№1.

Если в максимуме блеска звезду можно увидеть невооруженным глазом, то её звёздная величина в этот момент будет равна $\approx 6^m$. Таким образом, разница блеска на минимуме и максимуме составит 10^m, что равно разнице освещённости:

$$\frac{E_1}{E_2} = 10^{0,4\cdot\Delta m} = 10^4 = 10000$$ – следствие формулы Погсона.

Считая, что звезда находится на постоянном расстоянии от наблюдателя, а её температура постоянна, можно сказать, что изменение освещённости является следствием увеличения размеров звезды (ибо $E \sim L$, а $L \sim R^2$). Таким образом, от минимума до максимума радиус звезды меняется в $\sqrt{\frac{E_1}{E_2}} = \sqrt{10000} = 100$ раз.

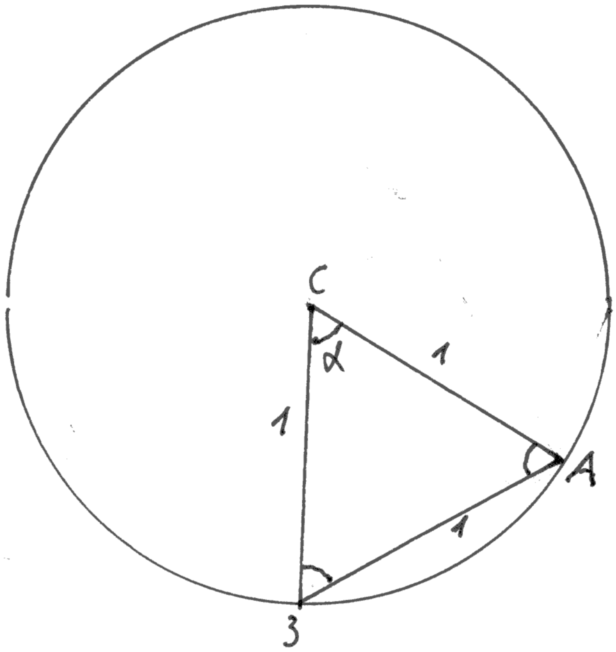
Приняв $R_1 = 5\cdot10^2 R_\odot$ за минимум, максимум составит $R_2 = 5\cdot10^4 R_\odot$, тогда средняя скорость расширения оболочки $= V = \frac{R_2 - R_1}{T} =$

$$= \frac{50000R_\odot - 500R_\odot}{409 \text{ суток}} = \frac{45000\cdot700\,000\text{км}}{409 \text{ суток}} \approx 70000000\text{км/сутки} \approx$$

$$\approx \frac{7\cdot10^7\text{км}}{8{,}6\cdot10^4 c} \approx 800\text{км/с}.$$

При этом, если принять известный радиус за максимум, то ΔR останется тем же, что не повлияет на значение скорости.

Ответ: 800км/с.



На рисунке:

С – Солнце, З – Земля,

А – астероид.

Считая расстояние от Солнца до Земли постоянным и равным 1 а.е, получим равносторонний треугольник, тогда $\alpha = \frac{180°}{3} = 60°$.

Сразу отметим, что если речь идёт об абсолютной звёздной величине объекта Солнечной системы, то фаза объекта $\Phi = 1$.

В момент же, описанной в задаче, фаза будет отличной от 1.

фазовый угол $e = 60°$, $\Rightarrow$ $\varphi = \frac{1+\cos e}{2} = 0{,}75$.

Считая, что блеск астероида прямо пропорционален площади освещённой части диска, получим, что $\frac{E_1}{E_2} = \frac{\varphi_1^2}{\varphi_2^2}$ (квадрату фазы, ибо фаза – отношение освещённого радиуса к полному) $\approx \frac{1}{0{,}75^2} \approx$ $\approx \frac{1}{0{,}5625} \approx 1{,}75$, $\Rightarrow$ $E_1 \approx 1{,}75 E_2$. Известно, что разница блеска в 1^m даёт разницу освещённостей в 2,512 раз, $\Rightarrow$ в нашем случае $\Delta m \approx 0{,}5^m$.

