232

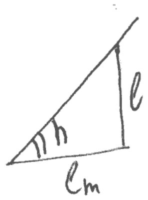
Задача №1

на 2 данных ⇒ в 3 раза больше

Заметим, что высота солнца в кульминации (в полдень) $h = 90-\varphi+\delta$, где $\delta \in [-23,5^\circ; +23,5^\circ]$.

Запишем длину тени от высоты кульминации. ∃ l - длина гномона.

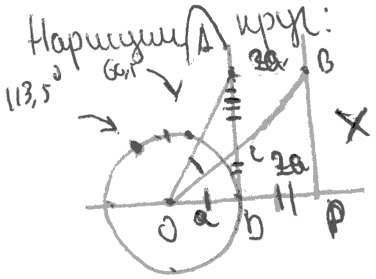
$$l_m = l \cdot \frac{1}{tg\, h}$$



$\Rightarrow$ $tg(113,5^\circ - \varphi) = 3\, tg(66,5^\circ - \varphi)$

Осталось решить это уравнение.

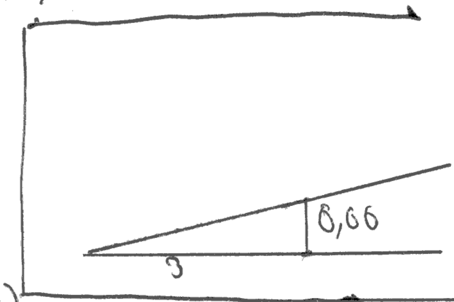
Нарисуем круг:



Заметим, что если $tg\,\alpha = 3\,tg\,\beta$ можно нарисовать ещё одну ось тангенсов и пересечение тангенсов с этими осями, если они на одной высоте - решение этого уравнения. Из т. Фалеса

если решение существует, то $\angle AOB = 23,5^\circ \cdot 2 \approx 45^\circ$

запишем т. косинусов. ∃ $OD = DP = 1$; $BP = x$



$$2^2 = 1 + x^2 + 9 + x^2 - 2\sqrt{1+x^2}\cdot\sqrt{9+x^2}\cdot\cos 45^\circ$$

$$4 = 2x^2 + 10 - \sqrt{2}\sqrt{(1+x^2)(9+x^2)}$$

$$2x^2 - 6 = \sqrt{2}\sqrt{(1+x^2)(9+x^2)}$$

$$4(x^2-3)^2 = 2(1+x^2)(9+x^2)$$

$$2x^4 + 18 - 8x^2 = x^4 + 10x^2 + 9$$

~~$x^4 + 3x^2 + 9 = 0$, $x^2 = \frac{-3 \pm \sqrt{9-36}}{2}$, $D<0$.~~

~~Получается, что такое невозможно.~~

~~Ответ: это невозможно.~~

$$2x^4 - 16x^2 + 9 = 0 \qquad x^2_{1,2} = \frac{16 \pm \sqrt{16^2 - 8\cdot 9}}{4} = 4 \pm \frac{\sqrt{16\cdot 4 - 18}}{2} =$$

$$= 4 \pm \frac{\sqrt{46}}{2} = 4 \pm 3,5 \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{1,5} \approx \frac{2}{3} \approx 0,666$$

Ответ: $\varphi = \pm\, arctg\left(\frac{2/3}{3}\right) \approx \pm 15^\circ$

Задача №2.

$T = 0{,}03$ сут.
$M = 1{,}4 M_0$

Давайте сначала определим расстояние от объекта до пульсара (будем считать, что он вращается по кругу).

$$a^3 = \frac{T^2}{M} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{0{,}03^2}{1{,}4\cdot 365^2}} = \sqrt[3]{\frac{9}{100^2\cdot 1{,}4\cdot 365^2}} \approx$$

$$= \cancel{\sqrt[3]{1/10^8\cdot 1{,}4\cdot 40}} = \cancel{\sqrt[3]{1/10^5\cdot 56}} \approx \cancel{\frac{1}{100}}$$

$$\approx \left(\frac{1}{\underbrace{10^4\cdot 1{,}4\cdot 40}_{10^6}\cdot 365}\right)^{1/3} = \frac{1}{100}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{365}} \approx \frac{1}{100}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{5\cdot 9\cdot 8}} = \frac{1}{200}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{45}}$$

$4^3 = 64$, $3^3 = 27$ | $\Rightarrow \sqrt[3]{\frac{1}{45}} \approx \frac{1}{3{,}5} \Rightarrow a = \frac{1}{700}$ ае. $\approx 2\cdot 10^5$ км.

