

Первоначально, заметим что мы не можем определить точнее место где находится спутник, так как слишком большая разница в масштабах. Затем, заметим что мы не можем найти отношение масштабов картинок, что сразу бы дало нам радиус (диаметр) спутника, так как искривление кольца на первой картинке чересчур мало, и получается ну очень большая погрешность. Давайте просто посчитаем все что видим на картинках, и посмотрим что получится.

$$R_{\text{сп}} \approx 9 R_{\text{З}} = 9 \cdot 6400 \approx 58000 \text{ км.}$$

Массу Сатурна я не помню, поэтому давайте предположим, что его плотность чуть выше чем у Юпитера, но меньше чем у Луны или Земли,

$$1,3 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$$3,3 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$$5,5 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$$\text{т.е. } \rho \approx 2 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$$M = \frac{4}{3} \rho R^3 \cdot 50 = 4 \rho R^3 = 8 R^3 = (2R)^3 \approx 10^5 \text{ км}^3$$

$$M = (2R)^3 \cdot 10^9 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} : 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{см}^3} \cdot 10^6 = (2R)^3 \cdot 10^{12} = 10^{27} \text{ кг.} - \text{ что, в целом, похоже на правду.}$$

Я тут придумал способ нахождения разницы масштабов, так как скорее всего первая картинка это не край самого края кольца, а спутник находится в тонкой белой полоске (ее видимой) толщиной которой  $\sim 0,3 \text{ мм}$ , а на первой картинке ее же толщина составит  $5 \text{ мм}$ , что дает нам масштаб  $5 : 0,3 = 19 : 1 \approx 15 : 1$ .

см. лист 3  
\*\*

Но мы можем понять что это очень неточно,

поэтому измерим расстояние между этой полоской и гранью кольца, и получим:

$0,9:47 = 1:50$  - что почти стандартный масштаб, а значит, вероятнее всего он такой и есть.

На картинке спутник занимает 1,1 мм, и, если считать это расстояние до него примерно равно расстоянию от Saturna до наблюдателя, то его размер на второй картинке ~~зависит~~ -  $\frac{1,1}{50} \approx \frac{11}{500} \approx \frac{1}{45}$  мм.

И на ней Saturn, диаметром 120000 км занимает 52 мм.

$$\frac{120000}{52} \cdot \frac{1}{45} = \frac{8000}{52 \cdot 9} = \frac{24000}{26 \cdot 9} = \frac{6000}{13 \cdot 9} = \frac{2000}{13 \cdot 3}$$

$= \frac{2000}{39} \approx \frac{2000}{40} = 50$  км. - что, конечно, очень мало, но мы не должны забывать о том что Saturna луча мелких спутников.

Давайте найдем фазу Saturna:

$$\varphi = \frac{x}{R} = \frac{4,5 \text{ мм}}{52 \text{ мм}} = \frac{1}{12,5} = \frac{2}{25}$$

Заметим, что угол между Землей ~~и Saturna~~ Saturna и Saturna:

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \varphi; \quad \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1,5}{5}; \quad \cos \frac{\alpha}{2} = 0,3$$

$$\left. \begin{array}{l} \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \\ \cos 45^\circ \approx 0,7 \end{array} \right\} \Rightarrow \cos \alpha \approx 0,3$$

$$\frac{\alpha}{2} \approx 80^\circ$$

(Это очень сильное приближение, но без калькулятора ничего лучше придумать не могу)

$\alpha = 160^\circ$  - ~~что Saturna~~ что Saturna

реалистично. \*\*\*  
см. лист 3

070 лист 2/2  
(плоскость)

Нарисуем картинку, заметив что направление к звезде, в целом, совпадает с направлением на Солнце.



\* см на листе 3

Заметим, что этот угол  $\alpha$  как-то слишком велик, но, возможно на этом Солн рассвет?

$$\alpha = \sin \Delta \cdot \Delta = \frac{1^\circ}{57} \cdot \Delta, \text{ где } \Delta - \text{ наибольшая полуось}$$

Сатурна, и, по правилу Пиндуса-Бюде около 10 а.е, но в реальности она ближе 11 а.е.

$$\alpha = \frac{1}{57} \cdot 11 \text{ а.е.} \cdot 150 \cdot 10^6 = 10^7 \cdot 3 = 3 \cdot 10^7 \text{ км} = 30 \cdot 10^6 \text{ км} -$$

- получили реально много, но ладно.

Давните по III з. Ж. К. найдем какие-нибудь соотношения, считая массу спутников  $\ll$  массе Сатурна:

$$\frac{a_c^3}{T_c^2} = \frac{a_T^3}{T_T^2} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

$$\frac{a_c^3}{a_T^3} \cdot T_T^2 = T_c^2 ;$$

$$T_c = \sqrt{\frac{a_c^3}{a_T^3} \cdot T_T^2} = \sqrt{\frac{4,2^3}{30^3} \cdot 16^2} = \sqrt{\frac{4,6^3}{27000} \cdot 16^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{27000}{1,6} \cdot 16^2} = \sqrt{70000 \cdot 16} \approx \sqrt{4000000} \approx \sqrt{4 \cdot 10^6} = 2 \cdot 10^3 \text{ дней} =$$

$$= 2000 \text{ дней}$$

Вероятно, это какой-то ~~то~~ очень маленький и  
очень далекий спутник, типа как Титан для  
Сатурна. Посчитаем ~~срок~~ среднее ~~время~~  
~~то~~ период пересечений спутников:

$\frac{1}{S} = \left| \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right| \approx \frac{1}{16}$ , а значит  $S = 16$  дней. Но в  
реальности, такие странновое спутники  
как наш часто имеют большой  
эксцентриситет и/или не лежат  
в плоскости орбиты других спутников,  
так что возможно, они будут ~~то~~ очень  
редко в сепарации.

