№2 стр. 1 219

Для того, чтобы найти атмосферное давление у поверхности, нужно знать, какой вес ~~атмосферы~~ давит на $1 м^2$ площади поверхности. Этот вес (на Рее) будет иметь цилиндр с радиусом $\sqrt{\frac{1 м^2}{\pi}}$ и высотой h — высотой (толщиной) атмосферы Реи, которую будем искать в дальнейшем; в этом, похоже, и заключается основная и самая сложная часть данной задачи.

~~Плотность атмосферы нам дана; находим массу через нее эту плотность и объём выбранного цилиндра: $V = Sh = h\cdot 1 м^2$; $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m =$~~

Для начала можно найти массу атмосферы Реи: $\nu = \frac{N}{N_A}$, $m = \nu M_r(O_2) = \frac{N M_r(O_2)}{N_A}$ (ν — кол-во вещ-ва атмосферы, N — число молекул в атмосфере, N_A — число Авогадро; $N_A = 6{,}022\cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$; $M_r(O_2)$ — молярная масса (молекулы) кислорода; $M_r(O_2) = 2A_r(O) = 2\cdot 16 = 32$ г/моль).

Тогда давление можно найти по формуле: $p = \frac{P}{S} = \frac{mg}{S}$; S — площадь поверхности Реи, g — ускорение свободного падения у её поверхности. $S = 4\pi R^2$, $g = \sqrt{\frac{GM}{R^2}}$;

$M = \rho\cdot V = \frac{4}{3}\pi R^3\cdot\rho$; $\Rightarrow g = \sqrt{\frac{G\cdot\frac{4}{3}\rho\pi R^3}{R^2}} = \sqrt{G\frac{4}{3}\rho\pi R}$;

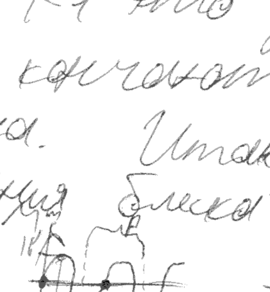
$$p = \frac{mg}{S} = \frac{m\sqrt{\frac{4}{3}\rho\pi RG}}{4\pi R^2} = \frac{N\cdot M_r(O_2)\sqrt{\frac{4}{3}\rho\pi RG}}{4\pi R^2 N_A} \approx$$

$$\approx \frac{2{,}5\cdot 10^{29}\cdot 32\sqrt{\frac{4\cdot 1{,}24\cdot 3{,}14\cdot 764\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot \cancel{10^3\cdot 10^3}}{3}}}{4\cdot 3{,}14\cdot 764\cdot 764\cdot 6{,}022\cdot 10^{23}} \approx$$

Ответ: Па. $\approx$ Па

~~№~~ №1

Если предположить, что в максимуме звезда имеет максимально доступную ~~по формуле~~ человеческому глазу звёздную величину $m_2 = 6^m$, то можно найти разность абсолютных звёздных величин: $m_1 - m_2 = (M_1 + 5 - 5\lg r) - (M_2 + 5 - 5\lg r) = M_1 - M_2 = 16^m - 6^m = 10^m$ ($m = M + 5 - 5\lg r$ — преобразованная формула Погсона для нахождения видимой звёздной величины через абсолютную M и через расстояние до звезды r; (величины с индексом 1 относятся к минимуму блеска, с индексом 2 — к максимуму блеска). Эта разность нам нужна для нахождения ~~изменения~~ отношения радиусов звезды в минимуме и в максимуме через формулу Погсона и через формулы для нахождения светимости звезды: $M_1 - M_2 = -2{,}5 \lg \frac{L_1}{L_2} = -2{,}5 \lg \frac{\cancel{4\pi} R_1^2 \cancel{\sigma} T_1^4}{\cancel{4\pi} R_2^2 \cancel{\sigma} T_2^4} = -2{,}5 \lg \frac{R_1^2}{R_2^2}$ (T_1^4 и T_2^4 сократились, т.к. по условию задачи $T_1 = T_2$ ($T = const$)); $2{,}5 \lg \frac{R_2^2}{R_1^2} = 10$; $\lg \frac{R_2^2}{R_1^2} = \frac{10}{2{,}5} = 4$; $\frac{R_2^2}{R_1^2} = 10^4$; $\frac{R_2}{R_1} = 10^2$. Если вспомнить эволюцию звёзд, то можно заметить, что если бы у звезды R_2 был бы равен $5 \cdot 10^2$ радиусов Солнца, то исходный был бы $R_1 = \frac{R_2}{10^2} = 5\ R_\odot$; а такая звезда вполне себе может ~~стала бы~~ пульсировать, ведь у неё ~~её порошку не хватило бы~~ достаточно энергии для данного процесса. Т.о., определяем, что данный в условиях задачи радиус подходит для R_2, а вот для R_1 это уже многовато, т.к. такие звёзды чаще кончают взрывом сверхновой, давая до нелегкого ядра. Итак, $R_1 = 5 R_\odot$. Если представить себе график изменения блеска звезды, то приблизительно он выглядел так:



