№1

Дано:
$T = 409^d$
$m_1 = 16^m$
$R = 5 \cdot 10^2 R_\odot$
$T = const$

$\bar{v}$ - ?

Решение:
На пределе своих возможностей глаз человека может видеть объекты со звёздной величиной, равной $6^m \Rightarrow m_2 = 6^m$ - видимая величина в максимуме блеска.
Будем считать звезду абсолютно чёрным телом. Тогда, по з-ну Стефана-Больцмана её энергетическая светимость R_{C5} равна

$R_{C5} = \sigma T^4 = const$, т.к. $T = const$ (по условию)

Светимость L звезды равна

$L = R_{C5} \cdot S$, где S - площадь её поверхности
$S = 4\pi R^2$ - площадь поверхности сферы

Так,

$L = \sigma T^4 \cdot 4\pi R^2$

Запишем ф-лу Погсона:

$m_1 - m_2 = -2{,}5 \lg \frac{E_1}{E_2}$, где E_1 и E_2 - освещённости; т.к. расстояние до R Андромеды постоянно, то

$\frac{E_1}{E_2} = \frac{L_1}{L_2}$

Возможны две ситуации:
1) $R_1 = R$ - указанный в условии радиус соответствует минимуму блеска.

Тогда,

$m_1 - m_2 = -2{,}5 \lg \frac{\cancel{\sigma T^4 \cdot 4\pi} R_1^2}{\cancel{\sigma T^4 \cdot 4\pi} R_2^2} = -5 \lg \frac{R_1}{R_2}$

$-0{,}2(m_1 - m_2) = \lg\left(\frac{R_1}{R_2}\right)$

$0{,}2(m_2 - m_1) = \lg\left(\frac{R_1}{R_2}\right)$

$\frac{R_1}{R_2} = 10^{0{,}2(m_2 - m_1)}$; $\frac{R_1}{R_2} = 10^{0{,}2(6-16)} = 10^{0{,}2\cdot(-10)} = 10^{-2} = \frac{1}{100}$, откуда

$R_2 = \frac{R_1}{\frac{1}{100}} = 100 R_1 = 5 \cdot 10^4 R_\odot$ - данное значение радиуса возможно

Тогда средняя скорость движения оболочки $\langle v \rangle$ равна

$T = 409^d$
$m_1 = 16^m$
$R = 5\cdot10^2 R_\odot$
$T = const$
$\bar{v} - ?$

На пределе своих возможностей глаз человека может видеть объекты со звёздной величиной, равной $6^m \Rightarrow m_2 = 6^m$ - видимая величина в максимуме блеска.

Будем считать звезду абсолютно чёрным телом. Тогда, по з-ну Стефана-Больцмана её энергетическая светимость $R_{cб}$ равна

$$R_{cб} = \sigma T^4 = const, \text{ т.к. } T = const \text{ (по условию)}$$

Светимость L звезды равна

$L = R_{cб}\cdot S$, где S - площадь её поверхности

$S = 4\pi R^2$ - площадь поверхности сферы

Так,

$$L = \sigma T^4 \cdot 4\pi R^2$$

Запишем ф-лу Погсона:

$m_1 - m_2 = -2{,}5 \lg \frac{E_1}{E_2}$, где E_1 и E_2 - освещённости; т.к. расстояние до R Андромеды постоянно, то

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{L_1}{L_2}$$

Возможны две ситуации:
1) $R_1 = R$ - указанный в условии радиус соответствует минимуму блеска.

