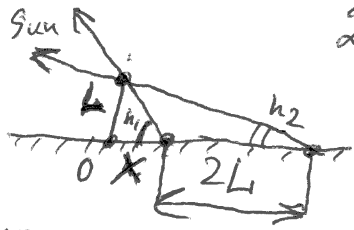
224

№1

В полдень высота Солнца максимальна и равна $h_{вк} = 90 - |\varphi - \delta|$



В северном полушарии на широтах севернее тропика: $h_1 = 90 - \varphi + \varepsilon$

$h_2 = 90 - \varphi - \varepsilon$ ($\varepsilon = 23{,}5°$ – накл. экв. к экл.)

$tg h_1 = \frac{L}{x}$; $tg h_2 = \frac{L}{x+2L}$ $\Rightarrow$ $tg(\varphi - \varepsilon) = \frac{x}{L}$

$tg(\varphi + \varepsilon) = \frac{x}{L} + 2$ $\Rightarrow$ $\frac{tg\varphi - tg\varepsilon}{1 + tg\varphi\, tg\varepsilon} = \frac{x}{L}$

$\frac{tg\varphi + tg\varepsilon}{1 - tg\varphi\, tg\varepsilon} = \frac{x}{L} + 2$

$$\frac{tg\varphi + tg\varepsilon}{1 - tg\varphi\, tg\varepsilon} = \frac{tg\varphi - tg\varepsilon}{1 + tg\varphi\, tg\varepsilon} + 2$$

$$tg\varphi + tg\varepsilon + tg^2\varphi\, tg\varepsilon + \cancel{tg\varphi\, tg^2\varepsilon} = tg\varphi - tg\varepsilon - tg^2\varphi\, tg\varepsilon + \cancel{tg\varphi\, tg^2\varepsilon} + 2 - tg^2\varphi\, tg^2\varepsilon$$

$$tg^2\varphi(tg\varepsilon \cdot 2 + tg^2\varepsilon) = -2tg\varepsilon + 2$$

$tg\varphi = \sqrt{2\frac{1 - tg\varepsilon}{tg^2\varepsilon + 2tg\varepsilon}}$; $tg\, 23{,}5° \approx \frac{10}{23}$ (по линейке)

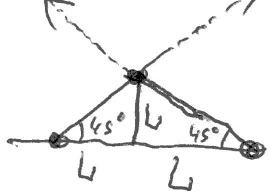
$$tg\varphi = \sqrt{2\frac{1 - \frac{10}{23}}{\frac{100}{529} + \frac{20}{23}}} \approx \sqrt{\frac{26}{20 + \frac{100}{23}}} \approx \sqrt{\frac{13}{12}} \approx 1 + \frac{1}{24}$$

$\varphi = 45° + \alpha$, α мал $\Rightarrow$ $tg\varphi - tg45° = \frac{1}{24} = \alpha \cdot (tg x)'\big|_{x=45°} = \frac{\alpha}{\cos^2 x}\big|_{x=45°}$ $\Rightarrow$ $\alpha = \frac{1}{12}$

$\varphi = 45° + \frac{180°}{12 \cdot \pi} \approx 50°$ (Аналогично для южного полушария $\varphi \approx -50°$)

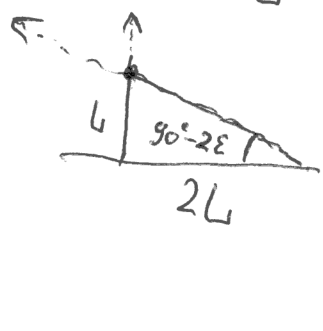
Заметим, что широты между тропиками мы не рассматриваем, т.к. там такой ситуации не м.б.

если это возможно на экваторе: то из рисунка $\varepsilon = 45°$ $\Rightarrow$ невозм.



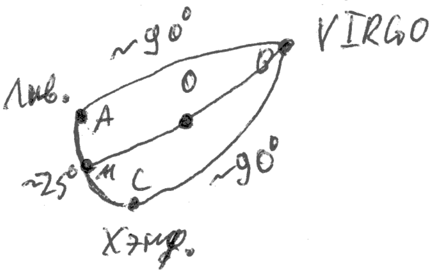
А на тропике $tg 2\varepsilon = 2$ $\Rightarrow$ $\varepsilon \approx 31°$ (по трансп.)