Из графика очевидно, что за данный в условиях задачи период оболочка звезды пройдёт два изменения своего радиуса. Отсюда можно найти среднюю скорость: $\overline{v} = \frac{2(R_2 - R_1)}{P} = \frac{2 \cdot 495\ R_\odot}{409 \cdot 24 \cdot 3600}$ только для этого стоит ~~как~~ радиус Солнца; его можно посчитать, зная его массу и среднюю плотность: $\rho_\odot = 1{,}4$ кг/м³; $m_\odot \approx 330\ m_\oplus \approx 330 \cdot 6 \cdot 10^{24} = 1{,}98 \cdot 10^{30}$ кг

$\rho_\odot = \frac{m_\odot}{V_\odot}$; $V_\odot = \frac{m_\odot}{\rho_\odot} = \frac{1{,}98 \cdot 10^{30}}{1{,}4} \approx \frac{14 \cdot 10^{29}}{10} \approx 14 \cdot 10^{29}$; $V_\odot = \frac{4}{3}\pi R_\odot^3$; $R_\odot = \sqrt[3]{\frac{3 V_\odot}{4\pi}}$

$\ldots \sqrt[3]{\ldots 14 \cdot 10^{29}} \approx 10^9 \cdot \sqrt[3]{100} \approx 4 \cdot 10^9$ м $= 4 \cdot 10^6$ км;

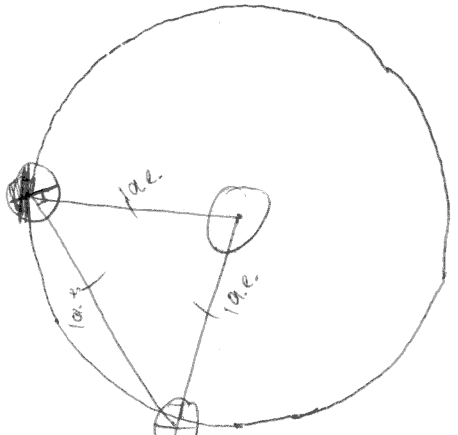
стр. 2

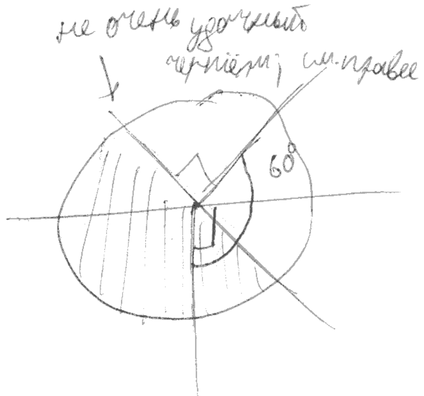
$$v = \frac{495 \cdot \cancel{4} \cdot 6 \cdot 10^{4}}{409 \cdot \cancel{12}_3 \cdot 36 \cdot \cancel{10^{2}}} \approx \frac{10^4}{108} \approx \frac{10^{\cancel{4}\,2}}{\cancel{10^2}} = 10^2 \text{ км/с}.$$

