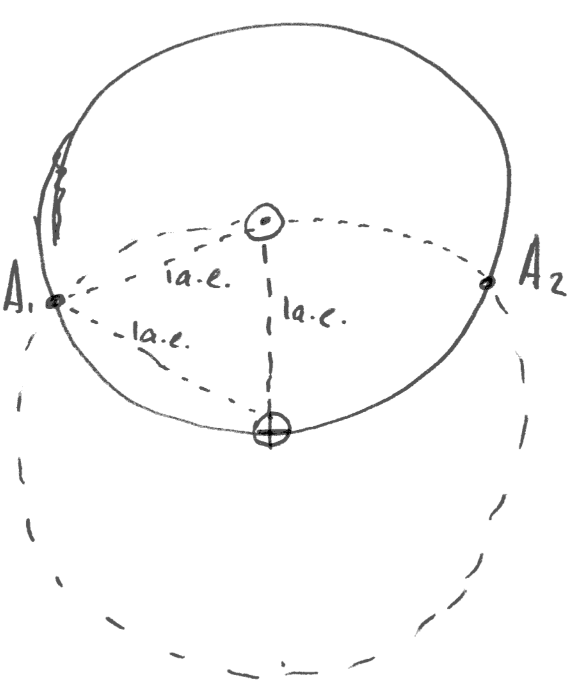
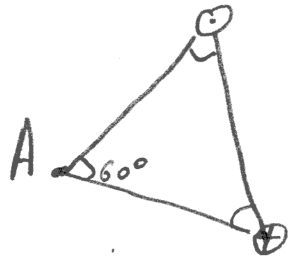
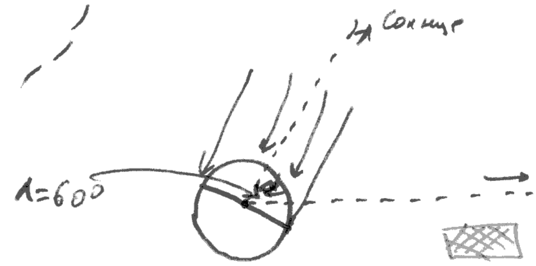
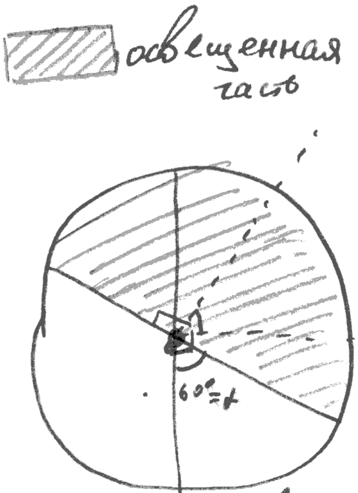
# Задача 4

$A_1, A_2$ – возможные точки нахождения астероида

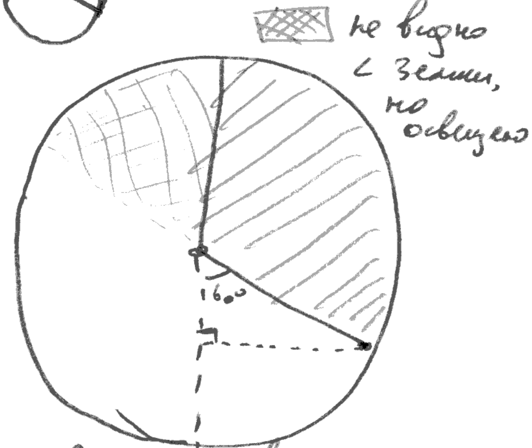


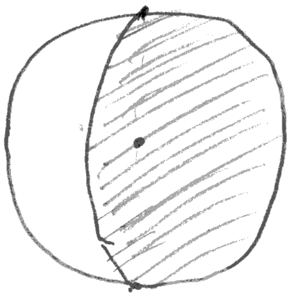




Вид с сев. полюса мира




Вид с сев. полюса



Вид с Земли

$$\frac{\Phi}{\Phi_{max}} = \frac{S_{вид}}{S_{диск}}$$

$$\frac{S_{вид}}{S_{диск}} = \frac{1+\cos\alpha}{2}$$

$$\frac{E_{отн}}{E_{абс}} = \frac{\Phi}{\Phi_{max}} = \frac{S_{вид}}{S_{диск}} = \frac{1+\cos 60^\circ}{2}$$

