НАГ-5

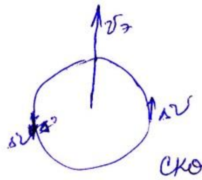
Задача №4

Сначала заметим, что раз существует оксид титана, значит температура довольно низкая.

скорость вращения звезды $\Delta v = v_э - v_г = \frac{\Delta\lambda_1}{\Delta\lambda}c - \frac{\Delta\lambda_2}{\Delta\lambda}c =$

на границе

на экваторе



$$= \frac{\Delta\lambda_1 - \Delta\lambda_2}{\lambda}c = \frac{0,1}{5170,4}c = \frac{3\cdot10^7}{5170,4} = 5,8\cdot10^3\ \frac{м}{с}$$

скорость вращения не должна превышать первую космическую: $v_I = \sqrt{G\frac{M}{R}} \Rightarrow$ $v_I^2 = G\frac{4}{3}\pi\frac{R^3}{R}\rho = G\frac{4}{3}\pi\rho R^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow R = \frac{v_I}{\sqrt{G\frac{4}{3}\pi\rho}} \Rightarrow R \geq \frac{v_I}{\sqrt{G\frac{4}{3}\pi\rho}}$. Нам нужно чтобы звезда была как можно меньше $\Rightarrow$

$$R = \frac{v_I}{\sqrt{G\frac{4}{3}\pi\rho}} \qquad \sqrt{G\frac{4}{3}\pi\rho} = \sqrt{6,67\cdot10^{-11}\cdot\frac{4}{3}\cdot3,14\cdot7\cdot10^2} = \sqrt{200\cdot10^{-9}} =$$

$$= \sqrt{20\cdot10^{-8}} = 4,5\cdot10^{-4}\ с^{-1}$$

$$R = \frac{5,8\cdot10^3}{4,5\cdot10^{-4}} = 1,3\cdot10^7 м$$

По закону Стефана - Больцмана:

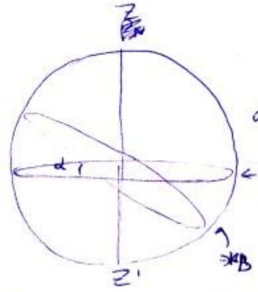
$L = \sigma T^4\pi 4R^2$; оценим наибольшую возможную температуру в 3000K.

$L = 5,67\cdot10^{-8}\cdot8,1\cdot10^{13}\cdot\pi\cdot4\cdot1,69\cdot10^{14} = 975\cdot10^{19} = 9,8\cdot10^{21}$ Вт.

Ответ: ~~10^{22} Вт~~ 10^{22} Вт.

Лист №1

Задача №1 НАГ-5



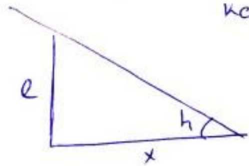
Наибольшая высота точки ~~эклиптики~~ экватора равна

$\alpha = 90 - \theta$ (θ - широта)

Солнце колеблется в диапазоне $\pm 23{,}5^\circ$ от экватора => у Солнца за год $h_{max} = 113{,}5 - \theta$

$h_{min} = 66{,}5 - \theta$

как видно из рисунка $x = \frac{l}{tg h}$



известно что

$$\frac{l}{tg h_{max}} = \frac{l}{tg h_{min}} - 2l$$

$$\left(\frac{1}{tg h_{max}} - \frac{1}{tg h_{min}}\right) = -2$$

$$tg h_{max} = \frac{tg\alpha + tg 23{,}5}{1 - tg\alpha\, tg 23{,}5}$$

$$-\frac{1 - tg\alpha\, tg 23{,}5}{tg\alpha + tg 23{,}5} + \frac{1 + tg\alpha\, tg 23{,}5}{tg\alpha - tg 23{,}5} = 2$$

$tg\alpha = n$; $tg 23{,}5 = m$ => $\frac{1+mn}{-m+n} - \frac{1-mn}{m+n} = 2$

$m + m^2 n + n + mn^2 - m + m^2 n + n - mn^2 = 2n^2 - 2m^2$

$2n + 2m^2 n = 2m^2 + 2n^2$

$n(1+m^2) = m^2 + n^2$ => $0 = n^2 - n(1+m^2) + m^2$

$D = (1+m^2)^2 + 4m^2 = m^4 + 6m^2 + 1$

$\frac{1+mn}{n-m} - \frac{1-mn}{m+n} = 2$ =>

$m + m^2 n + n + mn^2 - n + mn^2 + m - m^2 n = 2(n^2 - m^2)$

$2m(mn+1) = 2(n^2 - m^2)$

$0 = n^2 - m^2 - m^2 n - m = n^2 - nm^2 - (m^2 + m)$

$D = m^4 + 4m^2 + 4 = (m^2+2)^2$

$n = \frac{m^2 + (m^2+2)}{2} = m^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2 23{,}5}$