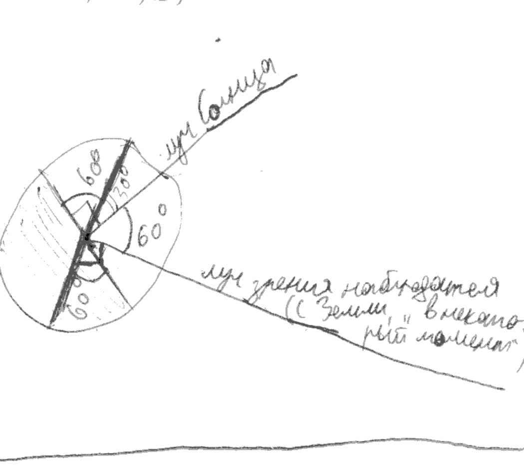
Ответ: 100 км/с

№ 4 Полную фазу наблюдатель может видеть только тогда, когда луч его зрения перпендикулярен ~~центру~~ ~~границе~~ диаметру полностью освещённого диска; значит, чтобы увидеть абсолютную звёздную величину объекта, ему придётся „присесть" на Солнце. А в данный в условиях задачи „некоторый момент" Земля, Солнце и астероид вообще образуют равносторонний треугольник, т. к. расстояние между Землёй и Солнцем принято за 1 а.е. Пусть в этот момент наблюдатель сидит на Земле. Тогда можно найти угол между терминатором и ~~с~~ затенённым краем видимого диска объекта. Треугольник получился равносторонним, значит, у него все углы по 60°, из геометрических построений можно найти, что угол между терминатором и ~~затенённ~~ затенённой частью астероида (при наблюдении с Северного полюса эклиптики) также равен 60°; отсюда можно посчитать, что ~~зат~~ затенённая часть ~~види~~ диска, видимого с Земли, составляет 1/3 от площади всего видимого диска. По формуле Погсона можно найти нужную нам разницу звёздных величин: $m_1 - m_2 = -2,5 \lg \frac{E_1}{E_2} = -2,5 \lg \frac{S_1}{S_2} = -2,5 \lg \frac{S}{\frac{1}{3}S} = -2,5 \lg 3 = -1,125^m$

Ответ: $-1,125^m$





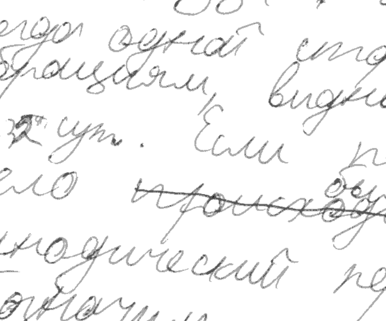


№5 Радиус Луны примерно в 4 раза меньше радиуса Земли, т. е. примерно составляет 1600 км (данное округление сделано для удобства в счёте; в реальности радиус Луны примерно равен 1738 км, радиус Земли — 6372 км). Если [illegible] корабль пренебрежимо лёгкий по сравнению с Луной и летит без ~~двигателей~~ включения двигателей, то период его обращения, а через него и скорость, можно найти через III закон Кеплера: $\frac{T^2}{a^3}=\frac{4\pi^2}{G(M_1+m)}$, $m \ll M_1$, $a=R_1+h$;

$T = 2\pi a\sqrt{\frac{a}{GM_1}} = 2\pi(R_1+h)\sqrt{\frac{R_1+h}{GM_1}}$; $v_1 = \frac{2\pi(R_1+h)}{T} = \frac{2\pi(R_1+h)\sqrt{GM_1}}{2\pi(R_1+h)\sqrt{R_1+h}} = \sqrt{\frac{GM_1}{R_1+h}}$ (M_1 — масса Луны; она составляет примерно 1/81 массы Земли; $M_\oplus \approx 5{,}8\cdot 10^{24}$ кг).

