Хим-13.

N 2

1) Давление p атмосферы равно отношению силы F, с которой атмосфера действует на площадь поверхности Феи, к этой площади S: $p = \frac{F}{S}$

2) В роли силы выступает гравитация

$F = \frac{GMm}{R^2}$, где G - гравитационная постоянная, M - масса Феи, m - масса ее атмосферы, R - ее радиус.

3) Масса Феи равна произведению её объема V на среднюю плотность ρ:

$M = V\rho$, где $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ - объем шара, т.к Фея имеет такую форму.

$\Rightarrow \quad M = \frac{4}{3}\pi R^3$.

$\Rightarrow \quad F = \frac{G \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 m}{R^2} = \frac{4G\pi R m}{3}$

4) Площадь поверхности Феи - шара - равна $4\pi R^2$: $S = 4\pi R^2$

$\Rightarrow \quad p = \frac{4G\pi R m}{3 \cdot 4\pi R^2} = \frac{GRm}{3R}$

5) Массу атмосферы можно вычислить из соотношения $\frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A}$, где μ - молярная масса кислорода, N - число молекул в атмосфере, N_A - постоянная Авогадро.

$\Rightarrow \quad m = \frac{\mu N}{N_A}$

Хим-13

$\Rightarrow \quad p = \dfrac{G\rho\mu N}{3RN_A}$; плотность в кг/м^3, молярная масса в кг/моль.

$$p = \frac{6,67\cdot10^{-11}\cdot1,24\cdot10^{3}\cdot32\cdot10^{-3}\cdot2,5\cdot10^{20}}{3\cdot7,64\cdot10^{5}\cdot6,022\cdot10^{15}} \approx$$

$$\approx \frac{6,67\cdot10^{2}\cdot10^{4}}{3\cdot7,64\cdot6,022} \approx \underline{4\cdot10^{4}\ \text{Па}}$$

N1

1) Отношение освещенностей в максимуме E_{max} и в минимуме E_{min} равно

$\dfrac{E_{max}}{E_{min}} = \dfrac{L_{max}}{L_{min}}$, т.к. расстояние до звезды остается неизменным, где L_{max} – максимальная светимость, L_{min} – минимальная.

2) По закону Стефана-Больцмана светимость прямо пропорциональна квадрату радиуса R звезды и температуре T в четвертой степени: $L \sim R^2T^4$

$\Rightarrow \dfrac{L_{max}}{L_{min}} = \dfrac{R_{max}^2T^4}{R_{min}^2T^4}$, температура не меняется $\Rightarrow \dfrac{L_{max}}{L_{min}} = \dfrac{R_{max}^2}{R_{min}^2}$

$$\Rightarrow \frac{E_{max}}{E_{min}} = \left(\frac{R_{max}}{R_{min}}\right)^2$$

Хим-13

3) По формуле Погсона $\frac{E_{max}}{E_{min}} = 10^{0,4(m_{min}-m_{max})}$

где m_{min} – видимая звездная величина в минимуме, m_{max} – в максимуме.

Разница в 10 величин ($m_{min} = 16^m$, $m_{max} = 6^m$ – предел глаза) дает ~~разницу~~ разницу в освещенности в 10000 раз

$$\Rightarrow \frac{E_{max}}{E_{min}} = 10000$$

$$\Rightarrow \left(\frac{R_{max}}{R_{min}}\right)^2 = 10000$$

$$\Rightarrow \frac{R_{max}}{R_{min}} = \sqrt{10000} = 100$$

$R_{min} = 5\cdot 10^2 R_0$ по условию

$$\Rightarrow R_{max} = R_{min}\cdot 100 = 5\cdot 10^4 R_0$$

4) Скорость движения оболочки V равна отношению разности наибольшего и наименьшего радиусов $R_{max} - R_{min}$ ко времени его изменения t: ~~$V = (R_{max}$~~

$$V = \frac{R_{max} - R_{min}}{t}.$$

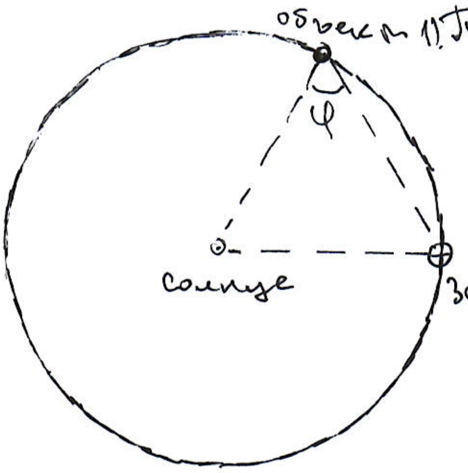
5) За период изменения блеска T звезда возвращается к изначальному состоянию $\Rightarrow$ время от максимума до минимума $t = \frac{T}{2} = \frac{409}{2} = 204{,}5$ сут.