Тогда,

$$m_1 - m_2 = -2{,}5 \lg \frac{\cancel{\sigma T^4 \cdot 4\pi} R_1^2}{\cancel{\sigma T^4 \cdot 4\pi} R_2^2} = -5 \lg \frac{R_1}{R_2}$$

$$-0{,}2(m_1 - m_2) = \lg\left(\frac{R_1}{R_2}\right)$$

$$0{,}2(m_2 - m_1) = \lg\left(\frac{R_1}{R_2}\right)$$

$\frac{R_1}{R_2} = 10^{0,2(m_2 - m_1)}$; $\frac{R_1}{R_2} = 10^{0,2(6-16)} = 10^{0,2\cdot(-10)} = 10^{-2} = \frac{1}{100}$, откуда

$R_2 = \frac{R_1}{\frac{1}{100}} = 100 R_1 = 5\cdot10^4 R_\odot$ - данное значение радиуса возможно

Тогда средняя скорость движения оболочки $\langle v \rangle$ равна

$\boxed{№1}$

d
m
$^2 R_\odot$
st

Решение:
На пределе своих возможностей глаз человека может видеть объекты со звёздной величиной, равной $6^m \Rightarrow m_2 = 6^m$ - видимая величина в максимуме блеска.
Будем считать звезду абсолютно чёрным телом.
…, по з-ну Стефана-Больцмана её энергетическая …ность $R_{СБ}$ равна

$= \sigma T^4 = const$, т.к. $T = const$ (по условию)

…мость L звезды равна

$R_{СБ} \cdot S$, где S - площадь её поверхности

$4\pi R^2$ - площадь поверхности сферы

$\sigma T^4 \cdot 4\pi R^2$

…ним ф-лу Погсона:

$- m_2 = -2{,}5 \lg \frac{E_1}{E_2}$, где E_1 и E_2 - освещённости; т.к. расстояние … Андромеды постоянно, то

$= \frac{L_1}{L_2}$

…ожны две ситуации:
R - указанный в условии радиус соответствует …муму блеска.
…да,

$m_2 = -2{,}5 \lg \frac{\cancel{\sigma T^4 \cdot 4\pi} R_1^2}{\cancel{\sigma T^4 \cdot 4\pi} R_2^2} = -5 \lg \frac{R_1}{R_2}$

$(m_1 - m_2) = \lg \left(\frac{R_1}{R_2}\right)$

$(m_2 - m_1) = \lg \left(\frac{R_1}{R_2}\right)$

$= 10^{0{,}2(m_2 - m_1)}$; $\frac{R_1}{R_2} = 10^{0{,}2(6-16)} = 10^{0{,}2 \cdot (-10)} = 10^{-2} = \frac{1}{100}$, откуда

$\frac{R_1}{\frac{1}{100}} = 100 R_1 = 5 \cdot 10^4 R_\odot$ - данное значение радиуса возможно

… … … оболочки <?> равна

$\langle v \rangle = \frac{R_2 - R_1}{\frac{T}{2}}$; $\langle v \rangle = 2\frac{99 R_1}{T}$; $\langle v \rangle = 2\frac{99 \cdot 5 \cdot 10^2 \cdot 700\,000}{409} \approx 2\frac{100 \cdot 5 \cdot 10^2 \cdot 7 \cdot 10^5}{4 \cdot 10^2} \approx$

$\approx 2\frac{5 \cdot 7}{4} \cdot 10^7 \approx \boxed{15 \cdot 10^7 \text{ км/сут}} \approx \boxed{1{,}5 \cdot 10^8 \text{ км/сут}} < C \Rightarrow$ такая скорость возможна

2) $R_2 = R$ - указанный в условии радиус соответствует максимуму блеска.

Тогда,

$\frac{R_1}{R_2} = 10^{-2} \Rightarrow R_1 = \frac{R_2}{100}$; $R_1 = \frac{R}{100} = 5 R_\odot$ - данное значение радиуса возможно

$\langle v \rangle = \frac{R_2 - R_1}{\frac{T}{2}} = \frac{R_2 - 0{,}01 R_2}{\frac{T}{2}} = 2\frac{0{,}99 R}{T}$

$\langle v \rangle = 2 \cdot \frac{0{,}99 \cdot 5 \cdot 10^2 \cdot 7 \cdot 10^5}{409} \approx 2 \cdot \frac{1 \cdot 5 \cdot 10^2 \cdot 7 \cdot 10^5}{4 \cdot 10^2} = \frac{7}{4} \cdot 10^6 \cong \boxed{2 \cdot 10^6 \text{ км/сут}}$

