

XXVII Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
практический тур

СТЕ-2

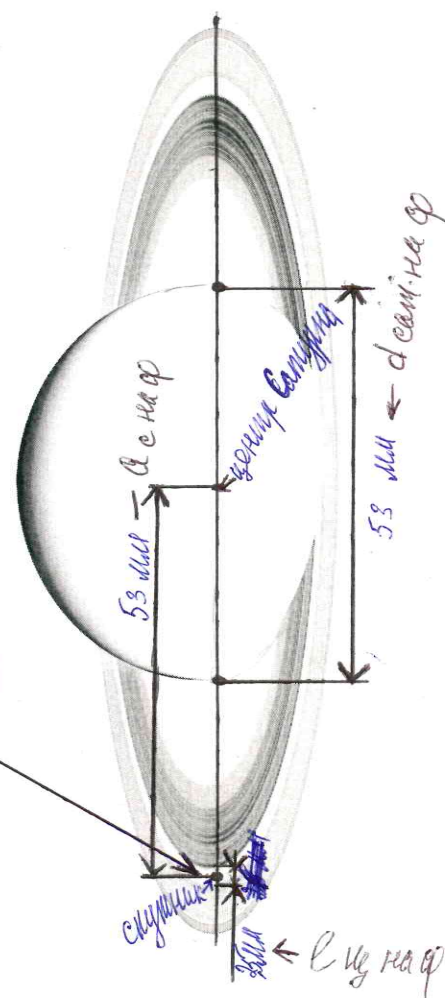
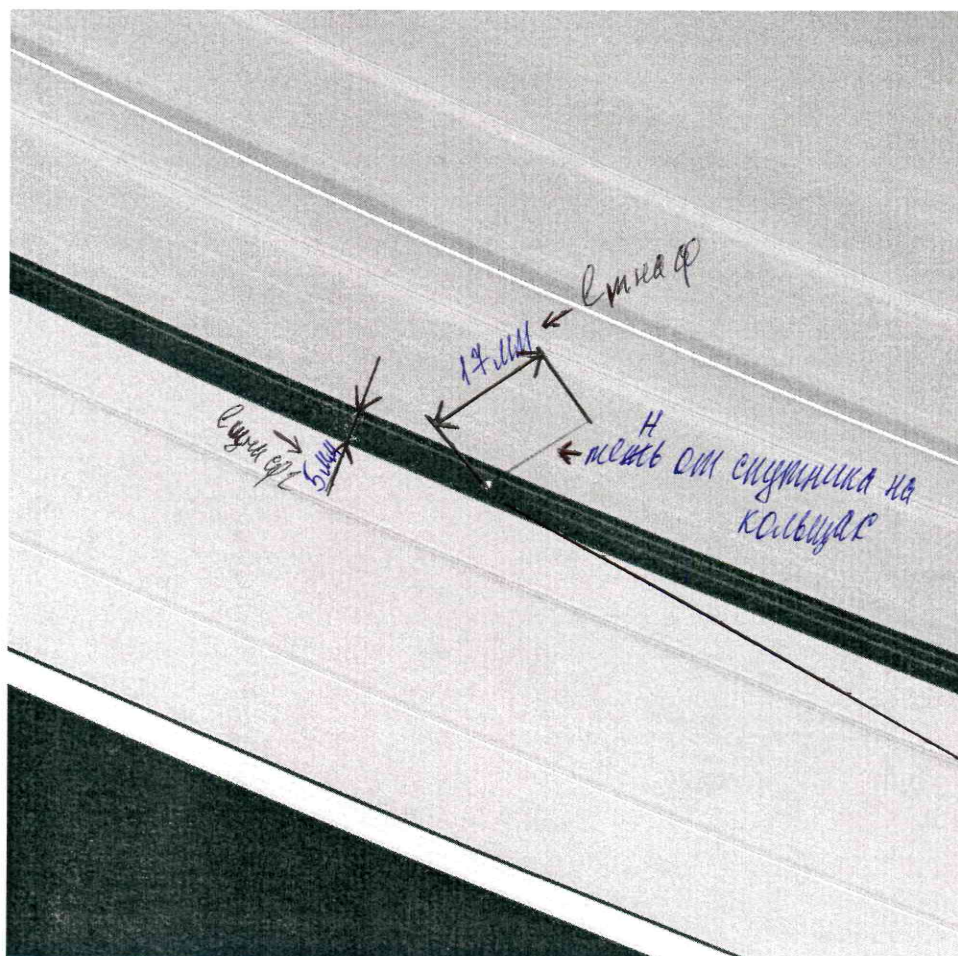
2020

1
марта

9 класс

На двух фотографиях ниже представлены спутник Сатурна, движущийся во внешней области колец, и сам Сатурн (негатив). Известно, что в момент съемки спутник находился в плоскости, перпендикулярной кольцам и проходящей через центры Солнца и Сатурна. Угол между плоскостью колец и направлением на Солнце при наблюдении со спутника составляет 1° . Радиус Сатурна в 9 раз больше радиуса Земли.