Хим-13

б) $V = \frac{5\cdot10^4 - 5\cdot10^2}{204.5} = \frac{5\cdot10^2(10^2-1)}{204.5} \approx$

$\approx \frac{5\cdot10^2\cdot99}{204,5} \approx \frac{10^2\cdot99}{40,9} \approx \underline{2\cdot10^2 \text{ ко/сут}}$

N 4



1) По условию, объект находится в 1 а.е. от Солнца и от Земли. Земля находится в 1 а.е. от Солнца => Солнце, Земля и объект находятся в вершинах правильного треугольника.

2) Фазовым углом φ называется угол между направлением на приходящие на объект лучи и направлением на тело, с которого мы наблюдаем. В данном случае это угол между отрезками Солнце-объект и объект-Земля. Т.к. в правильном треугольнике все углы равны 60°, $\varphi = 60°$.

3) Фаза объекта $\Phi_м$ вычисляется по формуле $\Phi_м = \frac{1+\cos\varphi}{2}$. Отсюда

$\Phi_м = \frac{1+\cos 60°}{2} = \frac{1+\frac{1}{2}}{2} = \frac{3}{4}$.

4) По формуле Погсона $M - m = 2.5\lg\frac{E_m}{E_M}$, где M - абсолютная звездная величина, m - видимая, Em - освещенность от объекта с ~~величин~~ блеском ~~м~~ m, EM - освещенность от объекта с звездной величиной M.

Хим - 13

5) По условию, ~~освещенности~~ все параметры, кроме фазы, одинаковые; $E \sim \varphi$

$$\Rightarrow \frac{E_m}{E_M} = \frac{\varphi_m}{\varphi_M}, \quad \varphi_M \text{ - фаза объекта}$$

при расчете абсолютной звездной величины, $\varphi_M = 1$ по условию.

$$\Rightarrow \frac{E_m}{E_M} = \varphi_m$$

$$\Rightarrow M - m = 2{,}5 \lg \varphi_m.$$

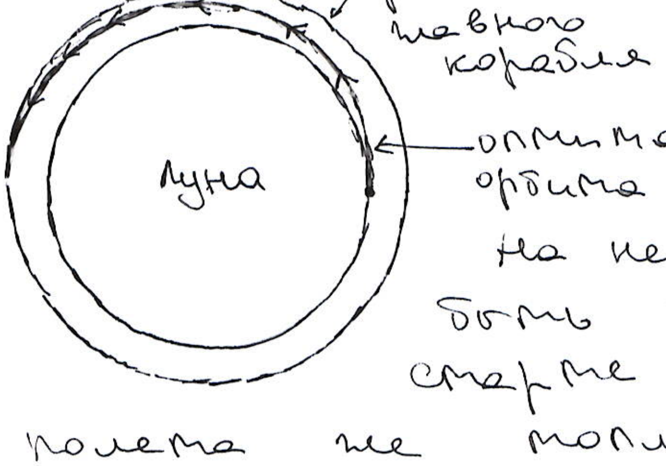
$$\Rightarrow m - M = -2{,}5 \lg \varphi_m$$

$\Delta M = m - M$ - искомая разница в звездных величинах

$$\Delta m = -2.5 \lg \frac{3}{4} \approx -2.5 (\lg 3 - \lg 4) \approx$$

$$\approx -2{,}5 (0{,}5 - 0{,}6) \approx \underline{0{,}25^m}$$

N 5



1) Оптимальной орбитой для модуля будет аналог полуэллипса Гомана-Цандера. На ней двигатель должен быть включен только при старте и состыковке, во время полета же топливо не расходуется.

2) Вычислим время полета по такой орбите. Модуль вернулся

Хим-13

бы на место отправления через период обращения T.

