



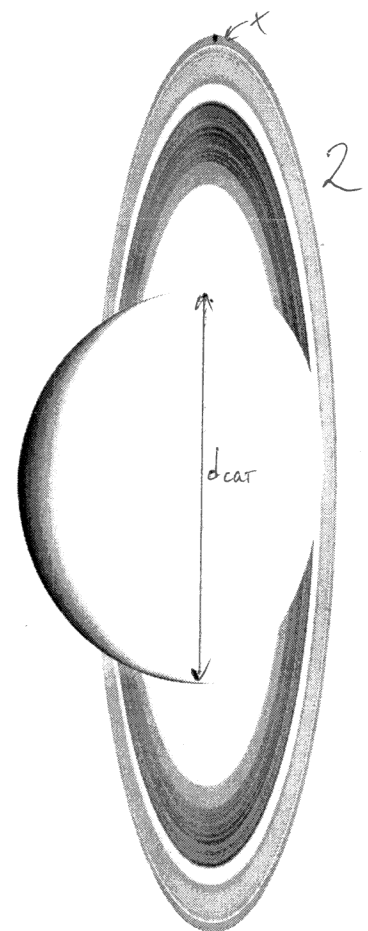
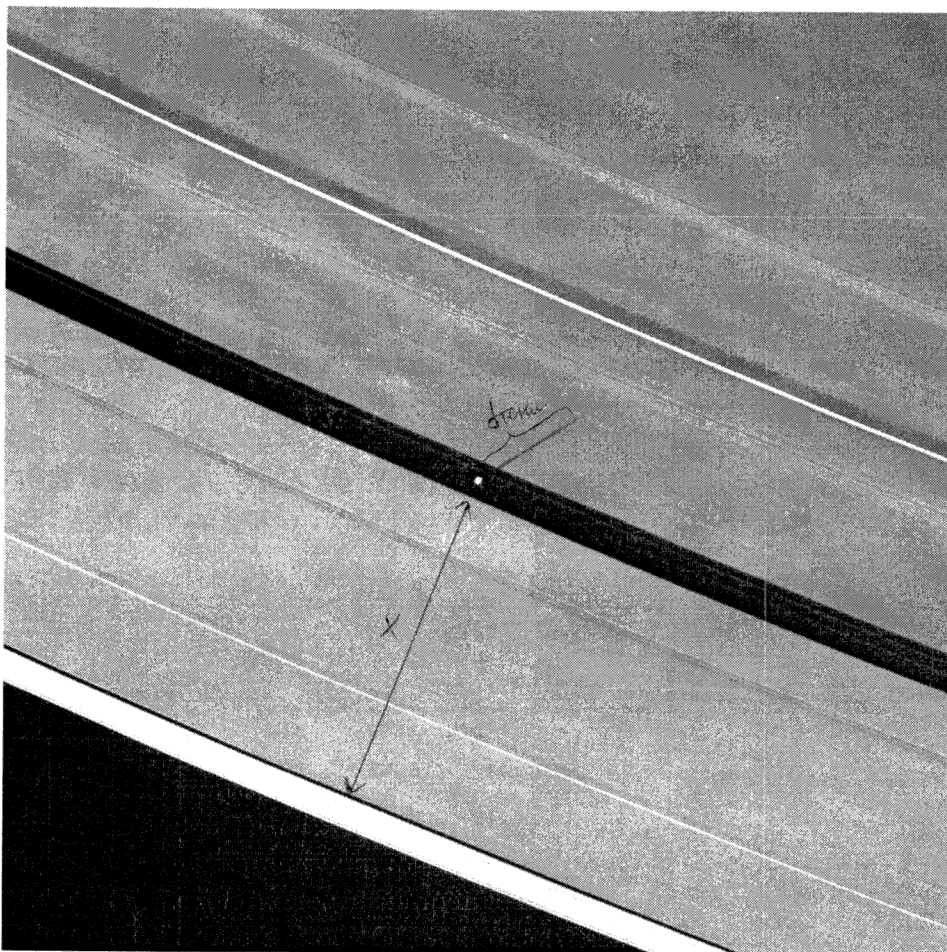
XXVII Санкт-Петербургская  
астрономическая олимпиада  
практический тур

2020  
1  
марта

9 класс

На двух фотографиях ниже представлены спутник Сатурна, движущийся во внешней области колец, и сам Сатурн (негатив). Известно, что в момент съемки спутник находился в плоскости, перпендикулярной кольцам и проходящей через центры Солнца и Сатурна. Угол между плоскостью колец и направлением на Солнце при наблюдении со спутника составляет  $1^\circ$ . Радиус Сатурна в 9 раз больше радиуса Земли.