Что очень мало. На планету будут действовать достаточно большие приливные силы.

Пусть у планеты радиус R. $\Delta a = GM\left(\frac{1}{(a-R)^2} - \frac{1}{(a+R)^2}\right) =$

$$= GM\left(\frac{(a-R)^2-(a+R)^2}{(a-R)^2(a+R)^2}\right) = \frac{4aR\cdot GM}{a^4\left(1-\frac{a}{R}\right)^2\left(1-\frac{a}{R}\right)^2} = \frac{4RGM}{a^3}\cdot\frac{1}{\left(1-\frac{1}{2}d\right)\left(1+\frac{1}{2}d\right)} =$$

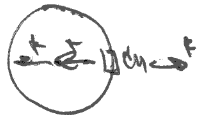
$$= \frac{4GMR}{a^3}\cdot\frac{1}{1-\frac{1}{4}\cancel{d^2}} \approx \frac{4GMR}{a^3} = \Delta a_1$$

обратим внимание на разницу скоростей внутр. и внешних точек.

$$\Delta a_2 = 2w^2R \Rightarrow \Delta a = \Delta a_2 - \Delta a_1 = 2w^2R - \frac{4GMR}{a^3} = R\left(2w^2 - \frac{4GM}{a^3}\right)$$

Рассмотрим частицу dm на пов-ти. $d = \frac{R}{a}$

$$\frac{Gm}{R^2} - \frac{GM}{a^2} - \frac{w^2(1-3d)a^3 - GM}{a^2(1-2d)} =$$



$$= \frac{Gm}{R^2} - \frac{GM}{a^2} - \frac{w^2(a-3R)}{a^2 - 2a\frac{R}{a}} + \frac{GM}{a^2-2aR} = 0!$$

пренебрежём d.

$$\frac{Gm}{R^2} - \frac{GM}{a^2} - \frac{w^2a^3 - GM}{a^2} = 0 \Rightarrow \frac{1}{R^2} = \left(\frac{w^2a^3 - \cancel{GM}}{a^2} + \frac{\cancel{GM}}{\cancel{a^2}}\right)\cdot\frac{1}{GM}$$

Задача N 2 продолжение

$$R^{2}=\frac{\omega^2 a}{GM}\Rightarrow R=\sqrt{\frac{GM}{\omega^2 a}}=\sqrt{\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot T^2 M}{4\pi^2\cdot 2\cdot10^{5}}}=$$

$$=\sqrt{\frac{M\cancel{2}\cdot10^{-16}\cdot(0{,}03)^2\cdot24^2\cdot60^2\cdot60^2}{4\pi\cdot\cancel{2}}}=\sqrt{\frac{M\cdot10^{\cancel{-16}}\cdot\cancel{10^{-4}}\cdot3^2\cdot6^4\cdot\cancel{10^{4}}\cdot24^2}{4\pi}}=$$

$$=\sqrt{\frac{\cancel{19{,}5}\cdot10^{26}\cdot10^{-10}\cdot3^6\cdot2^4\cdot24^2}{\cancel{4\pi}}}=\sqrt{10^{16}\cdot3^6\cdot2^4\cdot24^2}=$$

$$=10^8\cdot3^3\cdot2^2\cdot24\Rightarrow R\approx2{,}4\cdot10^{11}\text{ м.}\approx10^8\text{ км.}$$

$$\boxed{\begin{array}{l}27\cdot4\cdot24,\\ 4\cdot2\cdot3=\omega^2=2{,}4\cdot10^3\end{array}}$$

Т.е. при таких условиях его радиус может быть до 10^8 км

$R_З=6\cdot10^3$ км.

$\frac{M_З}{M_C}\approx10^{-3}$

$\left(\frac{R}{R_З}\right)^3\approx10^{12}$

$\frac{\rho_З}{\rho_П}=\frac{M_З}{M_П}\cdot\frac{R_П^3}{R_З^3}=10^9$

Т.е. планета может быть не плотной — т.е. из газа, и как видимо это — газовый гигант.

