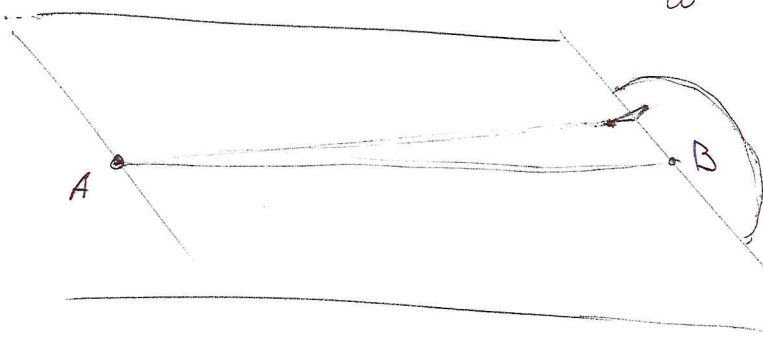


На изображении видна тень от спутника  
 Скажики, что сейчас спутник находится в плоскости перпендикулярной  $\vec{AO} - \vec{g}$   
 плоскости колец и проходящей через центр Юпитера и Сатурна, ~~то~~  
 угол между направлением на Юпитера и плоскостью колец при наблюдении  
 спутника  $1^\circ$



A - центр юпитера,  
 B - центр сатурна

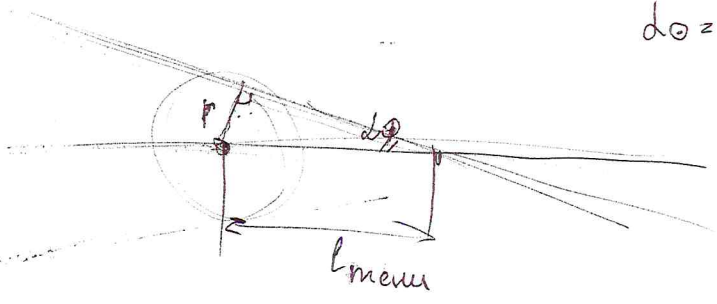
Найдем масштаб первого изображения. Можем водить часть кольца, которую назовем A и по ней найти истинный радиус  $r$  ( $\mu = \frac{r_{A \text{ ист.}}}{r_{A \text{ изобр.}}}$ ):

1. найдем центр сатурна (построим несколько хорд, проведем прямую через центр юпитера (все кольца освещено)  $\Rightarrow$  прямая содержащая центр юпитера содержит истинный диаметр кольца)

2. найдем  $r_{A \text{ ист.}} = \frac{r_A}{r_c} \cdot r_c \text{ истинное} = \frac{0,6}{2,3} \cdot g \cdot R_{\oplus} \approx \frac{g}{4} R_{\oplus} = 2,25 R_{\oplus}$

$\mu = \frac{2,25 R_{\oplus}}{4,5} = \frac{R_{\oplus}}{2}$

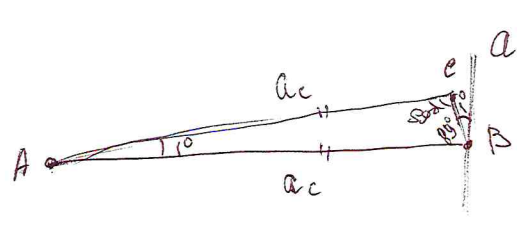
В данном случае истинная длина тени это длина выходящая (l.t.v.) уменьшенная на  $\cos 1^\circ \Rightarrow l_{\text{ист.}} = l_{\text{т.в.}} \cdot \cos 1^\circ \approx 1,6 \cdot \frac{R_{\oplus} \cdot \cos 1^\circ}{2} = 0,8 R_{\oplus} \approx \cos 1^\circ$



$d_0 = \frac{r_0}{a_c} = \frac{r_0}{3,6 \cdot 1,5 \cdot 10^8 \text{ км}} = \frac{7 \cdot 10^5}{14 \cdot 10^8} \approx 0,78 R_{\oplus} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$

