Омс-5

Задача 1.

Составим таблицу обозначений:

	в минимуме	в максимуме
m (звёздная величина)	$m_1 = 16^m$	$m_2 = 6^m$ (т.к. это предел видимости невооруж. глазом)
L (светимость)	L_1	L_2
R (радиус)	R_1	R_2
T (температура)	T	T

1) $\frac{L_2}{L_1} = 10^{(m_1 - m_2)\cdot 0{,}4} = 10^{(16-6)\cdot 0{,}4} = 10^4$

2) $L \sim R^2 \cdot T^4 \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{R_2^2 \cdot T^4}{R_1^2 \cdot T^4} = \frac{R_2^2}{R_1^2} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \sqrt{10^4} = 100$

3) $R_2 = 100 R_1$, пусть $R_1 = 5\cdot 10^2 R_\odot \Rightarrow R_2 = 5 \cdot 10^4 R_\odot$, но звёзд такого большого радиуса не бывает, по крайней мере среди наблюдаемых, также как R And.

4) Значит $R_2 = 5\cdot 10^2 R_\odot$, тогда $R_1 = 5 R_\odot$; тогда за время между минимумом и максимумом звезда проходит $S = R_2 - R_1 = 500 R_\odot - 5 R_\odot = 495 R_\odot$

5) t (время между min и max) $= \frac{\text{период}}{2} = \frac{409 \text{ сут.}}{2} = 204{,}5$ сут.

6) $v = \frac{S}{t} = \frac{495 R_\odot}{204{,}5 \text{ сут}} \approx 2{,}45 \frac{R_\odot}{\text{сут}} \approx 0{,}1 \frac{R_\odot}{\text{ч}} \approx 60'000 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$

Ответ: $v = 0{,}1 \frac{R_\odot}{\text{ч}}$ $\left(60000 \frac{\text{км}}{\text{ч}}\right)$.

Задача 2. Омс-5.

1) $p\,(\text{давление}) = \dfrac{F\,(\text{сила давления})}{S\,(\text{площадь пов-сти})} = \dfrac{m \cdot g}{S}$ (g – уск. св. пад. на Земле) | Положим, что высота атмосферы $\ll R$ Зем, тогда $g = const$

2) $m = \nu \cdot M = \dfrac{N}{N_A} \cdot M$; ν – кол-во вещ-ва; M – молярная масса O_2 ($M = 32 \cdot 10^{-3} \frac{кг}{моль}$)
N – число молекул ($N = (2{,}5 \pm 0{,}5) \cdot 10^{29}$); N_A – число Авогадро ($N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$)
m – масса атмосферы

3) $S = 4\pi R^2$ (R – радиус Земли)

4) $g = G \cdot \dfrac{m_P}{R^2} = G \cdot \dfrac{\rho \cdot V}{R^2} = G \cdot \rho \cdot \dfrac{\frac{4}{3}\pi R^3}{R^2} = G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R$; G – гравит. постоянная
ρ, m_P, V – пл-сть, масса, объём Земли

5) $p = \dfrac{mg}{S} = m \cdot \dfrac{G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R}{4\pi R^2} = m \cdot \dfrac{G\rho}{3R} = \dfrac{N}{N_A} \cdot M \cdot \dfrac{G\rho}{3R}$

$$p = \frac{2{,}5 \cdot 10^{29}}{6{,}02 \cdot 10^{23}\,моль^{-1}} \cdot 32 \cdot 10^{-3} \frac{кг}{моль} \cdot \frac{G \cdot 1240 \frac{кг}{м^3}}{3 \cdot 764 \cdot 10^3\,м} = \frac{2{,}5 \cdot 32}{6{,}02}\,кг \cdot \frac{1240}{3 \cdot 764} \frac{кг}{м^4} \cdot G =$$