Ответ: из газа

2

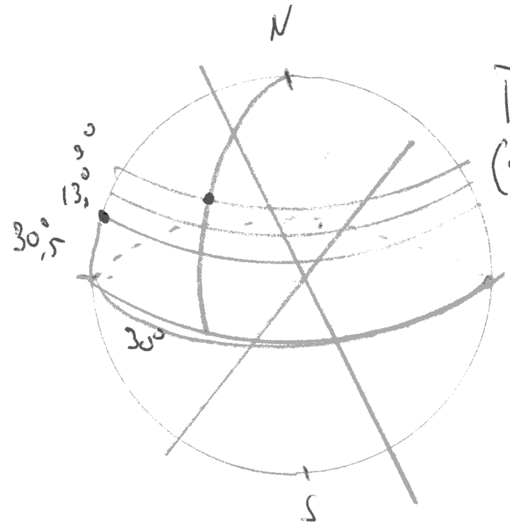
Задача №3

Из координат 1-ых 3-ёх телескопов определим направление (2 штуки, т.к. грав. волны проходят сквозь землю) и из-за последнего телескопа выберем одно из них (т.к оптику „сквозь" Землю не зарегестрировать)

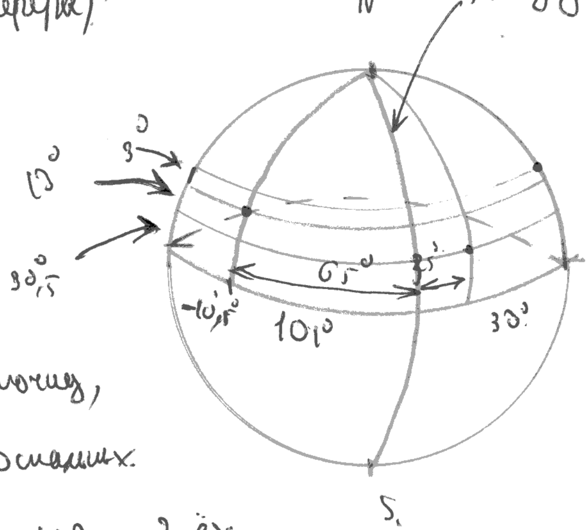
$\cos\theta = \sin\varphi \cdot \sin\varphi_1 + \cos\varphi \cdot \cos\varphi_1 \cdot \cos\Delta\lambda_1$

$\Rightarrow \sin\varphi \cdot \sin\varphi_1 + \cos\varphi \cdot \cos\varphi_1 \cdot \cos\Delta\lambda_1 =$

$= \sin\varphi \cdot \sin\varphi_2 + \cos\varphi \cdot \cos\varphi_2 \cdot \cos\Delta\lambda_2$



Плохо нарисовалось, ещё раз. (3-ий телескоп с другой стороны сферы)



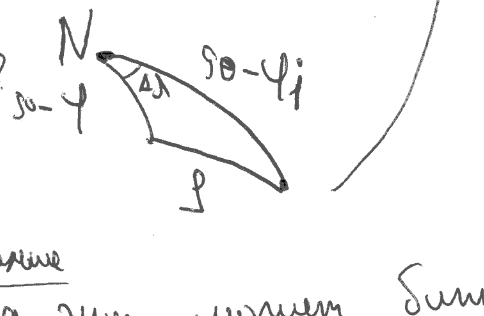
Надо найти на сфере точку, равноудалённую от 3-ех остальных. по факту это система из 3-ёх тригонометр. у-р-ий, без калькулятора не решить. Но заметим, что разница двух широт 3° - почти 0 ⇒ ⇒ считаем, что $\Delta\varphi = 0$ и найдём т-ку, ~~где~~ расст между этими обсерват-~~риями~~, это большой круг, с

$\lambda = \lambda_0 + \frac{\Delta\lambda}{2} = 65 + -10 = 55$ з.д. $\Rightarrow \lambda = \left[\begin{array}{l} 55 \text{ з.д.} \\ 125° \text{ в.д.} \end{array}\right.$

~~[illegible]~~

замеч 41° в.д ⇒ $55° + 41° > 90$, $125° - 41° < 90$. ⇒ $\lambda = 125°$ в.д.

теперь про солнце. возьмём 2- любые обсерв. и запишем выражение для ρ.



~~Ответ: λ = 125° в.д.~~

продолжение далее

но за пол часа это может быть и 55° з.д.

