~Возможно это белый карлик~~

Ответ: плотность вещ-ва спутника не меньше $3{,}5 \cdot 10^6$ кг/м³ это явно не планета, возможно это ядро маломассивной звезды, ~~с которо~~ или ~~ял~~ ядро массивного газ. гиг., потерявшего верхние слои

Май – 3 11 класс

№4

Дано:
$\lambda_0 = 5170{,}7 Å$
$\lambda_1 = 5174{,}1 Å$
$\lambda_2 = 5174{,}2 Å$
$\rho = 0{,}7 г/см^3$

Решение: Если тело ~~на~~ движется к нам или от нас с какой-то скоростью, то из-за эффекта Доплера $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}$

Найдем таким образом скорость вращения звезды $\Delta v = v_2 - v_1 = \frac{\Delta\lambda_2}{\lambda_0}c - \frac{\Delta\lambda_1}{\lambda_0}c = (\Delta\lambda_2 - \Delta\lambda_1)\frac{c}{\lambda_0} = \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)c}{\lambda_0}$

$\Delta v = \frac{0{,}1}{5170{,}7} \cdot 3 \cdot 10^8 = \frac{3 \cdot 10^7}{5{,}17 \cdot 10^3} = \frac{3 \cdot 10^4}{5{,}17} \approx 5802{,}6$ м/с.

Заметим, что у звезды низкая плотность, значит температура этой звезды $\approx 4500K$. Оценим максимальный радиус для выполнения максимальности,

$$\frac{GM}{R^2} = \frac{\Delta v^2}{R} = \frac{G\, 4\pi\rho R^3}{3R^2}.$$

$$R \approx \Delta v \sqrt{\frac{1}{4\rho G}} \approx 13{,}6 \cdot 10^8 м$$

Этот радиус в 2 раза больше радиуса Земли. Звезд с таким радиусом и плотностью не существует

Май-3 11класс

№5

Будем считать, что большая часть массы ~~вся масса~~ диска сосредоточена в звезде