$$= G \cdot \frac{250 \cdot 32 \cdot 1240}{602 \cdot 3 \cdot 764} \frac{кг^2}{м^4} = G \cdot \frac{250 \cdot 4 \cdot 1240}{301 \cdot 3 \cdot 191} \frac{кг^2}{м^4} \cancel{\approx G \cdot \frac{1000 \cdot 1240}{172{,}5 \cdot 10^3} = \frac{1290}{172{,}5} \approx 496} \approx$$

$$\approx G \cdot \frac{1000 \cdot 1240}{172{,}5 \cdot 10^3} \frac{кг^2}{м^4} = G \cdot \frac{1240}{172{,}5} \frac{кг^2}{м^4} = G \cdot \frac{496}{69} \frac{кг^2}{м^4} \approx G \cdot \frac{165}{23} \frac{кг^2}{м^4} \approx G \cdot 7{,}2 \frac{кг^2}{м^4}$$

Ответ: $p = G \cdot 7{,}2 \frac{кг^2}{м^4}$.

Расчёт погрешности: $N = 2{,}5 \cdot 10^{29}$, $\Delta N = 0{,}5 \cdot 10^{29}$ $\Rightarrow \varepsilon_N = \dfrac{\Delta N}{N} = \dfrac{1}{5} = 20\%$

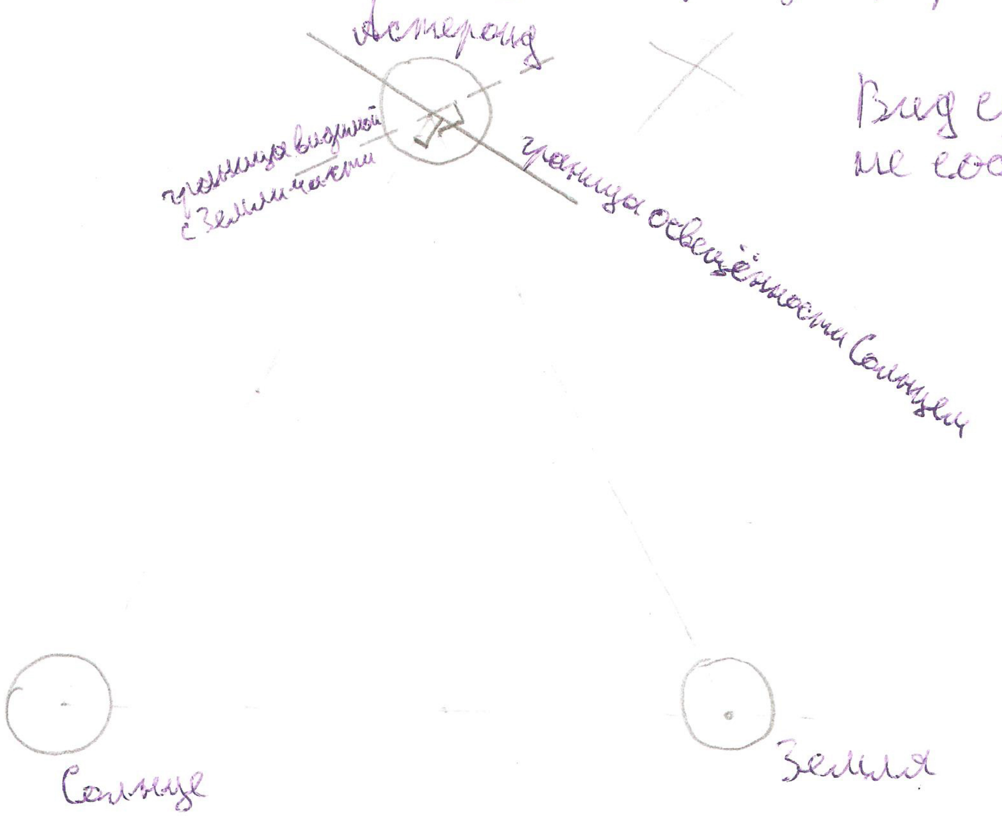
В формуле $p(N)$ N находится в 1-й степени, а остальные вел-ны точные, значит $\varepsilon_p = \varepsilon_N = 20\%$, тогда $\Delta p = p \cdot \varepsilon_p = p \cdot 0{,}2$.