$r = l_{\text{тени}} \cdot d_0 \approx 5 \cdot 10^{-4} \cdot 0,78 R_{\oplus} \approx 3,9 \cdot 10^{-4} R_{\oplus} \approx 25,6 \text{ км} \Rightarrow d_c \approx 51,2 \text{ км}$

Найдем большую полуось орбиты спутника, можем оборачивать ее радиус поскольку мы будем считать ее круговой



$a = CB \approx a_c \cdot \cos 1^\circ \approx 0,01 a_c \approx 0,09 \text{ а.е.}$

найдем его период сравнив с титаном по III закону Кеплера

$1,2 \cdot 10^6 \text{ км} \approx 0,01 \text{ а.е.}$  (Массы обоих спутников пренебрежимо малы)

$\frac{a^3}{a_T^3} = \frac{T^2}{T_T^2} \Rightarrow$

$T = \sqrt{\frac{0,09^3}{0,01^3}} \cdot 16 \text{ дней} = 27 \cdot 16 \text{ дней} \approx 432 \text{ дней}$

периоды краткие, как следствия может случится так, что никогда нет соединения, а если оно есть, то  $c = T_T \cdot T = \frac{16 \cdot 16 \cdot 27}{2} \approx 16 \text{ дней}$

Мы можем поместить на эту орбиту титан резистивным элементом

1. Сохраним скорости, тогда

$$v_{\text{титана}} = \frac{2\pi \cdot 6 \cdot 1,2 \cdot 10^6 \cdot 10^3}{16 \cdot 24 \cdot 3600} \approx \frac{12 \cdot 10^9}{16 \cdot 4 \cdot 3600} = \frac{10^6}{16 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{10^6}{2^8} = \frac{5^6}{2^2} \approx 5^6 \approx 30000 \text{ м/с}$$

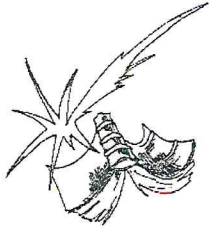
$$v_{\text{II}} = \sqrt{\frac{2GM_c}{a}} = \sqrt{2} \cdot v = \sqrt{2} \cdot \frac{2\pi \cdot 6 \cdot 0,09 \cdot 15 \cdot 10^{11}}{472 \cdot 24 \cdot 3600} = \sqrt{2} \cdot \frac{6 \cdot 9 \cdot 15 \cdot 10^8}{472 \cdot 24 \cdot 3600} = \sqrt{2} \cdot \frac{9 \cdot 16 \cdot 10^6}{472 \cdot 42} = \frac{10^6}{472} \approx$$

$$\approx \frac{10^6}{500} \cdot \sqrt{2} = 20000 \cdot \sqrt{2} \approx 20000 \cdot 1,4 \approx 28000 \text{ м/с}$$

$v_{\text{титана}} > v_{\text{II}} \Rightarrow$  он улетит от Сатурна

2. Просто поместить туда Титан с его параметрами, тогда увеличится только на диске кольца, а параметр орбит его Сатурна не изменится.

(на условии есть подсказочные речушки, некоторые расчеты были произведены на черновике)