Оцените диаметр спутника, а также период его обращения вокруг Сатурна. Как часто этот спутник бывает в соединении с другим спутником Сатурна — Титаном? Титан делает один оборот вокруг Сатурна по орбите радиусом 1.2 миллиона километров за 16 дней. Опишите, что произойдет, если поместить Титан на орбиту этого спутника.



Измерили диаметр Сатурна на фото (клеточке)

$$d_{\text{Сат на ф}} = 53 \text{ мм}$$

$$\begin{array}{r} \times 6400 \\ 9 \\ \hline 57600 \end{array}$$

$$R_{\text{Сат на ф}} = \frac{53}{2} = 26,5 \text{ мм}$$

$$R_{\text{Земли}} = 6400 \text{ км}$$

$$R_{\text{Сат реал.}} = 9 \cdot R_{\text{Земли}} = 9 \cdot 6400 = 57600 \text{ км}$$

$$\begin{array}{l} \sqrt{57600 \text{ км} - \text{это } 26,5 \text{ мм}} \\ \sqrt{x \text{ км} - \text{это } 1 \text{ мм}} \end{array}$$

$$\frac{57600}{x} = \frac{26,5}{1} \Rightarrow x = \frac{57600 \cdot 1}{26,5} = \frac{115200}{53} \approx 2174 \text{ км}$$

$$\begin{array}{r} 115200 \overline{) 53} \\ \underline{106} \\ 92 \\ \underline{53} \\ 390 \\ \underline{341} \\ 490 \\ \underline{450} \\ 40 \\ \dots \end{array}$$

1 мм на фото соответствует 2174 км в реальной жизни.

Измерил большую полуось орбиты спутника Аснар = 53 мм

$$a_{\text{ор}} = a_{\text{снар}} \cdot 2174 = 53 \cdot 2174 = 115222 \text{ км} \approx 115000 \text{ км}$$

~~Итого~~

$$T_m = 16 \text{ дней}, a_m = 1,2 \cdot 10^6 \text{ км} = 1200000 \text{ км}$$

по формуле закона Кеплера:

$$\frac{T_m^2}{T_c^2} = \frac{a_m^3}{a_c^3} \Rightarrow T_c = T_m \sqrt{\frac{a_c^3}{a_m^3}} = T_m \sqrt{\left(\frac{a_c}{a_m}\right)^3} =$$

$$= T_m \sqrt{\left(\frac{115000}{1200000}\right)^3} = T_m \sqrt{\left(\frac{115}{1200}\right)^3} = T_m \sqrt{\left(\frac{11500 \cdot 10^{-2}}{1200}\right)^3} = T_m \sqrt{\left(\frac{115 \cdot 10^{-2}}{12}\right)^3} \approx T_m \sqrt{0,6 \cdot 10^{-3}} \approx T_m \sqrt{0,1 \cdot 10^{-2}} \approx T_m \sqrt{0,1} \approx T_m \cdot 0,3 = 16 \cdot 0,3 \approx 4,8 \text{ дня}$$

$$T_e = 16 \cdot 0,03 = 0,48 \text{ см} \approx 11,52(7)$$

СМЕ - 2

$$\frac{f}{S} = \frac{f}{T_e} - \frac{f}{T_m}$$

$$\begin{array}{r} \times 0,48 \\ \times 16 \\ \hline 288 \\ \times 48 \\ \hline 7,68 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 0,03 \\ \hline 0,48 \end{array}$$

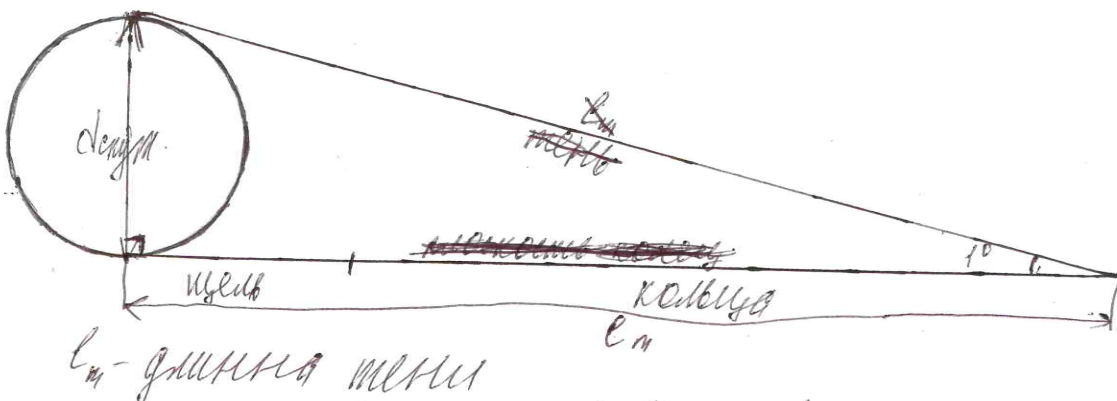
$$\frac{1}{S} = \frac{T_m - T_e}{T_m T_e} \Rightarrow S = \frac{T_m T_e}{T_m - T_e} = \frac{7,68}{15,52} = \frac{384}{776} =$$