2) Сравним его орбиту с движением Луны вокруг Земли и воспользуемся третьим уточненным Ньютоном законом Кеплера: $$\frac{T_☾^2 (M_\oplus + M_☾)}{T^2 M_☾} = \frac{a_☾^3}{a^3},$$ где

T – период обращения Луны, $M_\oplus$ – масса Земли, $M_☾$ – масса Луны, $a_☾$ – большая полуось орбиты Луны, a – большая полуось орбиты модуля.

$$\frac{M_\oplus + M_☾}{M_☾} = 1 + \frac{M_\oplus}{M_☾}$$

$$\Rightarrow \frac{T_☾^2}{T^2} \cdot \left(1 + \frac{M_\oplus}{M_☾}\right) = \frac{a_☾^3}{a^3}$$

$$\Rightarrow T^2 = \frac{T_☾^2 \left(1 + \frac{M_\oplus}{M_☾}\right) a^3}{a_☾^3}$$

$$\Rightarrow T = T_☾ \sqrt{\left(1 + \frac{M_\oplus}{M_☾}\right) \cdot \left(\frac{a}{a_☾}\right)^3}$$

3) Большая ось орбиты модуля равна сумме ~~равна~~ удвоенного радиуса Луны $R_☾$ и высоты орбиты лунного аппарата. h

$\Rightarrow$ Большая полуось a равна этой сумме, деленной на 2: $a = \frac{2R_☾ + h}{2} = R_☾ + \frac{h}{2}$

$a = 1730 \text{ км} + \frac{70}{2} \approx 1770 \text{ км}$; $M_\oplus \approx 80 M_☾$

(Хим – 13)

$$\Rightarrow T = 27{,}23 \cdot 24 \sqrt{(1+80)\cdot\left(\frac{1770}{384000}\right)^3} \approx$$

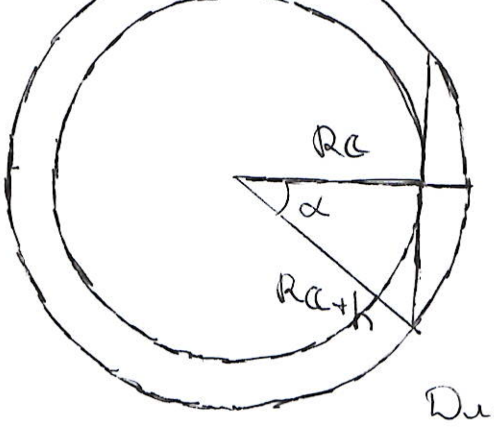
$$\approx 27{,}23 \cdot 24 \cdot 9 \sqrt{\left(\frac{1770}{384000}\right)^3} \approx 27{,}23 \cdot 24 \cdot 9 \sqrt{\frac{1}{213^3}} \approx$$

$$\approx \frac{27{,}23 \cdot 24 \cdot 9}{15^3} \approx \frac{27{,}23 \cdot 8}{5^3} \approx \frac{218}{125} \approx 1{,}8 \text{ ч}$$

4) Стартовать нужно перпендикулярно поверхности Луны. Периоды модуля и спутника будут очень близки из-за небольшого различия больших полуосей

=> нужно стартовать, когда главный корабль будет близок к зениту, в плоскости его орбиты; полет будет длиться примерно 0,9 часа

5) Найдем, через сколько времени после появления на горизонте спутник окажется в зените.