Ответ: $0{,}5^m$.

Т.к. нас интересует оценочное значение, возьмём среднее число молекул в атмосфере $\approx 2{,}5 \cdot 10^{29}$ молекул, что эквивалентно количеству вещества $\nu = \frac{N}{N_A} \approx \frac{2{,}5 \cdot 10^{29}}{6 \cdot 10^{23}} \approx \frac{1}{2} \cdot 10^6 \approx 5 \cdot 10^5$ моль, где N_A - число Авогадро.

~~Аналогично...~~

Оценим массу Геи:

$M = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$ - без калькулятора такое считать не очень приятно, поэтому проще сравнить Гею с Землей!

$\frac{M_Г}{M_З} = \frac{\rho_Г}{\rho_З} \cdot \left(\frac{R_Г}{R_З}\right)^3 \approx \frac{1}{4{,}5} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^3 \approx \frac{1}{4{,}5} \cdot \frac{1}{512} \approx \frac{1}{2300}$, $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ масса Геи $\approx$ в 2300 раз меньше массы Земли, $\Rightarrow$

$M_Г = \frac{M_З}{2300} \approx \frac{6 \cdot 10^{24}\text{кг}}{2{,}3 \cdot 10^3} \approx 3 \cdot 10^{21}$кг.

Можно отметить, что среднее давление в атмосфере Земли ≈ 200мм. рт.с. $= 2 \cdot 10^5$ Па (при нормальных условиях).

Масса атмосферы Геи составит:

$m = M(O_2) \cdot \nu = 32$г/моль $\cdot 5 \cdot 10^5$моль $\approx 160 \cdot 10^5$г $\approx 16 \cdot 10^6$г $\approx 16 \cdot 10^3$кг ≈ 16000кг ≈ 16Т.

Ускорение свободного падение на поверхности Геи можно найти, опять сравнив Гею с Землей:

т.к. $g = \frac{GM}{R^2}$, $\Rightarrow$ $\frac{g_Г}{g_З} = \frac{M_Г}{M_З} \cdot \left(\frac{R_З}{R_Г}\right)^2 \approx \frac{1}{2300} \cdot (8^2) \approx \frac{64}{2300} \approx \frac{1}{37}$, $\Rightarrow g_Г \approx 0{,}4$м/с^2.

Тогда, атмосфера Геи "весит" примерно 6400Н

Давление у поверхности будет равно:

$p \approx \frac{F}{\pi R^2} \approx \frac{6400\text{Н}}{3 \cdot (760)^2 \cdot (1000)^2} \approx \frac{6{,}4 \cdot 10^3}{3 \cdot (7{,}6)^2 \cdot 10^4 \cdot 10^6} \approx \frac{2 \cdot 10^3}{55 \cdot 10^{10}} \approx \frac{1}{27 \cdot 10^7}$ Па $\approx$

$\approx 0{,}4 \cdot 10^{-7}$ Па.

Ответ: $0{,}4 \cdot 10^{-7}$ Па.

Чтобы определить период вращения основного корабля вокруг Луны, сравним корабль с Луной:

$m_к \approx m_л$ (оба значения пренебрежимо малы в сравнении с массой объекта, вокруг которого происходит вращение).

$a_л \approx \frac{384000}{1700}$ $a_к \approx 200 a_к$.

$M_З \approx 80 M_л$.