$$= \frac{384}{776} = \frac{192}{388} = \frac{96}{194} = \frac{48}{97} \approx 0,49 \text{ см}$$

$$\begin{array}{r} 48,0 \mid 97 \\ - 388 \mid 0,494 \\ \hline 920 \\ - 873 \\ \hline 440 \\ - 388 \\ \hline 820 \\ \dots \end{array}$$

Этот спутник бывает в среднем-
ным с Я. Титанов каждые 0,49
см.

Тень на кольцах возникает из-за того,
что угол между траекторией кольца и направле-
нием на Солнце при наблюдении со спутника со-
ставляет 1° , т.е. можно сказать, что спутник
находится на 1° выше чем кольца.



$$L_{\text{спутник}} - \text{длина тени}$$

$$\downarrow 180^\circ - 3,14 \text{ рад} \downarrow$$

$$\downarrow 1^\circ - x \text{ рад} \downarrow$$

$$\frac{180^\circ}{1} = \frac{3,14}{x} \Rightarrow x = \frac{3,14}{180} \text{ см. на } 1^\circ \text{ - мм.}$$

$$x = \frac{3,14}{180} = \frac{314}{18000} = \frac{157}{9000} = \frac{157}{9} \cdot 10^{-3} \approx 17,4 \cdot 10^{-3} = 0,0174 \text{ рад.}$$

$$\begin{array}{r} 157 \mid 9 \\ - 9 \\ \hline 67 \\ - 63 \\ \hline 40 \\ - 36 \\ \hline 40 \\ - 36 \\ \hline 40 \\ \dots \end{array}$$

$$\text{tg} \frac{\text{tg}}{\text{sin}} 1^\circ \approx \frac{\text{tg}}{\text{sin}} 0,0174 \text{ рад} \approx 0,0174$$

$r_{\text{изр}}$ - размер нуля на ~~плитке~~ ^{реальной}

$$\begin{array}{r} 2174 \\ \times 2,5 \\ \hline 10870 \\ + 4348 \\ \hline 5435,0 \end{array}$$

$$r_{\text{изр}} = 2,5 \cdot 2174 = 5435 \text{ км}$$

а на другой фотографии

$$\begin{array}{r} 5435 \mid 5 \\ - 5 \\ \hline 43 \\ - 40 \\ \hline 35 \\ - 35 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$r_{\text{изр на фот}} = 5 \text{ мм}$$

$$\begin{array}{l} 5 \text{ мм} = 5435 \text{ км} \\ 1 \text{ мм} = x \text{ км} \end{array} \quad \downarrow \quad \frac{5}{1} = \frac{5435}{x} \Rightarrow x = \frac{5435}{5} =$$

$$= 1087 \text{ км}$$

на фото

1 мм соответствует 1087 км ^{в реальной жизни}

$$L_m = 17 \text{ мм} \cdot 1087 = 18479 \text{ (км)}$$

$$\begin{array}{r} 1087 \\ \times 17 \\ \hline 7609 \\ + 7609 \\ \hline 18479 \end{array}$$

$$d_{\text{ок}} = L \cdot \text{tg} 1^\circ \approx L \cdot 0,0174 = 18479 \cdot 0,0174$$

$$\approx 320 \text{ км} \approx 220 \text{ км}$$

$$\begin{array}{r} 18479 \\ \times 0,0174 \\ \hline 43916 \\ + 129353 \\ \hline 18479 \\ \hline 220,5346 \end{array}$$

см на экране

Если на орбиту этого спутника поместить такой крупный объект как Титан, то он, возможно, соберёт камни из колец, а так же ~~другие~~ маленькие спутники.

Ответ. Диаметр ~~спутника~~ равен 220 км, период обращения вокруг Сатурна равен 0,48 сут или 11,52 ч, этот спутник бывает в соединении с Титаном раз в 0,49 сут.