$m = tg\,\alpha\ ;\ n = tg\,23{,}5$

$$\frac{1+mn}{m-n} - \frac{1-mn}{m+n} = 2$$

$$\cancel{m}+m^2n+n+mn^2-\cancel{m}+n-mn^2+m^2n = 2(m^2-n^2)$$

$$2n(1+m^2) = 2(m^2-n^2)$$

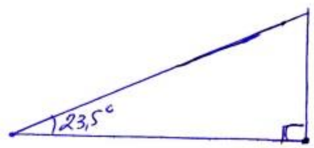
$$\cancel{n=}\ n^2 + n(1+m^2) - m^2 = 0$$

$$\cancel{D = (1+m^2)^2+4m^2 = m^4+6m^2+1}$$

$$m^2 = \frac{n+n^2}{1-n} \Rightarrow tg\,\alpha = \sqrt{\frac{tg\,23{,}5 + tg^2 23{,}5}{1-tg\,23{,}5}}$$

$$tg\,\theta = ctg\,\alpha = \sqrt{\frac{1-tg\,23{,}5}{tg\,23{,}5 + tg^2 23{,}5}}$$

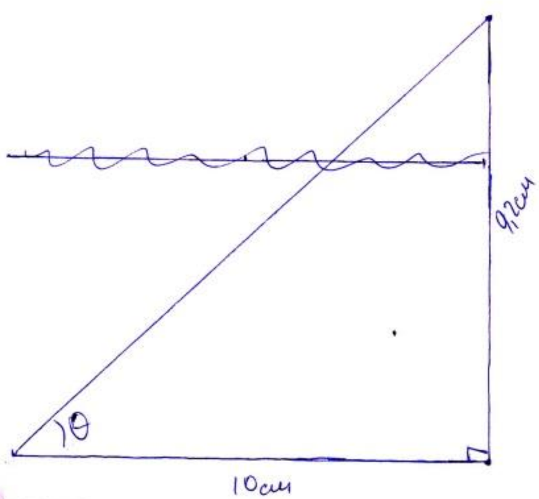
Посчитаем тангенс $23{,}5^\circ$. для этого транспортиром и линейкой построим прямоугольный треугольник с углом $23{,}5^\circ$ и измерим посчитаем отношение катетов. $tg\,23{,}5 = \frac{2{,}7}{6{,}4} = 0{,}45$.



$$tg\,\theta = \sqrt{\frac{0{,}55}{0{,}45+0{,}2}} = \sqrt{\frac{0{,}55}{0{,}65}} = \sqrt{0{,}84} = 0{,}92$$

найдем $\theta = arctg(0{,}92)$, для этого построим прямоуг. треугольник с соотв. отношением катетов и измерим θ транспортиром.

тогда $\theta = 43^\circ$.



Ответ: 43°

Лист 3

НАГ-5

Задача № 2

$M = 14{,}5 M_{Ю} = 0{,}0145 M_\odot \ll 1{,}4 M_\odot \Rightarrow$ ~~$T^2 \sim a$~~ ~~$a^3 \sim T^2(M)$~~ $a^3 \sim T^2(M+m)$

пересчитываем через Землю: $a^3 = a_\oplus^3 \cdot 1{,}4 \left(\frac{0{,}03}{360}\right)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow a^3 = a_\oplus^3 \cdot \frac{1{,}4145}{(1{,}2\cdot 10^4)^2} = \frac{a_\oplus^3}{10^8} \Rightarrow a = \frac{1}{\sqrt[3]{10}\,10^3}$ ае $= \frac{10^{2/3}\text{ае}}{10^4} =$

$= 4{,}6\cdot 10^{-4}$ а.е. $= 7\cdot 10^7$ м $\approx R_\odot \Rightarrow$ вещество спутника должно быть довольно плотным, чтобы не началась аккреция

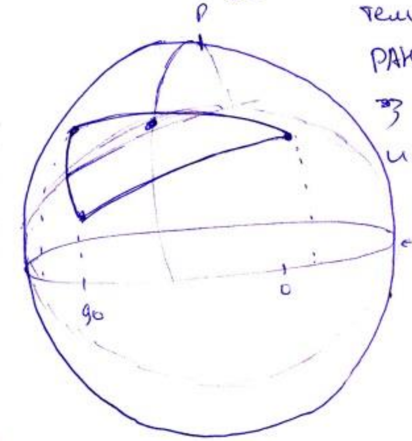
Задача №3

Будем считать, что гравитационные телескопы получили данные почти одновременно. тогда источник находился в точке с координатами ~~равными~~ центра описаной вокруг этих телескопов окружности на небесной сфере.