Остальные случаи по непрерывности :)



Ответ: $\varphi \approx \pm 50°$

№3 Т.к. разн. врем. регистр. $\Delta t \leq 3\cdot10^{-3}$ с, то разность расстояний кот. прошёл свет $R \leq 9\cdot10^{2}$ км $\Rightarrow$ можно сказать, что проекция источника на земной шар равноудалена от пунктов



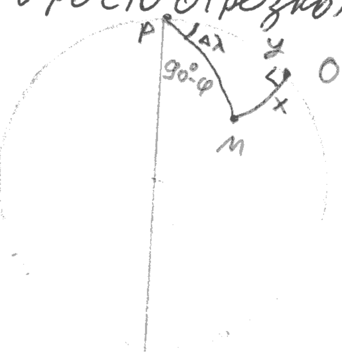
$\cup AB \approx \cup BC \approx 130°\cdot\cos 45 \approx 90°$

$\cup AC \approx \sqrt{\Delta\lambda^2\cos^2\varphi + \Delta\varphi^2} \approx 25°$

искомая (·)O : $\cup OB \approx \frac{1}{2}\cup BM$

$\cup MC \approx \frac{1}{2}\cup AC \Rightarrow M(38°$ с.ш.; $105°$ в.д.$) \Rightarrow$

Т.к. разность долгот велика, то просто отрезком не приблизить, ∢ сферу:



Т.к. $\varphi_M \approx \varphi_{VIRGO}$, то O — самая сев. точка б. круга через M и B

в Δ-ке POM $\Delta\lambda = \frac{105°+10°}{2} \approx 60°$

$90° - \varphi \approx 50°$; $\sin x = \sin 60°\cdot\sin 50° \Rightarrow x \approx 45° \Rightarrow \cos y \cos x = \cos 50°$

$\cos y \approx \frac{22}{37}\cdot 1{,}4 \approx \frac{31}{37} \Rightarrow y \approx 25°$ (все по тригон. и мн.)

тогда $\delta \approx 65°$, а т.к. объект в верхн. кульм. на долготе

$\lambda \approx (-105+10)/2 \approx -45° \Rightarrow S = \alpha = T_m + 4^m\cdot N = UT + \lambda_m + 4^m\cdot N \Rightarrow$

$\alpha = 22^h - 3^h + 6^h + 4^m\cdot 7 \approx 1^h 30^{min}$

45°   от 23.09 до 22.12

Ответ: $\alpha = 1^h 30^{min}$; $\delta = +65°$

224

N2 Предположим, что орбита круговая и найдём ее радиус:

$$R=\sqrt[3]{\left(\frac{T}{1\,year}\right)^2\cdot\frac{M}{M_\odot}}\ (а.е.)=\sqrt[3]{\left(\frac{0{,}03}{3{,}65\cdot10^2}\right)^2\cdot1{,}4}\approx\sqrt[3]{\frac{9\cdot1{,}4}{13}}\cdot10^{-\frac{8}{3}}\approx10^{-\frac{7}{3}}\approx4{,}5\cdot10^{-4}\ а.е.$$

Тогда макс. размер звезды (по одной оси, а реально эфф. радиус ещё меньше) [redacted] $r=\sqrt[3]{\frac{m}{3M}}R$, т.к. в-во за этим расстоянием (вне сферы Хилла) начнёт аккрецировать на пульсар.

Тогда минимальная плотность $\rho=\frac{3M}{4\pi r^3}$ [redacted]

$$r_{max}=4{,}5\cdot10^{-3}\ а.е.\cdot\sqrt[3]{\frac{14{,}5\cdot10^{-3}}{3\cdot1{,}4}}\approx7\cdot10^{-4}\ а.е.\approx10^5\ км$$

$$\rho_{min}=\frac{3\cdot14{,}5\cdot10^{27}\cdot2}{12{,}6\cdot10^{24}}\approx7\cdot10^3\ \frac{кг}{м^3}$$

помню Перышкина 8 класс :-)

Вряд ли [redacted] это золото, иридий или осмий ($\rho=18\div26\ \frac{г}{см^3}$), так как эфф. объем ~~полости~~ сферы Хилла, [redacted] всего немного меньше $\frac{4\pi}{3}r_{max}^3$, но это вполне может быть медь ($8{,}9\ \frac{г}{см^3}$), [redacted] железо ($7{,}8\ \frac{г}{см^3}$) с тяжкой, или же ртуть ($13{,}6\ \frac{г}{см^3}$)

N4 В ц. диска мы видим в-во, удаляющееся от нас со скорость ц.м. звезды отн-но нас, а на краю с $v_{ц.м.}+v_{вр}$ $\Rightarrow$