Примечание: радиус меняется с максимального до минимального значений за время τ, равное

$\tau = \frac{T}{2}$, т.к. изменению от максимума до минимума соответствует полупериод

N2

Дано:	Решение:
$N = (2{,}5 \pm 0{,}5) \cdot 10^{23}$	Молярная масса молекулы кислорода:
$R = 764$ км	$\mu = 2 \cdot 16 = 32$ г/моль
$\rho = 1{,}24$ г/см^3	$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A}$ - кол-во вещ-ва в атмосфере Реи
$P - ?$	Отсюда масса m атмосферы равна

$m = \mu \frac{N}{N_A}$

Атмосфера действует на планету силой тяжести F, равной

$F = mg$, где g - ускорение свободного падения на Рее.

$g = \frac{GM}{R^2}$, где M - масса Реи

По определению средней плотности получим

$\rho = \frac{M}{V}$

$\langle v \rangle = \dfrac{R_2 - R_1}{\frac{T}{2}}$; $\langle v \rangle = 2\dfrac{99 R_1}{T}$; $\langle v \rangle = 2\dfrac{[illegible]}{409} \approx 2\dfrac{[illegible]}{4\cdot\cancel{10^2}}$

$\approx 2\dfrac{5\cdot 7}{4}\cdot 10^7 \approx \boxed{15\cdot 10^7\ км/сут} \approx \boxed{1{,}5\cdot 10^8\ км/сут} < C \Rightarrow$ такая скорость возможна

2) $R_2 = R$ - указанный в условии радиус соответствует максимуму блеска.

Тогда,

$\dfrac{R_1}{R_2} = 10^{-2} \Rightarrow R_1 = \dfrac{R_2}{100}$; $R_1 = \dfrac{R}{100} = 5 R_\odot$ - данное значение радиуса возможно

$\langle v \rangle = \dfrac{R_2 - R_1}{\frac{T}{2}} = \dfrac{R_2 - 0{,}01 R_2}{\frac{T}{2}} = 2\dfrac{0{,}99 R}{T}$

$\langle v \rangle = 2\cdot\dfrac{0{,}99\cdot 5\cdot 10^2\cdot 7\cdot 10^5}{409} \approx 2\cdot\dfrac{1\cdot 5\cdot\cancel{10^2}\cdot 7\cdot 10^5}{4\cdot\cancel{10^2}} = \dfrac{7}{4}\cdot 10^6 \approx \boxed{2\cdot 10^6\ км/сут}$

Примечание: радиус меняется с максимального до минимального значений за время τ, равное

$\tau = \dfrac{T}{2}$, т.к. изменению от максимума до минимума соответствует полупериод

№2

Дано:	Решение:
$N = (2{,}5 \pm 0{,}5)\cdot 10^{23}$	Молярная масса молекулы кислорода:
$R = 764$ км	$\mu = 2\cdot 16 = 32$ г/моль
$\rho = 1{,}24$ г/см³	$\nu = \dfrac{m}{\mu} = \dfrac{N}{N_A}$ - кол-во вещ-ва в атмосфере Теи
P - ?	Отсюда масса m атмосферы равна

$m = \mu\dfrac{N}{N_A}$

Атмосфера действует на планету силой тяжести F, равной

$F = mg$, где g - ускорение свободного падения на Тее.

$g = \dfrac{GM}{R^2}$, где M - масса Теи

По определению средней плотности получим

$\rho = \dfrac{M}{V}$

$V=\frac{4}{3}\pi R^3$ - объём шара

Тогда,

$$\rho=\frac{3M}{4\pi R^3} \Rightarrow M=\frac{4\pi R^3\rho}{3}$$

И,

$$g=\frac{G}{\cancel{R^2}}\cdot\frac{4\pi R^{\cancel{3}}\rho}{3}=\frac{4\pi G\rho R}{3}$$