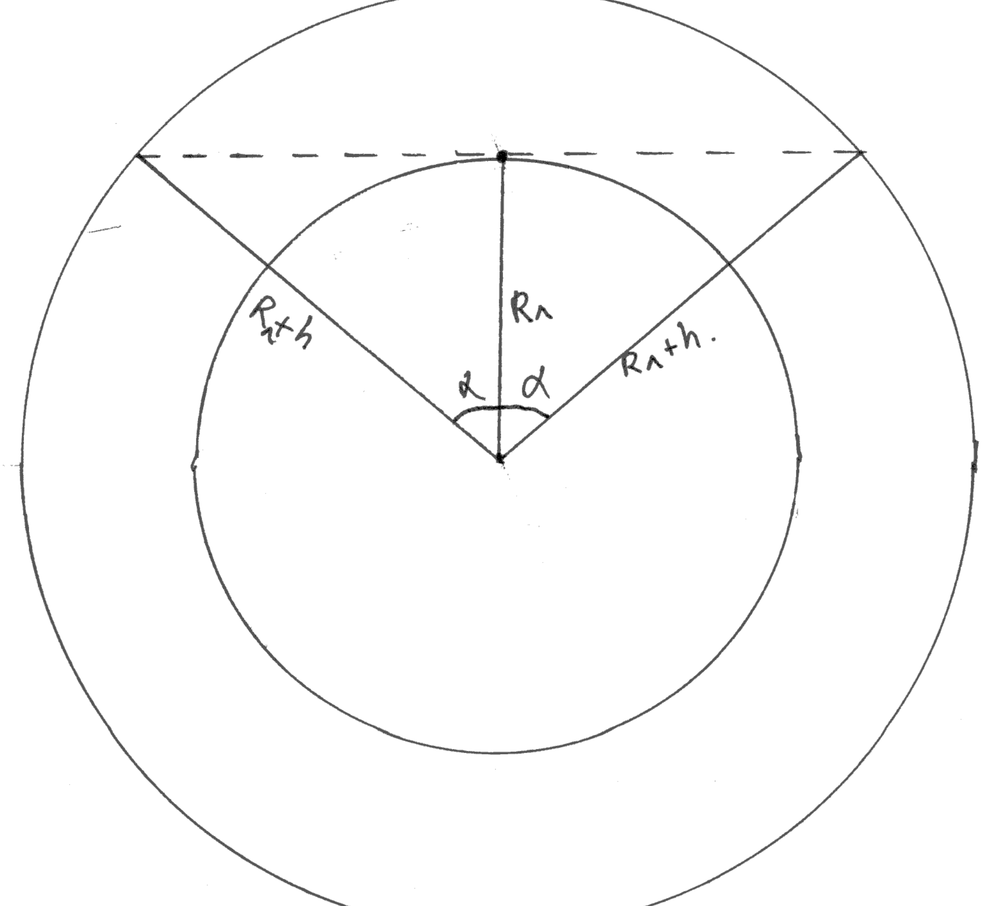
Исходя из Третьего Закона Кеплера, $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{a^3}{GM}}$, =>

=> $T \sim \sqrt{a^3} \cdot \sqrt{\frac{1}{M}}$, таким образом $\frac{T_л}{T_к} = \sqrt{\frac{a^3_л}{a^3_к}} \cdot \sqrt{\frac{M_з}{M_л}} \approx$

$\approx \sqrt{200^3} \cdot \sqrt{\frac{1}{80}} \approx \sqrt{(2 \cdot 10^2)^3} \cdot \frac{1}{9} \approx \sqrt{8} \cdot \sqrt{10^6} \cdot \frac{1}{9} \approx$

$\approx 3 \cdot 10^3 \cdot \frac{1}{9} \approx 0{,}3 \cdot 10^3 \approx 300$, => период вращения Луны вокруг Земли примерно в 300 раз больше периода вращения корабля вокруг Луны.

$T_к = \frac{T_л}{300} \approx \frac{27{,}3 \text{ суток}}{300} \approx \frac{1}{10}$ суток $\approx 2{,}5$ часов.



025

Из рисунка видно, что корабль будет виден, на самом деле, практически на половине своей орбиты (ибо $2\arccos\left(\frac{R}{R+h}\right) \approx 180°$, т.к. $h << R$).

Для того, чтобы потратить как можно меньше топлива, нужно, чтобы модуль проходил наименьшее возможное расстояние до стыковки, равное h. Это будет возможно, когда на момент стыковки основной корабль будет ровно над точкой старта, а модуль будет стартовать вертикально вверх.