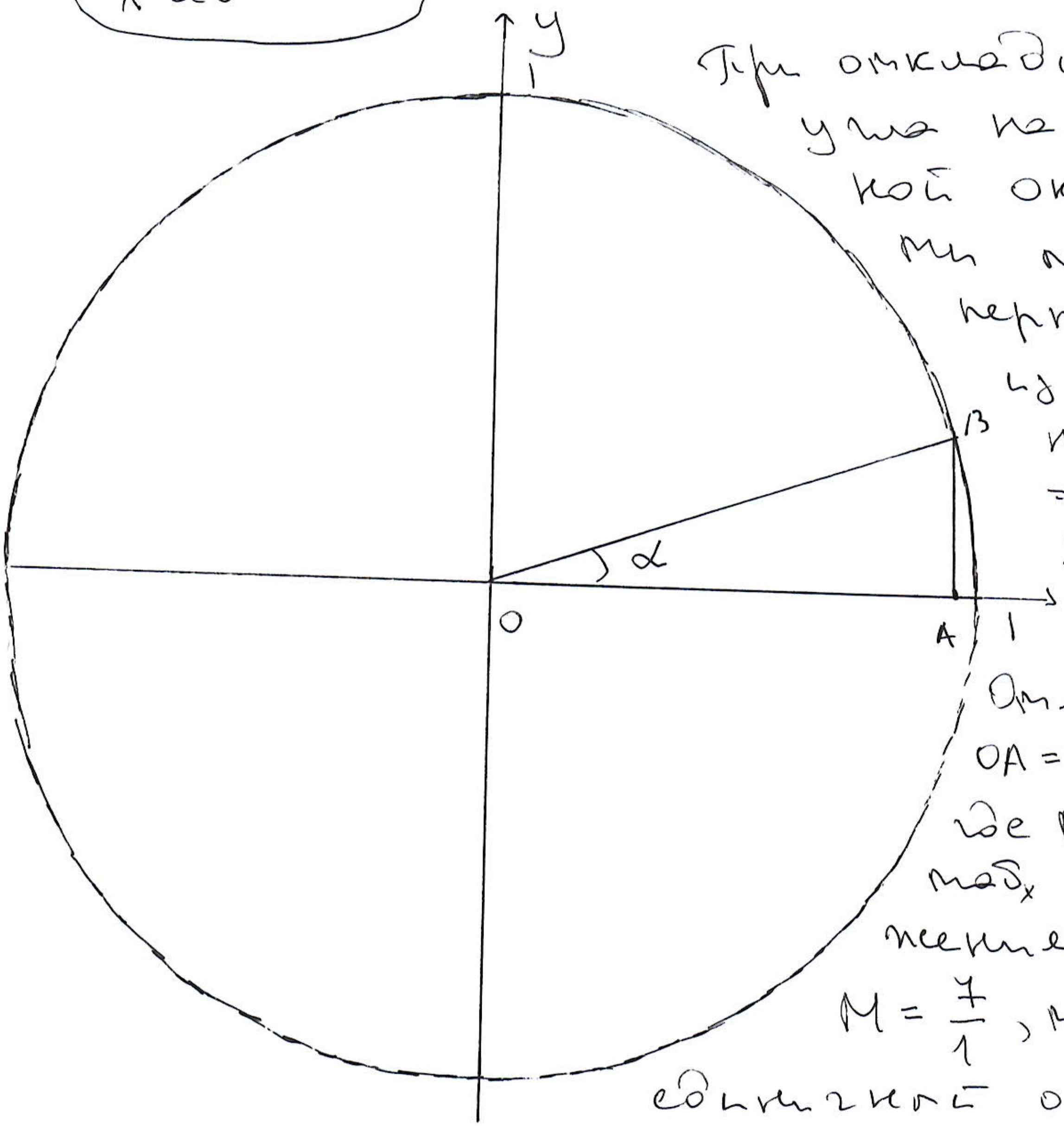


Пусть α – угол, который спутнику нужно пройти по орбите.

$$\cos\alpha = \frac{R_л}{R_л+h} = \frac{1730}{1800} = 1 - \frac{70}{1800} \approx 1 - \frac{1}{25} \approx 0{,}96$$

Для нахождения самого угла по косинусу воспользуемся единичной окружностью в прямоугольной системе координат.

Х им – 13



При откладывании угла на единичной окружности проводим перпендикуляр из точки B на ось X $\Rightarrow OA = \cos\alpha$.

Отложим $OA = \cos\alpha \cdot M$, где M – масштаб изображения.

$M = \frac{7}{1}$, т.к. единичный отрезок на окружности равен 7 см. $\Rightarrow OA = 0{,}96 \cdot 7 = \approx 6{,}7$ см. Восстановим перпендикуляр AB и с помощью транспортира найдём градусную меру угла α: $\alpha \approx 20^\circ$

Далее по пропорции найдём время, t, за которое главный корабль пройдёт 20° по орбите:

$$\frac{t}{T} = \frac{\alpha}{360^\circ}$$

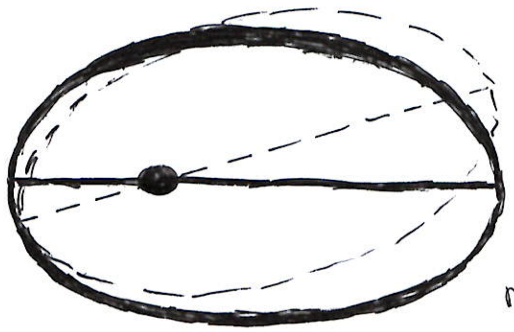
$$\Rightarrow t = \frac{T\alpha}{360^\circ}$$

$$t = \frac{1{,}8 \cdot 20}{360} = \frac{1{,}8}{18} = 0{,}1\ 2 \approx 6 \text{ минут.}$$

Хим-13

=> Модуль должен стартовать через 6 минут после появления мачты корабля на горизонте.

N 3



Линия апсид — прямая соединяющая апоцентр и перицентр орбиты.
Для Земли - это прямая, соединяющая афелий и перигелий
За период вращения линии апсид делает полный оборот относительно Солнца.