Задача 4.

Омс-5

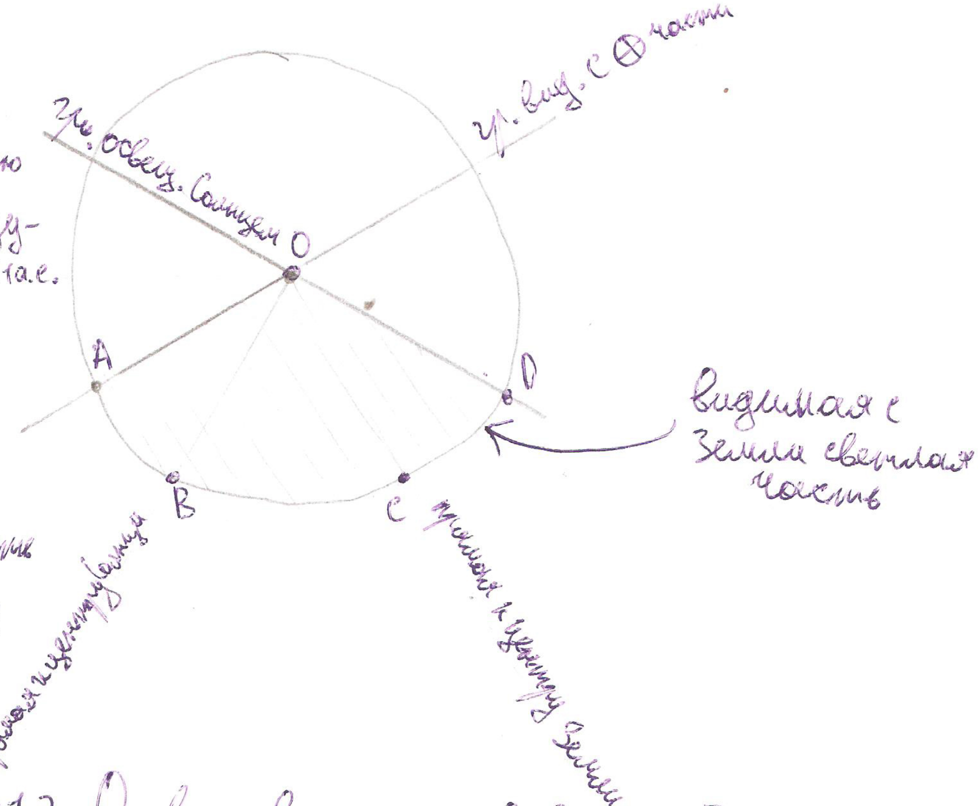
Пусть S – видимая площадь поверхности астероида в полной фазе (по сути сечение). L_1, m_1 – абсолютные светимость и звёздная вел-на; L_2, m_2 – видимые.

Сделаем чертёж для реальной картины, чтобы измерить S' – видимую площадь астероида при реальных наблюдениях:



Вид сверху, масштаб не соблюдён.

Астероид сверху:



$\angle BOD = \angle COA = 90^\circ$ по построению

$\angle BOC = 60^\circ$, т.к. тела образуют правильный Δ со стороной 1 а.е.

$\angle AOD = \angle COA + \angle BOD - \angle BOC$ (из рисунка)

$\angle AOD = 90^\circ + 90^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

Значит, ~~что~~ освещённая часть видимая с Земли $\frac{S'}{S} = \frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{3}$

$S = 3S'$; $L \sim S \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{S}{S'} = 3$

