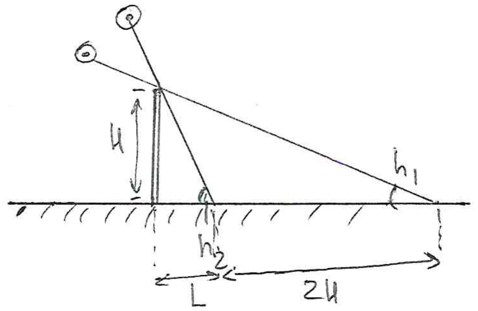
№1

В течении года минимальная высота Солнца в полдень $h_1 = 90 - \varphi - \varepsilon$, максимальная $h_2 = 90 - \varphi + \varepsilon$ (в дни зимнего и летнего солнцестояния соответственно, $\varepsilon = 23{,}5^\circ$)



$$\operatorname{tg} h_1 = \frac{H}{L+2H}$$

$$\operatorname{tg} h_2 = \frac{H}{L} \Rightarrow L = \frac{H}{\operatorname{tg} h_2} \Rightarrow \operatorname{tg} h_1 = \frac{\operatorname{tg} h_2}{1 + 2\operatorname{tg} h_2}$$

$$\operatorname{tg} h_1 = \operatorname{tg}(90-\varphi-\varepsilon) = \frac{\sin(90-\varphi-\varepsilon)}{\cos(90-\varphi-\varepsilon)} = \frac{\sin(90-\varphi)\cos\varepsilon - \cos(90-\varphi)\sin\varepsilon}{\cos(90-\varphi)\cos\varepsilon + \sin(90-\varphi)\sin\varepsilon} = \cancel{\operatorname{tg}(90-\varphi)}$$

$$= \frac{\operatorname{tg}(90-\varphi) - \operatorname{tg}\varepsilon}{1 + \operatorname{tg}(90-\varphi)\operatorname{tg}\varepsilon}$$

$$\operatorname{tg} h_2 = \frac{\operatorname{tg}(90-\varphi) + \operatorname{tg}\varepsilon}{1 - \operatorname{tg}(90-\varphi)\operatorname{tg}\varepsilon}.$$

Пусть $\operatorname{tg}(90-\varphi) = a$, $\operatorname{tg}\varepsilon = b$, тогда $\operatorname{tg} h_1 = \frac{a-b}{1+ab}$, $\operatorname{tg} h_2 = \frac{a+b}{1-ab}$

$$\operatorname{tg} h_1 = \frac{\operatorname{tg} h_2}{1+2\operatorname{tg} h_2} \Rightarrow \frac{a-b}{1+ab} = \frac{a+b}{1-ab+2(a+b)}$$

$$(a-b)(1-ab+2(a+b)) = (a+b)(1+ab)$$

$$a - b - a^2b + ab^2 + 2a^2 - 2b^2 = a + b + a^2b + ab^2$$

$$-2b - 2b^2 = 2a^2b - 2a^2$$

$$b^2 + b = \cancel{ab}\, a^2(1-b)$$

$$a = \sqrt{\frac{b^2+b}{1-b}}; \quad b = \operatorname{tg}\varepsilon = \operatorname{tg}(23{,}5) \approx \frac{3}{7}$$

$$a = \sqrt{\frac{\frac{3}{7}\left(1+\frac{3}{7}\right)}{1-\frac{3}{7}}} = \sqrt{\frac{3\left(\frac{10}{7}\right)}{4}} = \sqrt{\frac{30}{28}} = \sqrt{\frac{15}{14}} \approx 1$$

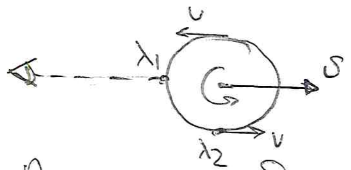
$$\operatorname{tg}(90-\varphi) \approx 1 \Rightarrow 90^\circ - \varphi = 45^\circ \Rightarrow \boxed{\varphi = 45^\circ}$$

Также это возможно в южном полушарии, тогда ~~Ответ~~ высота Солнца h_1 в день летнего солнцестояния, h_2 – в день зимнего солнцестояния, $\varphi = -45^\circ$

Ответ: $\varphi = \pm 45^\circ$

Предположим, ось вращения звезды перпендикулярна лучу зрения.
Тогда увеличение длины волны в центре диска вызвано ~~её~~ её лучевой скоростью, направленной от наблюдателя, дополнительное увеличение на краю диска вызвано прибавлением к скорости звезды скорости вращения вещества на её экваторе.