$$\frac{E_{отн}}{E_{абс}} = 3/4$$

$$m_{вид} - M_{абс} = -2{,}5 \lg\left(\frac{E_{вид}}{E_{абс}}\right)$$

$$m_{вид} - m_{абс} = -2{,}5 \lg\left(\frac{3}{4}\right) = 2{,}5 \lg\left(\frac{4}{3}\right) \approx 2{,}5 \cdot \cancel{0{,}1}^m = \cancel{0{,}25}$$

$$= \boxed{0{,}313^m}$$

Задача 2

$dp = \rho g\, dh$ — $R_г$ — универсальная газовая постоянная

$\cancel{p_{пов} = \rho_{ср} g}$ — $R$ — радиус планеты

$M_{рен} = \rho_{ср}\cdot\frac{4}{3}\pi R^3 = 1{,}24\ г/см^3\cdot\frac{4}{3}\cdot 3{,}14\cdot(764\ км)^3$

$\left(M_{рен} \approx 5\cdot(770_{км})^3\cdot(10^5)^3\ г = 5930\cdot 5\cdot 10^{18}\ г = \right.$
$\left. = 2{,}965\cdot 10^{19}\ кг\right)$

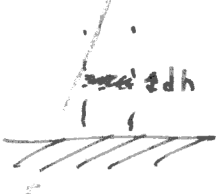
$G\frac{Mm}{R^2} = mg$ $\qquad g = G\frac{\rho_{ср}\frac{4}{3}\pi R\cdot R^2}{R^2} = G\rho_{ср}\cdot\frac{4}{3}\pi R$

$V_{атм} = \frac{4}{3}\pi\left((R+dh_a)^3 - R^3\right) = \frac{4}{3}\pi\, dh_a\cdot 3R^2 = 4\pi R^2 dh_a$

Считая атмосферу ~~изотермической~~ адиабатической: $pV^\gamma = const$

$\gamma = \frac{7}{5}$

$p^\gamma V^\gamma = \nu^\gamma R_г^\gamma T^\gamma$



$dp = -\rho g\, dh$ $\qquad \rho = \frac{pM}{RT}$

$\cancel{\frac{dp}{p} = -\frac{gM}{RT}dh}$ $\qquad \cancel{\int_0^{p_{пов}}\frac{dp}{p} = \frac{gM}{RT}\int_0^{h_{атм}} dh}$

$\frac{p^\gamma\cdot V^\gamma}{T^\gamma} = const$

$p\cdot V^\gamma = const$

$dp = -\frac{gM}{R}\frac{p}{T}dh$ $\qquad \boxed{\frac{dp}{gM} = -\frac{p\,dh}{R_г T}}$ $p_{пов}$

$p^{1-\gamma}T^\gamma = const$

$\cancel{dp = -\frac{gM}{R}\frac{p\cdot p^{1-\frac{1}{\gamma}}dh}{p_{пов}^{1-\gamma}\cdot T_{пов}^\gamma}}$ $\qquad \cancel{\frac{dp}{p^{1/\gamma}} = -\frac{gM}{R\, p_{пов}^{\frac{1}{\gamma}-1}\, T_{пов}}\cdot dh}$

$T^\gamma = \frac{p_{пов}^{1-\gamma}T_{пов}^\gamma}{p^{1-\gamma}}$

$d\nu\cdot R_г T = (R+h)^2\cdot 4\pi\cdot dh$

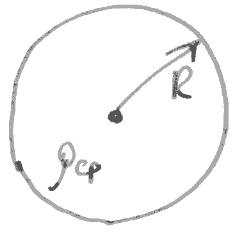
$(R^2+2Rh+h^2)\cdot\frac{p\,dh}{R_г T} = d\nu$