Мы можем заметить, что VIRGO находится на существенном удалении от LIGO, потому можем считать, что долгота места, где вспышка было в Зените (или надире) равна

$\frac{105-10}{2} = 48^\circ$ з.д. тогда широта $\varphi \approx 45$ с.ш.

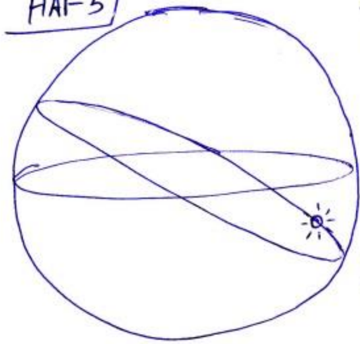
тем не менее вспышку зарегистрировал в РАН => она была для ~~них~~ них над горизонтом => разница меж найденной точкой и объектом ~~РАН~~ РАН ~~больше~~ меньше 90° =>



~~=> противоположная точка $\varphi = 45^\circ$ ю.ш. θ =~~

в точке $\varphi = 45^\circ$ с.ш., $\theta = 48^\circ$ з.д. вспышка была в зените.

HAF 5



31 декабря Солнце недавно прошло зимнее солнцестояние. Вспышка была 22^h UT $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ в точке ~~45°~~ 48 з.д. она была примерно

в ~~20^h~~ 19^h $\Rightarrow$ С Солнцем $\Delta RA = 7^h$

(Вспышка в зените $\Rightarrow$ Кульминирует)

$$RA_{\odot} = 18^h + \cancel{\frac{10}{365}}\ \frac{10 \cdot 24}{365 \cos 23{,}5} = 18^h + 0{,}8^h = 18{,}8^h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow RA_{*} = RA_{\odot} + \Delta RA = 25{,}8^h = 1{,}8^h; \quad \delta_{*} = \varphi = 45^{\circ}$$

Ответ: $\delta_{*} = 45^{\circ}$

$RA_{*} = 1{,}8^h$.

Задача №5

НАГ-5.

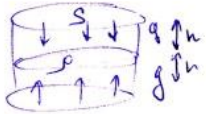
Условие гидродинамич. равновесия:

$$\frac{dp}{dh} = \rho g \quad ; \quad p = nkT = \cancel{\frac{\rho RT}{\mu}} => \frac{\rho RT}{\mu} =>$$

$$=> \frac{d\rho}{dh} = \frac{\mu g}{RT}\rho \; ;$$ ~~по теореме Гаусса:~~

$$\cancel{\Phi = m \cdot 4\pi G} \quad \cancel{m = \int \rho dV = S\int \rho dh}$$

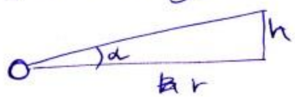
$$\cancel{2Sg = 4\pi G m}$$



$$\cancel{=> g = 4\pi G \int \rho dh}$$

$$\cancel{\frac{d\rho}{dh} = \frac{4\pi G \mu}{RT}\rho \int \rho dh => \rho = \rho_0 e}$$

~~это дифференциальное уравнение относительно ρ и оно по идее имеет решение...~~



$$g = G\frac{M}{r^2}\sin\alpha = G\frac{Mh}{r^3} =>$$

$$=> \frac{d\rho}{dh} = \frac{-GM\mu h\rho}{RTr^3} => \frac{d\rho}{\rho} = \frac{GM\mu}{RTr^3} h\,dh$$

$$\ln\rho = \frac{GM\mu}{2RTr^3}h^2 => \cancel{\rho = \rho_0 \frac{h^2 GM\mu}{2RTr^3}} \quad \rho = \rho_0 e^{\left(-\frac{h^2 GM\mu}{2RTr^3}\right)}$$

~~плотность в центре~~

Ответ: $\rho = \rho_0 e^{\left(-\frac{h^2 GM\mu}{2RTr^3}\right)}$

плотность в центре диска

Лист 6