Найдём первую космическую скорость для Луны, в очередной раз сравнив Луну с Землей:

$$v_I = \sqrt{\frac{GM}{R}}, \Rightarrow v_I \sim \sqrt{M} \cdot \sqrt{\frac{1}{R}}, \Rightarrow \frac{v_{I_З}}{v_{I_Л}} = \sqrt{\frac{M_З}{M_Л}} \cdot \sqrt{\frac{R_Л}{R_З}} \approx$$

$$\approx 9 \cdot \sqrt{\frac{1}{4}} \approx 9 \cdot \frac{1}{2} \approx 4,5.$$

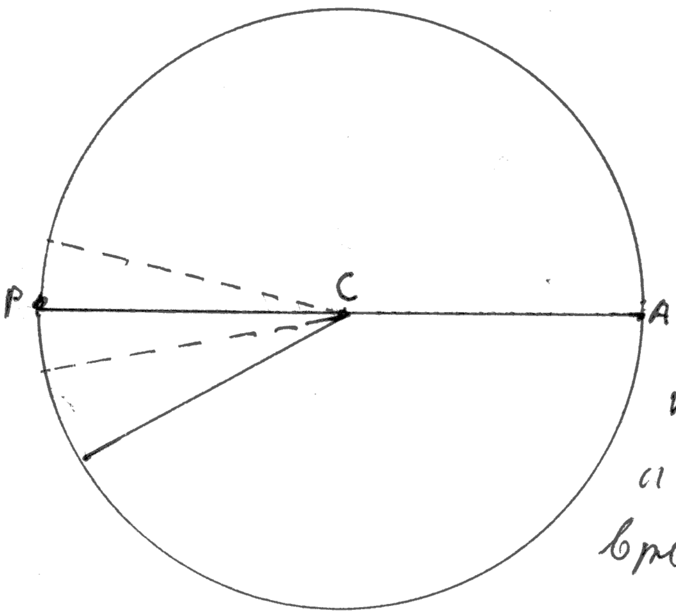
Зная, что первая космическая скорость для Земли $\approx$ 8км/с, аналогичная для Луны составит $\approx$ 2км/с – именно с такой скоростью должен стартовать модуль для максимальной экономии топлива.

Таким образом, выход на расчётную орбиту займёт примерно 45 секунд.

Тут стоит отметить, что вращение Луны вокруг своей оси не сильно изменит период вращения корабля ($T_к \approx 5ч$), ибо $T_к << T_л$ (2,5 часов против $\approx$ 27,3 суток)

Таким образом, модулю нужно стартовать вертикально вверх со скоростью $\approx$ 2км/с через $\approx$ 1414 минуты после того, как основной корабль покажется над горизонтом.

Период вращения Земли вокруг Солнца $T \approx 365.2422$ суток, Таким образом, время прохождения Землей перицентра своей орбиты „съезжает" на $\approx 0{,}2422$ суток, но в итоге от части компенсируется високосными годами (в каждом 4 году - 366 календарных дней, а не 365).



C – Солнце, P и A – точки перицентра и апоцентра Земной орбиты соответственно. Пунктиром выделена зона (в очень плохом масштабе), куда может „попадать" Солнце в одно и то же время каждый год. Из-за вышеописанной системы эта зона сама по себе неизменна, и очень медленно съезжает в результате вращения линии апсид Земной орбиты. Сплошной линией показана зона, во время которой Солнце теоретически может попасть в перицентр своей орбиты хоть раз за какое-то количество лет. Такая „зона" была:

$\frac{112000 \text{ лет}}{360^\circ} \cdot 1{,}25 \approx \overset{= 1^\circ \text{ поворота}}{400 \text{ лет}} \cdot \overset{= \text{суток до новогодней полночи}}{1{,}25 \text{ суток}} \approx 500$ лет назад, т.е. примерно в 1500 году.

Ответ: 1500 год.