Далее, я упомянул про Титан что его ~~диаметр~~  
явно больше 50 км, а значит, если у него со  
спутником приблизительно одинаковая  
плотность, то и масса у него больше.

Но ~~то~~ проблема в том, что если мы сохраним  
скорость Титана при его переносе, то он  
скорее всего вылетит за орбиту вояжера, разбив  
в косм. скорости на этой высоте. (Проверяя  
это я не буду, потому что на расчеты ~~нужно~~  
спутник ~~Ланоса~~ ~~вряд ли~~). А если мы его  
перенесем на орбиту спутника без сохранения  
скорости, то он просто упадет на Сатурн и  
т.д. ~~Т.д.~~

Давайте ~~чтобы~~ посчитаем линейные скорости  
спутника и Титана, может это что-нибудь даст:

$$v = \frac{2\pi R}{T}; \quad v_c = \frac{2\pi \cdot 6 \cdot 30 \cdot 10^6}{2000 \cdot 86400} \approx \frac{6 \cdot 30}{170} \approx \frac{720}{170} \approx 1,1 \text{ км/с.}$$

$$v_T = \frac{6 \cdot 12 \cdot 10^6}{16 \cdot 86400} = \frac{7 \cdot 10^6}{1,5 \cdot 10^5} = \frac{70}{1,5} \approx 45 \text{ км/с}, \text{ и очевидно}$$

что 45 значительно больше 1,1.

\*\*\*.

Давайте будем считать что орбиты и <sup>содержательная</sup> спутника и Титана круговые. Тогда их <sup>содержательная</sup> скорость ~~скорость~~ равна первой космической на их высоте, а  ~~$v_{\text{орб}} = \sqrt{GM/r}$~~   $v_2^2 v_{\text{I}} = v_{\text{I}}$ , т.е. нам нужно чтобы линейная скорость Титана была бы больше чем  $v_2^2$  линейной скорости спутника. Неожиданно, но скорость ~~Титана~~ в 40 раз больше чем скорость спутника, из чего очевидно что он волеет за пределы сферы влияния Сатурна, даже не особо потеряв в скорости. А, так как ~~IV~~ космическую скорость я считать не хочу, то можно сказать что очевидно, что ~~из-за~~ скорость Титана при выходе из ~~сферы~~ сферы влияния, будет около  ~~$v_{\text{I}}$~~   $v_{\text{I}}$ , что, ~~считать же,  $v_{\text{I}}$  больше IV косм. скорости, т.к.~~ больше чем  $v_2^2$ . (<sup>линейную</sup> ~~круговую~~ скорость Сатурна).  
 Это есть, в результате, Титан волеет за пределы Солнечной системы.

См \*\*\*

\* Можно заметить, что мы можем пренебречь расстоянием ~~по сравнению~~ по другим осям, так как они явно малы по сравнению с 30 млн. км.

\*\* Можно заметить, что ~~на~~ на второй картинке участок Белой-серой - чуть-чуть Белого встречается только на границе кольца, в остальных местах либо неправильная последовательность, либо вместо серого, очень сильно темной серой.

\*\*\* Из такой большой ~~фразы~~ фразы можно понять, что наблюдатель находится не на Земле, так как Сатурн - внешняя планета для Земли, и его просто невозможно увидеть в такой фазе

\*\*\*~~\*\*\*~~ Я допустил ошибку в вычислениях, которая увеличивает скорость Титана в 10 раз. Тем не менее, это сокращает фазы вылета Титана из сферы влияния, но отменяет вылет за пределы Солнечной системы, т.е. практически Титан станет спутником Солнца.

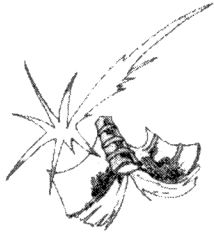
Кстати, можно посчитать уточненную массу ~~Титана~~ Сатурна по III зк:  $\frac{a^3}{T^2} = \frac{4\pi^2}{GM}$

$$\frac{(1,2 \cdot 10^9)^3}{(16 \cdot 86400)^2} \cdot \frac{6,67 \cdot 10^{-11}}{40} = \frac{1}{M}$$

$$\frac{1,6 \cdot 10^{27}}{3 \cdot 10^0 (1,5 \cdot 10^5)^2} \cdot \frac{6,67 \cdot 10^{-11}}{40} = \frac{1}{M}$$

$$\frac{10,2 \cdot 10^{17}}{1,5 \cdot 40} \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} = \frac{1}{M}$$

$$10^{17} \cdot 10^{-12} = \frac{1}{M}$$



XXVII Санкт-Петербургская  
астрономическая олимпиада  
практический тур

2020

1  
марта

9 класс

На двух фотографиях ниже представлены спутник Сатурна, движущийся во внешней области колец, и сам Сатурн (негатив). Известно, что в момент съемки спутник находился в плоскости, перпендикулярной кольцам и проходящей через центры Солнца и Сатурна. Угол между плоскостью колец и направлением на Солнце при наблюдении со спутника составляет  $1^\circ$ . Радиус Сатурна в 9 раз больше радиуса Земли.

Оцените диаметр спутника, а также период его обращения вокруг Сатурна. Как часто этот спутник бывает в соединении с другим спутником Сатурна – Титаном? Титан делает один оборот вокруг Сатурна по орбите радиусом 1.2 миллиона километров за 16 дней. Опишите, что произойдет, если поместить Титан на орбиту этого спутника.