$d\nu = -\frac{dp}{gM}(R^2 + \underbrace{2Rh}_{\to 0} + \underbrace{h^2}_{\to 0})$

$\int_0^{N/N_a} d\nu = -\frac{R^2}{gM}\int_0^{p_{пов}} dp$ $\qquad N = \frac{N_a R^2}{Mg}p_{пов}$

026

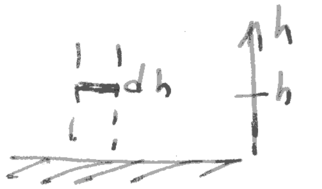
Задача 2)



$$\begin{cases} M_{рем} = \rho_{ср} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \\ G\frac{Mm}{R^2} = mg \end{cases}$$ — приравниваем $F_{тяж}$ и $F_{грав}$

(*) $$\boxed{g = G\,\rho_{ср}\frac{4}{3}\pi R}$$

Здесь и далее универсальная газовая постоянная — $R_c$ (в этой задаче)



$dp = -\rho g\, dh \qquad \rho = \frac{p\mu}{R_c T} \quad (pV = \nu R_c T)$

$$dp = -\frac{g\mu}{R_c}\cdot\frac{p}{T}\,dh$$

(1) $$\boxed{\frac{p\,dh}{R_c T} = -\frac{dp}{g\mu}}$$

$d(pV) = d(\nu R_c T)$

$p\,dV = d\nu\, R_c T \qquad dV = 4\pi(R+h)^2\,dh$

$$\frac{p\cdot 4\pi(R+h)^2\,dh}{R_c T} = d\nu \qquad (2)\ \boxed{d\nu = \frac{p\,dh}{R_c T}\cdot 4\pi(R+h)^2}$$

Из (1) и (2)

$$d\nu = -\frac{dp}{g\mu}\cdot 4\pi(R+\cancel{h})^2 \qquad \left|d\frac{N}{N_a}\right| = dp\cdot\frac{1}{\frac{g\mu}{4\pi R^2}}$$

$$\int_0^{p_{пов}} dp = \int_0^{N_\Sigma} dN\cdot\frac{g\mu}{4\pi R^2}\cdot\frac{1}{N_a}$$

из (*):

$$p_{пов} = N_\Sigma\cdot\frac{\mu}{4\pi R^2 N_a}\cdot G\,\rho_{ср}\frac{4}{3}\cancel{\pi R}$$

$$p_{пов} = \frac{N_\Sigma}{N_a}\cdot\frac{\mu}{R}\cdot\frac{G\rho_{ср}}{3}$$

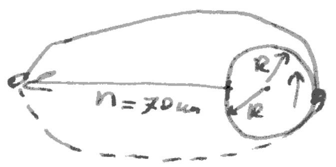
$$p_{пов} = \frac{2{,}5\cdot10^{29}}{6\cdot10^{23}}\cdot\frac{32\cdot10^{-3}}{764\,000}\cdot\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot1240}{3}$$

$p_{пов} \simeq 2\cdot10^{-8}$ Па $\qquad$ $\boxed{\text{Ответ: } p_{пов} \simeq 2\cdot10^{-8}\ \text{Па}}$

Задача 5. Т.к. мы ищем мин. скорость, корабль должен взлетать из перилуна (???) и стыковаться в аполуне (снова не подходит апоаср)