Оцените диаметр спутника, а также период его обращения вокруг Сатурна. Как часто этот спутник бывает в соединении с другим спутником Сатурна — Титаном? Титан делает один оборот вокруг Сатурна по орбите радиусом 1.2 миллиона километров за 16 дней. Опишите, что произойдет, если поместить Титан на орбиту этого спутника.





$$T_{\text{Тит}}^2 = 4\pi^2 \frac{r_{\text{Тит}}^3}{GM_{\text{Сат}}} \Rightarrow M_{\text{Сат}} = \frac{4\pi^2 r_{\text{Тит}}^3}{G T_{\text{Тит}}^2}$$

$$M_{\text{Сат}} \approx \frac{40 \cdot 2 \cdot 10^{27}}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 225 \cdot 10^{10}} \approx \frac{800^{3,5}}{6,67 \cdot 225} \cdot 10^{27} \approx 10^{27} \text{ кг}$$

$$T_{\text{Сен}} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_{\text{Сат}}}} \approx 6 \sqrt{\frac{10^{33}}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{27}}} = 6 \sqrt{\frac{10^{12}}{6,67}} \approx 6 \cdot 10^8 \text{ с} \approx$$

$$\approx 2 \cdot 10^5 \text{ з} \approx 10^4 \text{ дней} \approx \text{30 лет}$$

Чтобы найти ответ на вопрос, как часто этот спутник сбавает в соседнем с Титаном, нужно определить синхронный период  $\delta$

$$\frac{1}{\delta} = \frac{1}{T_{\text{Тит}}} - \frac{1}{T_{\text{Сен}}}$$

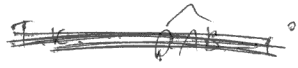
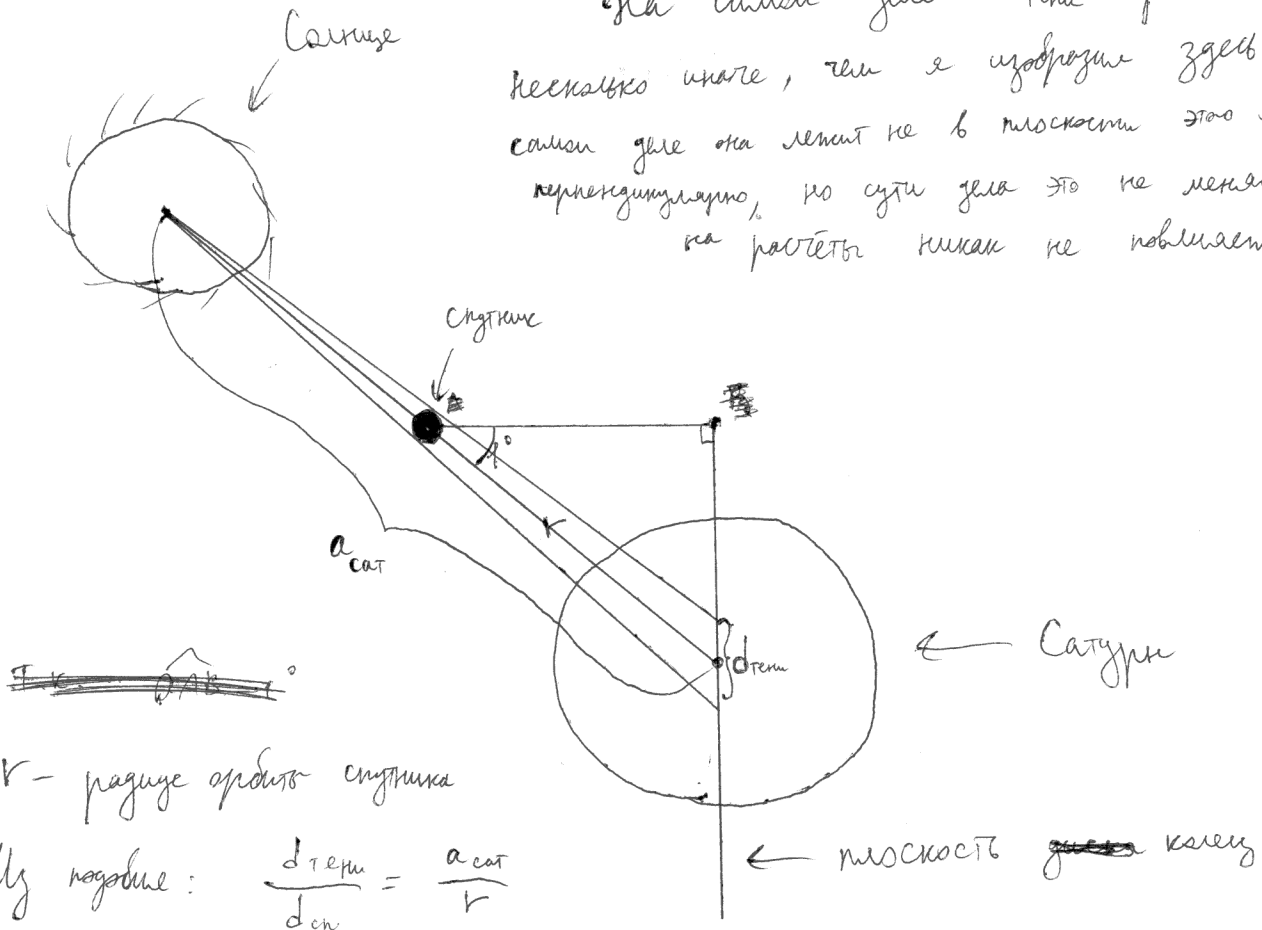
$$\delta = \frac{T_{\text{Тит}} \cdot T_{\text{Сен}}}{T_{\text{Сен}} - T_{\text{Тит}}} \approx \frac{6 \cdot 10^8 \cdot 15 \cdot 10^5}{6 \cdot 10^8 - 15 \cdot 10^5} \approx \frac{10^{15}}{6 \cdot 10^8} \approx 1,5 \cdot 10^6 \text{ с} \approx$$