Задача 3- продолжение

$\sin\varphi \cdot \sin(46^{\circ}) + \cos\varphi \cdot \cos(46^{\circ}) \cdot \cos(65^{\circ}) = \sin\varphi \cdot \sin(30{,}5^{\circ}) + \cos\varphi \cdot \cos(30{,}5^{\circ}) \cdot \cos(35^{\circ})$

$46 \simeq 45^{0}$

$30{,}5^{\circ} \simeq 30^{\circ}$

$65^{\circ} \simeq 60^{\circ}$

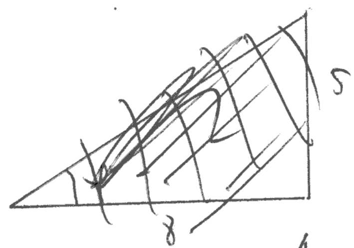
$35 \simeq 30^{0}$

$\Rightarrow \sin\varphi \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \cos\varphi \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \sin\varphi \cdot \frac{1}{2} + \cos\varphi \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

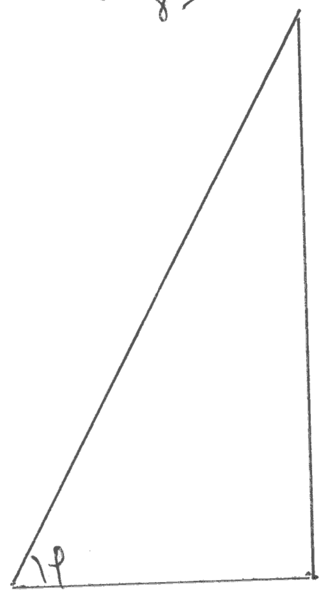
$\cos(\varphi)\left(\frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{3}{4}\right) = \sin(\varphi)\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow \operatorname{tg}\varphi \quad \frac{\sqrt{2}-3}{(1-\sqrt{2})\cdot 2} = \frac{(\sqrt{2}-3)(1+\sqrt{2})}{-2} = \frac{(3-\sqrt{2})\cdot 2{,}5}{2} =$

$= \frac{(3-1{,}5)\,2{,}5}{2} = 1{,}5 \cdot \frac{2{,}5}{2} = \frac{3 \cdot 5}{8} = \frac{15}{8}$



$2{,}5^2 = 4 + 0{,}25 + 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 6{,}25$



$\Rightarrow \quad \varphi = 63^{\circ}$

Отговор: $\delta = +63^{\circ}$

$\lambda = \cancel{125}^{\circ}$ 8.g.

Задача №4

$\lambda_0 = 5170{,}7 \text{Å}$

$\lambda_1 = \lambda_з = 5174{,}1 \text{Å}$

$\lambda_2 = \lambda_{ир} = 5174{,}2 \text{Å}$

$\rho = 7\cdot10^2 \frac{кг}{м^3}$

Разберёмся из-за чего это происходит. Логично из-за собственного движения звезды и из-за её вращения вокруг своей оси.

Как известно $L \sim M^4$, соответственно оценим массу (через объём)

для начала найдём скорость её на экваторе.

$\exists$ $\upsilon_з$ - простр. скор. зв.

$\upsilon_э$ - скорость вещ-ва на экв.

$$\frac{5174{,}1 - 5170{,}7}{5170{,}7} = \frac{\upsilon_з}{c} = \frac{3{,}4}{5170{,}7} = \frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\lambda_0}$$

$$\frac{5174{,}2 - 5170{,}7}{5170{,}7} = \frac{\upsilon_з + \upsilon_э}{c} \Rightarrow \frac{\upsilon_э}{c} = \frac{\lambda_0 - \lambda_2}{\lambda_0} - \frac{\lambda_0 - \lambda_1}{\lambda_0} = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_0} = \frac{0{,}1}{\lambda_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_э = \frac{c}{51707} = \frac{3\cdot10^5}{5\cdot10^4} = \frac{3}{5}\cdot10 \text{ км/с} =$$

$= 3\cdot2 = 6$ км/с. ;

$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho$; Рассмотрим, как крайний случай - равенство сил на экваторе: $\frac{GM}{R^2} - \frac{\upsilon^2}{R} = 0 \Rightarrow G\frac{4}{3}\pi R\rho - \frac{\upsilon^2}{R} = 0$.