периастр не подходит

$$V_п = \sqrt{GM_л\left(\frac{2}{a} - \frac{1}{R}\right)}$$



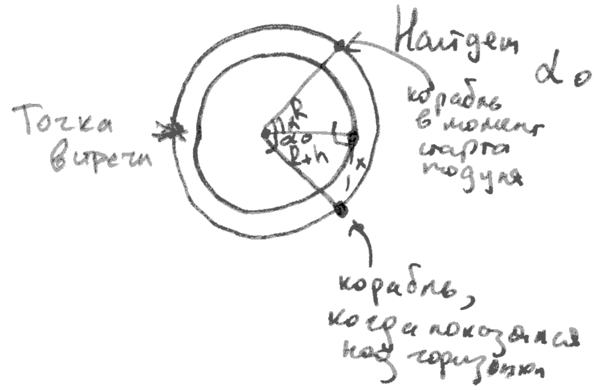

$$V_{s t} = V_п - \cancel{V_{луна}}_{\to 0} = V_п$$

$$\left(V_{луна} = \frac{2\pi}{T_л}\cdot R_л\right)$$

$$a = \frac{2R+h}{2} = R + \frac{h}{2}$$

$$\Delta t_{пол} = \frac{1}{2}T\left(R+\frac{h}{2}\right) = \frac{1}{2}\cdot T(R+h)\cdot\left(\frac{R+h/2}{R+h}\right)^{3/2} =$$

$$= \frac{T_{кор}}{2}\left(1 - \frac{h/2}{R+\cancel{h}_{\to 0}}\right)^{3/2} = \frac{T_{кор}}{2}\left(1 - \frac{h}{2R}\right)^{3/2} \quad (1)$$




Найдем $\alpha_0$:

$$x = \sqrt{(R+h)^2 - R^2} = \sqrt{2Rh + \cancel{h^2}_{\to 0}}$$

$$\operatorname{tg}\alpha_0 = \frac{x}{R} = \sqrt{\frac{2h}{R}} \qquad h \ll R$$

$$\alpha_0 \approx \sqrt{\frac{2h}{R}}$$

(2) $\Delta t_{пол} = \Delta t_{пол\,кор}$

(3) $\Delta t_{пол\,кор} = T_{кор}\cdot\frac{180° - \alpha}{360°} = \frac{T_{кор}}{2}\left(1 - \frac{\alpha}{\pi}\right)$

Из (1)-(3), зная что $h \ll R$:

$$1 - \frac{3h}{2R} + \cancel{\frac{3h^2}{4R^2}} - \cancel{\frac{h^3}{8R^3}} = 1 - \frac{2\alpha}{\pi} + \cancel{\frac{\alpha^2}{\pi^2}}$$

$$1 - \frac{3}{2}\cdot\frac{h}{2R} = 1 - \frac{\alpha}{\pi} \qquad \boxed{\alpha = \pi\cdot\frac{3h}{4R}}$$

Задача 5. Продолжение

$$T_{кор}^2 = \frac{4\pi^2}{GM_л}(R+h)^3$$

$$\frac{\alpha+\alpha_0}{2\pi} = \frac{\Delta t}{T_{кор}} \qquad \Delta t = T_{кор}\cdot\left(\frac{\frac{3h}{8R}+\sqrt{\frac{2h}{R}}}{2\pi}\right)$$

$$V_л = \sqrt{GM_л\frac{2R-R-h/2}{R(R+h/2)}} = \sqrt{GM_л\frac{R-h/2}{R(R+h/2)}}$$

$$V_л \simeq \sqrt{GM_л\cdot\frac{1}{R}} \simeq \sqrt{\frac{6{,}67\cdot 10^{11}}{1{,}7\cdot 10^{6}}}$$

$$V_л \simeq 200\sqrt{10}\ м/с \simeq 600\ м/с$$

$$T_{кор} \simeq 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM_л}}$$

$$\Delta t \simeq \sqrt{\frac{R^3}{GM_л}}\left(\frac{3h\pi}{4R}+\sqrt{\frac{2h}{R}}\right)$$

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2hR^2+\frac{9}{16}h^2\pi^2R}{GM_л}}$$

$R \simeq 1700$ км

$M_л \simeq 10^{22}$ кг

$$\Delta t = \sqrt{\frac{(3400+11{,}1\cdot 70)\,10^3\cdot 1700\cdot 70\cdot 10^6}{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 10^{22}}}$$

$$\Delta t \simeq \sqrt{\frac{5\cdot 10^{17}}{6{,}67\cdot 10^{11}}} \qquad \Delta t \simeq 10^3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} \simeq \boxed{850\ с}$$