Получим силу F:

$$F=\mu\frac{N}{N_A}\cdot\frac{4\pi G\rho R}{3}$$

Так, давление p оказываемое атмосферой

$p=\frac{F}{S}$, где S - площадь планеты

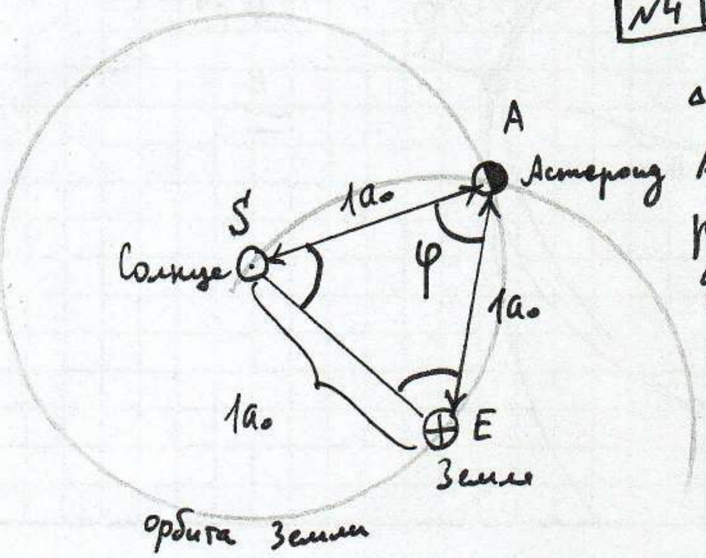
$S=4\pi R^2$ - площадь поверхности сферы

Итак,

$$p=\frac{\mu N\cdot\cancel{4\pi}G\rho\cancel{R}}{3N_A\cdot\cancel{4\pi}R^{\cancel{2}}}=\boxed{\frac{\mu N G\rho}{3N_A R}}$$

$$p=\frac{32\cdot\cancel{10^{-5}}\cdot 2{,}7\cdot10^{29}\cdot6{,}7\cdot10^{-11}\cdot1{,}2\cdot\cancel{10^{3}}}{3\cdot6\cdot10^{23}\cdot800\cdot10^{3}}\approx\overset{\sim 5}{\frac{32\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{7}}{\cancel{3}\cdot6\cdot\cancel{8}}}\;\frac{10^{29}\cdot10^{-11}}{10^{23}\cdot10^{5}}\approx\boxed{5\cdot10^{-10}\text{ Па}}$$

№4



Δm - ?

$AE=SE=SA \Rightarrow$ треугольник ΔASE - равносторонний; $\angle SAE=\varphi=60°$ - фазовый угол

$$\Phi=\frac{1+\cos\varphi}{2}\text{ - фаза}$$

Для земного наблюдателя:

$$\Phi_{\oplus A}=\frac{1+\cos60°}{2}=\frac{1+\frac{1}{2}}{2}=\frac{3}{4}$$

В случае абсолютной звёздной величины по условию

$\Phi_A = 1$

Запишем ф-лу Погсона:

$m_{\oplus A} - m_A = -2,5 \lg \frac{E_1}{E_2}$, где $m_{\oplus A}$ - видимая звёздная величина на Земле;

m_A - видимая звёздная величина на Солнце, т.е. абсолютная звёздная величина

$\Delta m = -2,5 \lg \frac{E_1}{E_2}$

По условию,

$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\Phi_{\oplus A}}{\Phi_A}$, т.к. расстояния от Солнца и от Земли равны

$\Delta m = -2,5 \lg \frac{\Phi_{\oplus A}}{\Phi_A}$

$\Delta m = -2,5 \lg \frac{3}{4} = -2,5 (\lg 3 - \lg 4) \approx -2,5 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{1,5}\right) = -2,5 \left(\frac{1,5-2}{3}\right) =$

$= -2,5 \cdot \left(-\frac{0,5}{3}\right) = 2,5 \cdot \frac{0,5}{3} = 2,5 \cdot \frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{30}_{6}} = \frac{2,5}{6} = \frac{\cancel{25}^{5}}{\cancel{60}_{12}} = \frac{5}{12} \approx 0,42$

$\boxed{№3}$

Дано:

$t = 20$ л

$T = 112 \cdot 10^{3}$ л

Решение:

Рассчитаем кол-во часов между указанными в условии моментами времени

$N = \underbrace{(24-4)}_{2\text{ янв}} + \underbrace{24}_{3\text{ янв}} + \underbrace{24}_{4\text{ янв}} + \underbrace{11}_{5\text{ янв}} = 20 + 2 \cdot 24 + 11 = 79^h$ - смещение по времени за 20 лет

Найдём среднее смещение за 1 год

$\omega = \frac{N}{t} = \frac{79}{20} \approx 2\ ^h/\text{год}$

Найдём время от полуночи до 4 часов 2 января:

$N' = \underbrace{24}_{1\text{ янв}} + \underbrace{4}_{2\text{ янв}} = 28^h$

Такое смещение происходит за время t', равное

$t' = N' : \omega$; $t' = 28 : 2 = 14$ лет

Тогда такое событие могло последний раз случиться в году

$2001 - 14 = \boxed{1987 \text{ год}}$

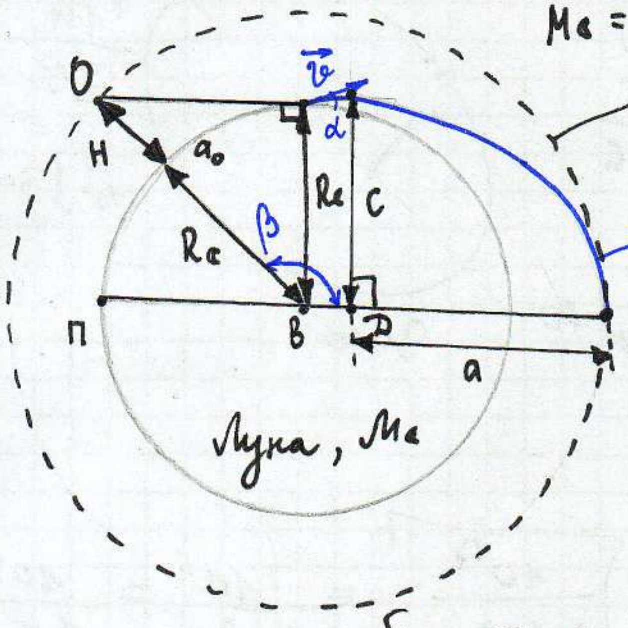
№5

Проведём аналогию с запуском спутников с поверхности Земли, которые должны улететь на другие планеты. В этом случае наиболее энергетически выгодная орбита – это гомановский эллипс.

Тогда, в данном случае орбита модуля будет представлять собой часть эллипса с апоселением в точке состыковки:

$R_☾ = 1730$ км – радиус Луны

$M_☾ = \frac{1}{81} M_⊕$ – масса Луны (в массах Земли)



A (состыковка)

$t - ?$; $\vec{v} - ?$

Найдём период обращения главного модуля по третьему обобщённому закону Кеплера:

$$\frac{T^2 (M_☾ + m)}{a_0^3} = \frac{4\pi^2}{G}$$, где m - масса главного модуля ($M_☾ \gg m$)

$a_0 = R_☾ + H$ – радиус орбиты главного модуля

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{G} \cdot \frac{a_0^3}{M_☾}}$$

Найдём угол β, который нужно пролететь главному модулю для достижения места состыковки:

$$\beta = 90^\circ + \mathrm{arc}\,\overset{\cos}{\cancel{\sin}}\left(\frac{R_\text{Л}}{R_\text{Л}+H}\right) \approx 90^\circ,\ \text{т.к. } R_\text{Л} \approx R_\text{Л}+H,\ \text{а } \arccos 1 = 0$$

Тогда время от O до A составит

$$t_1 = \frac{\beta}{360^\circ}\cdot T = \frac{\beta}{360^\circ}\sqrt{\frac{4\pi^2\cdot a_0^3}{GM_\text{Л}}} = \frac{\beta}{360^\circ}\sqrt{\frac{4\pi^2(H+R_\text{Л})^3}{GM_\text{Л}}}$$ – для главного модуля

Найдём большую полуось a орбиты модуля:

$$a = \frac{2R_\text{Л}+H}{2}$$

Заметим, что расстояние BD очень мало по сравнению с расстоянием a. Поэтому будем полагать, что модуль стартовал из точки, соответствующей малой полуоси эллипса:

$c \approx R_\text{Л}$ и $\boxed{\alpha \to 0}$ – запуск нужно осуществлять в направлении, касательном к поверхности.