$\lambda_0 = 5170{,}7\ \text{Å}$, $\lambda_1 = 5174{,}1\ \text{Å}$, $\lambda_2 = 5174{,}2\ \text{Å}$



По закону Доплера получим: $\frac{\upsilon}{c} = \frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{3{,}4}{5170{,}7}$

$\frac{\upsilon + V}{c} = \frac{\lambda_2 - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{3{,}5}{5170{,}7} \Rightarrow V = \frac{0{,}1}{5170{,}7} c = \frac{c}{51707} \approx \frac{300000 \frac{\text{км}}{\text{с}}}{50000} =$

$= 6 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ – скорость вращения звезды на экваторе

Зная скорость вращения звезды, можно оценить её радиус:

$\frac{V^2}{R} = \frac{GM}{R^2}$, $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho \Rightarrow V^2 = \frac{4}{3}\pi G \rho R^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow R = \frac{V}{\sqrt{\frac{4}{3}\pi G \rho}} \approx \frac{V}{2\sqrt{G\rho}} \approx \frac{6000 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{2 \cdot \sqrt{7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2} \cdot 700 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}} =$

$= \frac{3000}{\sqrt{49 \cdot 10^{-9}}} \text{м} = \frac{3000}{7} \cdot 10^{4,5} \text{м} \approx 428 \cdot 10^{4,5} \text{м} \approx 3 \cdot 428 \cdot 10^4 \text{м} =$

$= 1284 \cdot 10^4 \text{м} = 1{,}3 \cdot 10^7 \text{м} = 13\,000 \text{км} \approx \frac{1}{54} R_\odot$

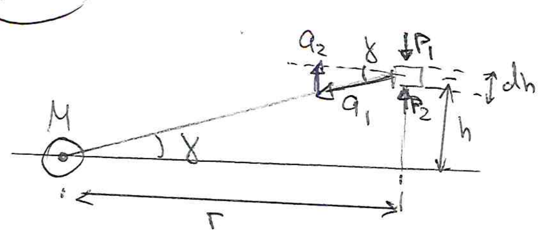
Если мои рассчеты верны, то это какая-то очень ~~малая~~ маленькая звезда (не знаю, существуют ли такие маленькие звезды). Предположим, что это коричневый карлик, тогда его температуру можно оценить в 4000 K. ~~То~~ Тогда по закону Стефана-Больцмана

$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$, $L_\odot = 4\pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4 = 3{,}8 \cdot 10^{26}$ Вт – светимость Солнца

$L = \frac{R^2 T^4}{R_\odot^2 T_\odot^4} \cdot L_\odot = \frac{(\frac{1}{54} R_\odot)^2 \cdot 4000^4}{R_\odot^2 \cdot 5800^4} L_\odot = \frac{1}{54^2} \cdot \frac{4^4}{5{,}8^4} L_\odot = \left(\frac{4^2}{54 \cdot 5{,}8^2}\right)^2 L_\odot \approx$

$\approx \left(\frac{1}{13 \cdot 8{,}41}\right)^2 L_\odot \approx \frac{L_\odot}{11000} \approx 0{,}4 \cdot 10^{23}$ Вт $= 4 \cdot 10^{22}$ Вт

(5)



Рассмотрим небольшой ~~куб~~ объем газа высотой dh, такой, что в нем плотность газа постоянна. Давление газа в нем $P = \frac{\rho}{\mu} RT$, также постоянно.

На этот объем действует сила притяжения со стороны звезды, создавая ускорение $a_1 = \frac{GM}{r^2}$, a_1 направлено к звезде; вертикально вверх действует сила, созданная разностью давлений газа в таких же малых объемах сверху и снизу от рассматриваемого, создавая ускорение $a_2 = \frac{(P_2 - P_1) \cdot S}{dm}$, dm - масса газа в малом объеме, $dm = S dh \cdot \rho$, S - площадь сечения. $a_2 = \frac{(P_2 - P_1)}{\rho\, dh} = \frac{\frac{d\rho}{\mu} RT}{\rho\, dh}$.

Все части газового диска вращаются ~~но от~~ параллельно его плоскости симметрии, значит, результирующее ускорение параллельно плоскости диска. Пусть $tg\gamma = \frac{h}{r}$, тогда $\sin\gamma = \frac{a_2}{a_1}$.