Вертикально вверх модулю лететь не стоит: часть топлива уйдёт на возвращение к главному кораблю и на „догонялки" с ним (~~завис~~ первое или второе зависит от скорости корабля относительно поверхности). Прямо по лучу зрения в направлении корабля (когда корабль на горизонте) лететь также бессмысленно, т.к. корабль за время полёта модуля успеет сместиться, и опять придётся его догонять. Кроме того, Луна имеет ~~в~~ собственное вращение вокруг своей оси, период которого примерно равен сидерическому периоду обращения Луны вокруг Земли (из-за ~~т~~ чего, кстати, Луна видна повёрнутой почти всегда одной стороной к Земле; разве что иногда, благодаря либрациям, видны маленькие кусочки обратной стороны Луны) 27,32 сут. Если посчитать (для удобства вычислений), что дело ~~происходило~~ было на экваторе, то можно найти синодический период ~~спутника~~ корабля: $\frac{1}{S}=\left|\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right|$; $S=\left|\frac{T_1T_2}{T_2-T_1}\right|$, за T_1 обозначим период обращения Луны, за T_2 — найденный период ~~спутника~~ корабля.

Для того, чтобы выйти на орбиту ~~спутника~~ корабля, ~~вертик~~ минимальное значение вертикальной составляющей начальной скорости у поверхности модуля должно равняться первой космической скорости Луны: $v_y = v_{I\,к.л} = \sqrt{g_1R_1} = \sqrt{\frac{GM_1}{R_1}}$



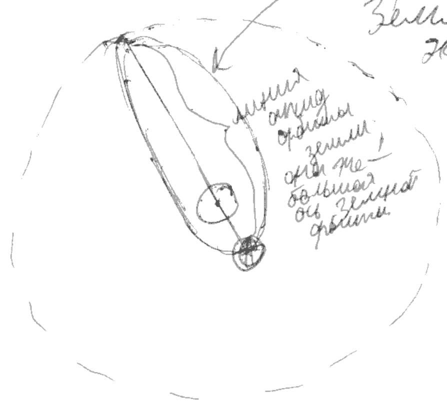
В момент, когда корабль был виден с модуля на горизонте, угол между направлениями из центра Луны на корабль и на модуль составлял $\alpha = \arccos\frac{R_1}{R_1+h}$. Пусть β — угол, который корабль пройдёт по орбите за время полёта модуля t, а γ — угол, который пройдёт относительно центра Луны модуль за время t своего полёта

$\alpha = \beta + \gamma$

Пусть модуль взлетает под некоторым углом δ к горизонту. ~~Импульсы мгновенны (по условию задачи), так что вращение Луны вокруг своей оси нам не помогает.~~ Луна вращается; значит, модулю стоит некоторое время подождать, чтобы потратить меньше топлива: часть пути „проедет" на Луне. Из этого уже считаем, что ~~модуль~~ корабль летит навстречу осевому вращению Луны. Пусть ~~в~~ в на орбите корабля вертикальная скорость модуля равна нулю. Тогда находим время подъёма: ~~t~~ $\cancel{\frac{v}{g}}$ $\frac{v_I \sin\delta}{t} = g_Л$; $t = \frac{v_{I\,Л} \sin\delta}{g_Л} = \frac{R_Л \sqrt{\frac{GM_Л}{R_Л}}}{GM_Л} \sin\delta$;

~~по δ~~ над поверхностью Луны пролетит $l = \frac{2\pi R_Л \gamma}{180^\circ}$

№3



в реальности орбита Земли гораздо менее эксцентрична; чертёж сделан таким для большей наглядности.

(1 год $\ll 1{,}2 \cdot 10^3$ лет).

Найдём синодический период обращения Земли и линии апсид её орбиты относительно Солнца:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_\oplus} - \frac{1}{T_Л}; \quad S = \frac{T_\oplus T_Л}{T_Л - T_\oplus} \approx 1 \text{ год}$$