Найдём период обращения модуля по третьему обобщённому закону Кеплера (учитывая, что масса модуля много меньше массы Луны):

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{G}\cdot\frac{a^3}{M_\text{Л}}}$$

Тогда время от взлёта до состыковки составит

$$t_2 = \frac{1}{4}T = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{4\pi^2}{G}\cdot\frac{a^3}{M_\text{Л}}} = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{4\pi^2}{G}\cdot\frac{\left(\frac{H}{2}+R_\text{Л}\right)^3}{M_\text{Л}}}$$ – для модуля

Таким образом, модуль нужно запускать через время t, равное:

$$t = t_1 - t_2 = \frac{\beta}{360^\circ}\sqrt{\frac{4\pi^2(H+R_\text{Л})^3}{GM_\text{Л}}} - \frac{1}{4}\sqrt{\frac{4\pi^2\left(\frac{H}{2}+R_\text{Л}\right)^3}{GM_\text{Л}}} \approx$$

$$\approx \frac{1}{4}\sqrt{\frac{4\pi^2}{GM_\text{Л}}}\left(\sqrt{(H+R_\text{Л})^3} - \sqrt{\left(\frac{H}{2}+R_\text{Л}\right)^3}\right) = \sqrt{\frac{\pi^2}{4GM_\text{Л}}}\left((H+R_\text{Л})^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{H}{2}+R_\text{Л}\right)^{\frac{3}{2}}\right)$$

$$t \approx 7\cdot10^{-5}(5\cdot10^7 - 4\cdot10^7) = 7\cdot10^{-5}\cdot10^7 = 7\cdot10^2\ \text{с} \approx \boxed{\cancel{2}\ \text{ч}}$$ (2ч)

Скорость в произвольной точке эллипса определяется по формуле:

$v = \sqrt{GM_☾\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}$, где r - радиус-вектор этой точки.

В данном случае,

$r \approx c \approx R_☾$

$$v = \sqrt{GM_☾\left(\frac{2}{R_☾} - \frac{1}{R_☾ + \frac{H}{2}}\right)} = \sqrt{GM_☾}\sqrt{\frac{2R_☾ + H - R_☾}{R_☾\left(R_☾ + \frac{H}{2}\right)}} = \sqrt{GM_☾\left(\frac{R_☾ + H}{R_☾\left(R_☾ + \frac{H}{2}\right)}\right)}$$

Но $\frac{H}{2} \ll R_☾$, следовательно:

$$v \approx \sqrt{GM_☾ \cdot \frac{R_☾ + H}{R_☾^2}} \approx \sqrt{\frac{GM_☾}{R_☾}};\ v = \sqrt{\frac{6{,}7 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1}{80} \cdot 10^{24} \cdot 6}{1700 \cdot 10^3}} \approx \boxed{800\ м/с}$$

Однако это скорость относительно центра Луны, а не её поверхности.

Минимальная скорость относительно поверхности будет достигнута при движении в плоскости лунного экватора.

Вычислим скорость точки лунного экватора:

$v' = \frac{2\pi R_☾}{T_☾}$, где $T_☾ \approx 30$ сут

$$v' = \frac{2 \cdot 3 \cdot 1700 \cdot 10^3}{30 \cdot 86400} \approx \frac{2 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2}^{2} \cdot 10^6}{30 \cdot \cancel{8} \cdot 10^4} \approx \frac{1}{15} 10^2 \cong 6\ м/с$$ - несущественный вклад, т.к. $v \gg v'$.