$h \ll r \Rightarrow \gamma$ - малый угол, $\Rightarrow tg\gamma = \sin\gamma = \frac{h}{r} = \frac{a_2}{a_1}$

$$\frac{h}{r} = \frac{d\rho\, RT}{\mu \rho\, dh} \cdot \frac{r^2}{GM}$$

$$\frac{\mu GM}{r^3 RT} \cdot h\, dh = \frac{1}{\rho} d\rho \Rightarrow \frac{\mu GM}{r^3 RT} \cdot \frac{h^2}{2} = \ln\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)$$

ρ_0 - плотность диска в плоскости его симметрии

$$\boxed{\rho = \rho_0 \cdot e^{\left(\frac{\mu GM}{2r^3 RT} h^2\right)}}$$

№2

Масса Юпитера примерно в 1000 раз меньше массы Солнца, =>

=> масса спутника $M = 14,5 \cdot 2 \cdot 10^{27}$ кг $= 29 \cdot 10^{27}$ кг $\approx 3 \cdot 10^{28}$ кг

~~Масса~~
~~Награды~~

Предположим, что спутник обращается по круговой орбите.

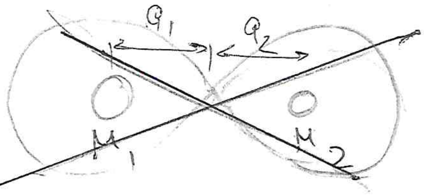
Тогда радиус орбиты $a = \sqrt[3]{\frac{T^2}{4\pi^2} G \cdot 1{,}4 M_\odot} = \sqrt[3]{\frac{(0{,}03 \cdot 24 \cdot 3600)^2}{4 \cdot 9} \cdot 7 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}4 \cdot 2 \cdot 10^{30}}$ м $=$

$= \sqrt[3]{\left(\frac{3 \cdot 24 \cdot 36}{2 \cdot 3}\right)^2 \cdot 49 \cdot 4 \cdot 10^{18}}$ м $= \sqrt[3]{(24 \cdot 18)^2 \cdot 49 \cdot 4} \cdot 10^6$ м $=$

$= \sqrt[3]{(3 \cdot 2^3 \cdot 2 \cdot 3^2)^2 \cdot 7^2 \cdot 2^2} \cdot 10^6$ м $= \sqrt[3]{3^6 \cdot 2^{10} \cdot 7^2} \cdot 10^6$ м $=$

$= 3^2 \cdot 2^3 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 7^2} \cdot 10^6$ м $\approx 9 \cdot 8 \cdot 4{,}5 \cdot 10^6$ м $= 4 \cdot 81 \cdot 10^6$ м $= 3{,}2 \cdot 10^8$ м

~~Проверим, не пересекаются ли полости Роша этих звезд. Если они пересекаются, вещество спутника перетекает на пульсар~~



№3

Моменты регистрации на всех трех телескопах отличались не более чем на $3 \cdot 10^{-3}$ секунды, значит, путь сигнала до всех источников отличался максимум на $l = 3 \cdot 10^{-3} с \cdot 300000 \frac{км}{с} = 900$ км

В $22^h 30^m$ UT в четвертой обсерватории было зарегестрировано оптическое послесвечение, значит, в этот момент источник стал видим над горизонтом в точке $\varphi = 43°40'$ с.ш., $\lambda = 41°26'$ в.д.

В этот момент местное время в этой точке $T_m = UT + \frac{\lambda}{15} =$

$= 22{,}5^h + \frac{41{,}5^°}{15 \frac{°}{h}} = 22{,}5^h + 2^h + \frac{12}{15}^h = 24{,}5^h + \frac{4}{5}^h = 24{,}5^h + 0{,}8^h =$

$= 25{,}3^h = 1{,}3^h = 1^h 18^m$

Часовой угол Солнца в этот момент $t_\odot = T_m - 12^h = 1^h 18^m - 12^h =$

$= 25^h 18^m - 12^h = 13^h 18^m$

Для восходящего источника $\cos t = -\operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\delta$ (из сферической тригонометрии)

t - часовой угол источника в момент восхода; тогда $|t - t_\odot| = |\alpha_\odot - \alpha|$

α - прямое восхождение источника

31 декабря $\alpha_\odot = \frac{365-81}{365} \cdot 24^h \approx \frac{4}{5} \cdot 24^h = 0{,}8 \cdot 24^h = 19{,}2^h$