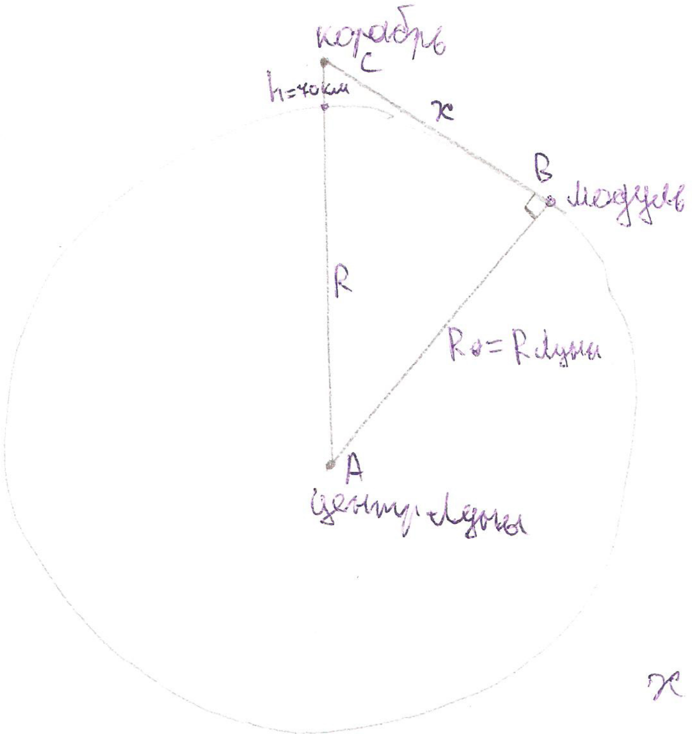
$m_2 - m_1 = 2{,}5 \lg \frac{L_1}{L_2} = 2{,}5 \lg 3 \approx 1{,}2$

Ответ: видимая зв. вел-на будет на $1{,}2^m$ больше

Задача 5.

Сне-5

Рассмотрим начальное положение:



$\angle B = 90^\circ$ по св-ву касательной (касательная, т.к. корабль на горизонте)

$$AC^2 = BC^2 + AB^2$$

$$(R+h)^2 = x^2 + R^2$$

$$2Rh + h^2 = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{2Rh+h^2}$$

$$\cancel{2Rh + h^2 = 2Rh \text{ т.к. } h \ll R \Rightarrow x^2 = 2Rh, \quad x = \sqrt{2Rh}}$$

x – расстояние между модулем и кораблём

1) Найдём скорость корабля на круговой орбите:

$ma = F_T$, т.к. действует только F_T; $a = a_ц = \frac{v_k^2}{R+h}$

$$m \cdot \frac{v_k^2}{R+h} = G \cdot \frac{M \cdot m}{(R+h)^2}$$

M – m Луны
m – m корабля

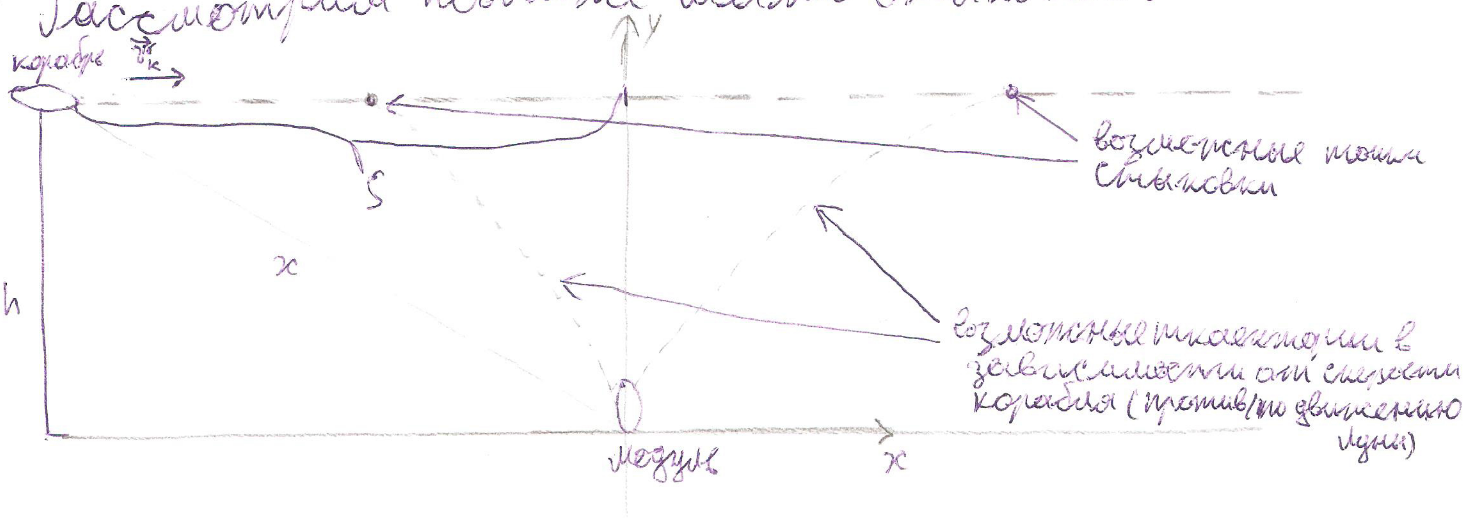
$$v_k^2 = G \cdot \frac{M}{R+h}$$

$$v_k = \sqrt{G \cdot \frac{M}{R+h}}$$

2) При этом изначальная ск-сть модуля на экваторе Луны будет совпадать со скоростью вращения Луны:

$v_м = \frac{2\pi R}{T}$; T – ~~пери~~ сидерич. период обращ. Луны

3) Рассмотрим поближе место стыковки:



4) Заметим, что для меньшей затраты топлива Оме-Б собственная ск-сть (v_c) без учёта начальной должна быть направлена строго вверх (по оси y). При этом начальная ск-сть направлена строго по оси x, поэтому время достижения высоты h (t) зависит только от собственного движения корабля (v_c). Тогда $h = v_c \cdot t$

5) $S^2 = x^2 - h^2$

$S^2 = \left(\sqrt{2Rh+h^2}\right)^2 - h^2 = 2Rh \Rightarrow S = \sqrt{2Rh}$ — рас-ние по оси x между кораблём и модулем (это рас-ние корабль ~~...~~, имея v' относительно модуля должен будет покрыть ~~за время~~)

~~Значит ...~~ $\cancel{t = \frac{S}{v'}}$ Пусть тогда L — рас-ние которое покрывает корабль за время t, тогда $t = \frac{L}{v'}$, и чем больше L, тем меньше t, тем меньше v_c, тем меньше энергия $\Rightarrow L = S$

6) Рас-рим 2 варианта:

~~а) корабль движется по направлению вращения Луны~~

~~и тогда:~~ $\cancel{v' = v_м - v_к}$, ~~тогда~~ $\cancel{t = \frac{S}{v_м - v_к}}$ $\cancel{t =}$

$t = \frac{S}{v'}$

$t = \frac{h}{v_c}$ $\Bigg| \Rightarrow v_c = \frac{h}{S} \cdot v' = \frac{h}{\sqrt{2Rh}} v' = \sqrt{\frac{h}{2R}} \cdot v'$

а) корабль движется по направлению вращения Луны, тогда: $v' = v_к - v_м \Rightarrow v_c = \sqrt{\frac{h}{2R}} \cdot (v_к - v_м) = \sqrt{\frac{h}{2R}} \cdot \left(\sqrt{G \cdot \frac{M}{R+h}} - \frac{2\pi R}{T}\right)$

б) против вращения:

$v' = v_к + v_м \Rightarrow v_c = \sqrt{\frac{h}{2R}} \cdot (v_к + v_м) = \sqrt{\frac{h}{2R}} \cdot \left(\sqrt{G \frac{M}{R+h}} + \frac{2\pi R}{T}\right)$

Ответ: стартовать нужно строго вверх.

Со скоростью v_c:

а) $v_c = \sqrt{\frac{h}{2R}} \cdot \left(\sqrt{G \cdot \frac{M}{R+h}} - \frac{2\pi R}{T}\right)$, если корабль движется по напр. вращ. Луны

б) $v_c = \sqrt{\frac{h}{2R}} \cdot \left(\sqrt{G \cdot \frac{M}{R+h}} - \frac{2\pi R}{T}\right)$, если против