XXVII Санкт-Петербургская  
астрономическая олимпиада  
практический тур

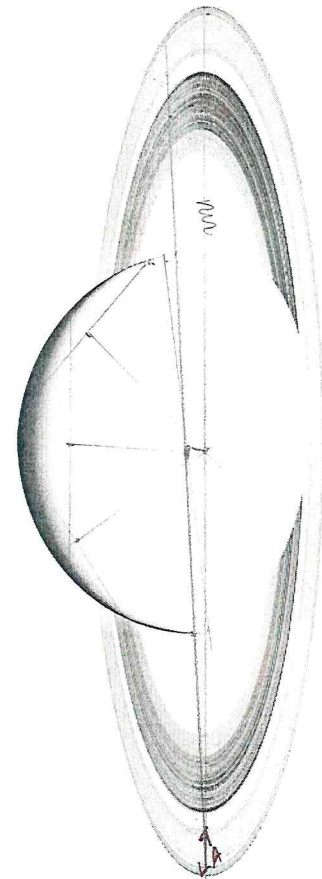
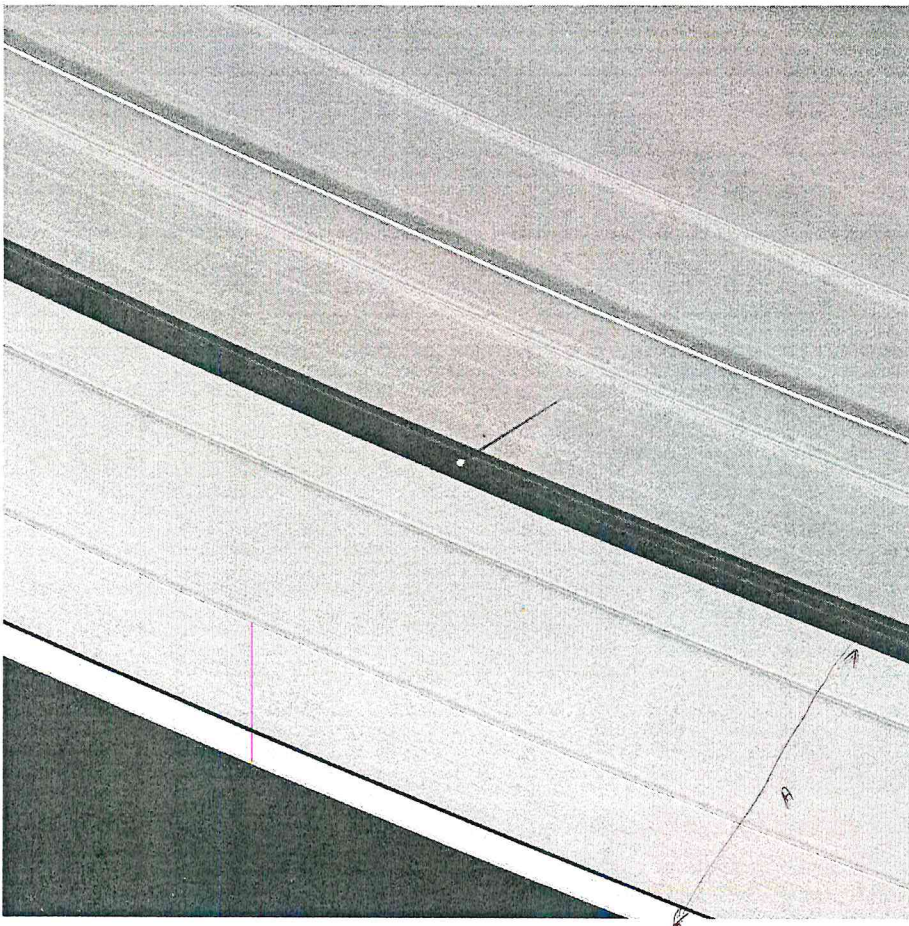
2020  
1  
марта

18-10-17

9 класс

На двух фотографиях ниже представлены спутник Сатурна, движущийся во внешней области колец, и сам Сатурн (негатив). Известно, что в момент съемки спутник находился в плоскости, перпендикулярной кольцам и проходящей через центры Солнца и Сатурна. Угол между плоскостью колец и направлением на Солнце при наблюдении со спутника составляет  $1^\circ$ . Радиус Сатурна в 9 раз больше радиуса Земли.

Оцените диаметр спутника, а также период его обращения вокруг Сатурна. Как часто этот спутник бывает в соединении с другим спутником Сатурна — Титаном? Титан делает один оборот вокруг Сатурна по орбите радиусом 1.2 миллиона километров за 16 дней. Опишите, что произойдет, если поместить Титан на орбиту этого спутника.



Решения задач и результаты олимпиады смотрите на сайте  
<http://school.astro.spbu.ru>

18-10-17