$v_{вр}=\frac{\lambda_2-\lambda_1}{\lambda_0}\approx$ [redacted] $\frac{0{,}1\,A}{5170\,A}\cdot3\cdot10^5\ \frac{км}{с}=$ [redacted] $5{,}8\ \frac{км}{с}$, чтобы звезду не порвало

$$\omega^2R\le\frac{GM}{R^2}\Rightarrow\frac{v^2}{R^2}\le\frac{4\pi G\rho}{3}\Rightarrow R\ge v\sqrt{\frac{3}{4\pi G\rho}}=5{,}8\cdot10^3\cdot\sqrt{\frac{3}{12{,}6\cdot\frac{2}{3}\cdot10^{-10}\cdot700}}\approx10^7\cdot5{,}8\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2{,}6}\approx$$

$\approx1{,}4\cdot10^7$ м, но при таком радиусе масса слишком мала. Мин. масса у известных звезд: $0{,}08\,M_\odot$, т.к. $\rho_{зв.}=\frac{1}{2}\rho_\odot$ ($\rho_\odot\approx1{,}4\ \frac{г}{см^3}$), то

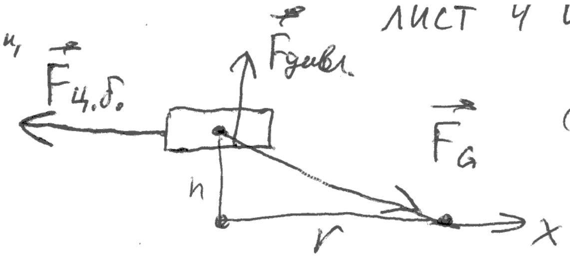
$$R_{min}=R_\odot\cdot\sqrt[3]{0{,}08\cdot2}\approx R_\odot\cdot0{,}1\cdot\sqrt[3]{160}\approx0{,}5R_\odot\sqrt[3]{1+\frac{35}{125}}\approx0{,}55R_\odot$$

При этом так как в спектре есть оксид титана, навскидку это спектр. класс M с мин. темп. $T=2500K$

Тогда $L_{min}=L_\odot\cdot(0{,}55)^2\cdot\left(\frac{2500}{5800}\right)^4\approx\frac{121}{400}\cdot\frac{25^4}{60^4}L_\odot\approx\frac{6}{20}\cdot\frac{5^4}{12^4}L_\odot\approx$

$\approx\frac{625}{40\cdot1728}L_\odot\approx\frac{1}{120}L_\odot\approx$ [redacted] $10^{-2}L_\odot$ Ответ: $10^{-2}L_\odot$

N5 Т.к. мы считаем, что диск в равновесии,



то $\vec{F}_{ц.б} + \vec{F}_{давл} + \vec{F}_G = \vec{0}$

$\vec{F}_{ц.б} = F_{Gx}$

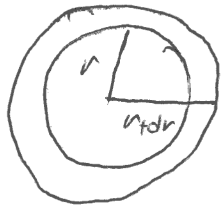
$F_{давл.} = dP \cdot S = -F_{Gy} = \frac{h}{\sqrt{r^2+h^2}} \cdot \frac{-GM\,dm}{r^2+h^2}$, т.к. диск тонкий $h \ll R$

$dm = \rho S dh$

$dP = \frac{d\rho}{\mu} RT \; (T = Const) \Bigg| \Rightarrow d\rho \frac{RT}{\mu} \approx -\frac{GM}{r^3} h \left(1 - \frac{3h}{2r}\right) \cdot \rho\, dh$

$\rho = \rho_0 \cdot e^{-\frac{\mu GM}{2r^3 RT}\left(h^2 - \frac{h^3}{r}\right)} \approx \rho_0 e^{-\frac{\mu GM}{2r^3 RT} h^2}$

Я пытался найти ρ_0 из Th. Гаусса для диска:



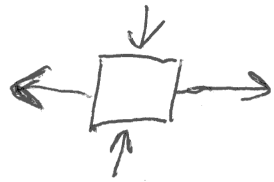
$-4\pi G \rho_0(r) \cdot 2\pi r dr \cdot dh = 2\pi r \cdot \frac{GM}{r^2} - 2\pi (r+dr) \cdot \frac{GM}{(r+dr)^2}$, что

даёт $\rho_0(r) = -\frac{M}{4\pi r^3} < 0$, прикольно

потом я учёл поток через боковую

и получил в сумме 0, что весьма логично.

Затем была попытка воспользоваться



Th. о вириале: $3NkT \approx \frac{GN^2\mu^2 N_A^2}{r}$, но

N — число частиц, а не их концентрация, а так как диск тонкий ничего из этого не выйдет.

К тому же здесь не учтена скорость вращения, которая м.б. не равна $\sqrt{\frac{GM}{r}}$, т.к. $F_{ц.б.} = F_{Gx} \neq |\vec{F}_G|$

Ответ: $\rho = \rho_0 e^{-\frac{\mu GM}{2r^3 RT} h^2}$, ρ_0 = без понятия.