Ответ: стартовать в направлении в плоскости движения корабля по касательной к планете* со скоростью

$$V = \sqrt{GM_л\frac{R-h/2}{R(R+h/2)}} \simeq 600\ м/с$$ через время $$\Delta t = \sqrt{\frac{2hR^2+\frac{9}{16}\pi^2h^2R}{GM_л}} \simeq 850\ с$$ после появления корабля на горизонте

* в направлении движения корабля (в ту же относительно Луны сторону, а не в противоположную

Задача 1

$$\Delta m = -2{,}5 \lg \frac{E_2}{E_1}$$

$m_{max} = 4^m$

$m_{min} = 16^m$

$R_\odot = 6500$ км

$$E_2 = E_1 \cdot 10^{-0{,}4\Delta m}$$

$$\frac{E(max)}{E(min)} = 10^{-0{,}4(m_{max}-m_{min})}$$

$$\frac{E_{max}}{E_{min}} = \left(\frac{R_{max}}{R_{min}}\right)^2$$

$$\frac{R_{max}}{R_{min}} = 10^{-0{,}2(m_{max}-m_{min})}$$

$$R_{max} = 10^{2{,}4} \cdot R_{min}$$

$$R_{min} = 5 \cdot 10^2 R_\odot$$

$$R_{cp} = \frac{R_{min}+R_{max}}{2} \simeq \frac{R_{max}}{2} = 10^{4{,}4} \cdot \frac{5}{2} R_\odot$$

$$V = \omega R_{cp} = \frac{2\pi}{T} R_{cp} = \frac{\cancel{2}\pi}{T} 10^{4{,}4} \cdot \cancel{2} R_\odot \cdot 5$$

Вывод: $V = \frac{\cancel{2}\pi}{T} \cdot 5 \cdot 10^2 R_\odot \, 10^{0{,}2(m_{min}-m_{max})}$

$$V \simeq \frac{3{,}14}{409 \cdot 24 \cdot 3600} \cdot 500 \cdot 6500 \cdot 10^3 \cdot 10^{2{,}4}$$

$$\boxed{V \simeq 7{,}0 \cdot 10^4 \text{ м/с} \simeq 70 \text{ км/с}}$$ ← ответ

Ох6

Задача 3

$$\Delta t_{0\,ср\,сейчас} = \frac{\overset{52}{(2\cdot 24+4)}_{ч} + \overset{131}{(5\cdot 24+11)}_{ч}}{2} = 91,5\ ч$$

$$e_{\oplus} \to 0$$

$$\cancel{\frac{\Delta t_{0\,ср}}{T_{Земли}} = \frac{\Delta t_{лет\,назад}}{T_{апсид}} \Rightarrow \Delta t_{л.\,назад} = \frac{T_{апсид}}{T_{Земли}}\cdot \Delta t_{0\,ср}}$$

$\cancel{\Delta t_{л.\,назад}}$

$$\frac{\Delta t\ (\text{Новый год — мин. перигелия})}{T_{Земли}} = \frac{\Delta t_{лет\,назад}}{T_{апсид}}$$

$$\Delta t_{л.н.} = T_{апсид}\cdot\frac{\Delta t_{min}}{T_{Земли}} \simeq 112\cdot 10^3\ лет\cdot\frac{(2\cdot 24+4)\ ч}{365,25\cdot 24\ ч}$$

$$\Delta t_{л.н.} \simeq \frac{112\cdot 10^3}{7\cdot 24}\ лет = \frac{16}{24}\cdot 10^3\ лет = 6,7\cdot 10^2\ лет$$

$$T \simeq 2020 - \Delta t_{л.н.} \simeq 2020-670 \simeq 1350\ год$$

$\boxed{\text{Ответ: в} \simeq 1350\ \text{году}}$