$\Rightarrow G\frac{4}{3}\pi R^2\rho = \upsilon^2 \Rightarrow R = \upsilon\sqrt{\frac{3}{4\pi\rho G}}$ Что-то не то, если вместо υ - const, то мы можем бесконечно увеличивать R. Аааа, тогда всё нам надо получить наименьшую светимость. Значит нам нужна мин. масса $\Rightarrow$ мин. R хорошо. Значит нам нужна мин. масса

дальше осталось только посчитать.

$$M = \rho\cdot\frac{4}{3}\pi R^3 = \cancel{\ldots} \sqrt{\frac{7}{4\pi\rho G}} = \frac{\upsilon^3}{G}\sqrt{\frac{1}{4\rho G}} = \frac{\upsilon^3}{6}\sqrt{\frac{10^{11}}{6{,}67\cdot4\cdot7\cdot10^2}} =$$

$$\approx \frac{\upsilon^3}{6}\cdot\sqrt{\frac{10^9}{182}} \simeq \frac{\upsilon^3}{6}\sqrt{\frac{10^7}{2}} \approx \frac{\upsilon^3}{6}\cdot10^3\cdot\sqrt{5} = \frac{6\cdot10^3\cdot10^9\cdot10^3\cdot10^{11}\cdot\sqrt{5}}{6{,}67}$$

$= 10^{23}\cdot6^2\sqrt{5} = 2{,}5\cdot10^{23}\cdot36 \simeq 9\cdot10^{25}$

продолжение - дальше.

Задача №4 - продолжение.

$M = 9\cdot10^{25}$ $\quad \dfrac{M_\odot}{M} = 10^5\cdot\dfrac{2}{5} = 2\cdot10^4$ (как-то маловато)

$M_\odot = 2\cdot10^{30}$ $\Rightarrow$

~~[illegible]~~

давайте поднимем на порядок оценку (из-за сжатия и давления в звезде) $\Rightarrow \dfrac{M_\odot}{M} = 2\cdot10^3 \Rightarrow$

$$\Rightarrow L = \frac{L_\odot}{16\cdot10^{12}} = \frac{2\cdot10^{26}}{1{,}6\cdot10^{13}} \approx 10^{13}\text{ Вт}.$$

Ответ: Если такая звезда может существовать, то наименьшая возможная светимость у неё будет 10^{13} Вт.

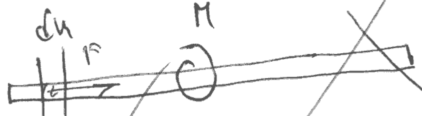
Задача №5.

$\rho(h, r)$.

$M, T; (M = \mu)$

1. $P = \frac{\rho}{\mu} RT$ (исключительно давление газа, без влияния центральной массы.)

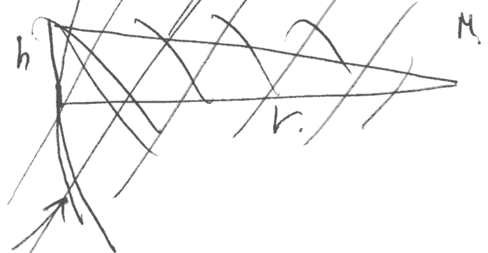
~~т.к. диск тонкий считаем, что на любую его частицу действует сила, направленная в сторону звезды.~~



$F = \frac{GM}{r^2}$ ~~на из-за и~~ ^{2} ~~- сумма сил~~ $= 0$. будем считать что диск вращается полностью равномерно:

~~и как мы можем заменить на вплоть h, если мы считаем, что любая точка диска вращается с одинаковой угловой скоростью~~

~~Э~~



Эквипотенц. пов-ти

Так. попробуем думать пропорциональностями

$F \sim \frac{1}{r^2}$ (от зв) $\quad F \sim \frac{l}{h}$ (от диска) будем считать его бесконечной пл-ю (где-то на физике было такое).

~~$dF = \frac{m\, dM \cos^2\alpha}{h^2}$~~ ~~$= \int_0^{\pi/2} dF = \frac{m\, dM}{h^2} \int_0^{\pi/2} \cos^2\alpha\, d\alpha =$~~

$= \frac{m\, dM}{h^2}$

продолжение дальше

И будем считать, что $P \sim F \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad P\,(\sim r^2; \sim h)$.

$PV = \frac{m}{\mu} RT$.

$P = \frac{\rho}{\mu} RT$.