$$\approx 1800 \cdot 10^3 \text{ с} \approx 7,5 \cdot 10^3 \text{ з} \approx 48 \cdot 10^2 = \text{20 сут}$$

Т.к.  $F \sim \frac{1}{(\text{расстояние от объекта})^2}$ , а  $\frac{r_{\text{Сен}}}{r_{\text{Тит}}} \approx 100$ , то если представить

Титан на орбиту этого спутника, сила гравитационного воздействия между Сатурном и Титаном станет настолько маленькой, что Титан перестанет быть спутником Сатурна.

На каком же  $d_{\text{тем}}$  расположена  
 несколько иначе, чем я изобразил здесь. На  
 каком же она лежит не в плоскости это места, а  
 перпендикулярно, но сути дела это не меняет и  
 на расчеты никак не повлияет.



$r$  - радиус орбиты сигнала

из подобия:  $\frac{d_{\text{тем}}}{d_{\text{сн}}} = \frac{a_{\text{сат}}}{r}$

$$r = a_{\text{сат}} \cdot \frac{d_{\text{сн}}}{d_{\text{тем}}}$$

( $d_{\text{сн}}$  - диаметр сигнала)

$$a_{\text{сат}} \approx 10 \text{ а.е.}$$

$$\frac{d_{\text{сн}}}{d_{\text{тем}}} \approx \frac{1}{16}$$

$$r = 10 \cdot \frac{1}{16} \approx 0,6 \text{ а.е.} \approx 10'' \text{ м}$$

$$\frac{x}{d_{\text{тем}}} \approx \frac{43}{16} = d_{\text{тем}} = \frac{16}{43} x$$

$$\frac{d_{\text{сат}}}{x} = \frac{53}{1} \Rightarrow x = \frac{d_{\text{сат}}}{53}$$

$$\Rightarrow d_{\text{тем}} \approx \frac{16}{43 \cdot 53} d_{\text{сат}} \approx \frac{16 \cdot 8 d_{\oplus}}{43 \cdot 53 \cdot 8} \approx \frac{d_{\oplus}}{15} \approx 300 \text{ км}$$

$$d_{\text{сн}} \approx \frac{d_{\text{тем}}}{16} \approx \frac{300}{16} \approx 50 \text{ км}$$

$$T_{\text{тут}} = 16 \text{ дней} = 16 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с} \approx 400 \cdot 3600 \text{ с} = 15 \cdot 10^5 \text{ с}$$

$$r_{\text{тут}} = 1,2 \cdot 10^3 \text{ м}$$