Май-4
Кл. | с: 10
Страница 1/6

Задача 1.

Дано:
$T = 409$ сут
$m_{min} = +16^m$
$m_{max} = +6^m$
$R_i = 5\cdot10^2 R_\odot$
$T^\circ = const$

$v_{ср}$ – ?

Решение:
Средняя скорость движения оболочки – это изменение расстояния с минимума до максимума, делённое на время этого изменения, то есть на половину периода пульсаций:

$$v_{ср} = \frac{R_{max} - R_{min}}{0{,}5\,T}$$

Согласно закону Погсона: $m_{min} - m_{max} = -2{,}5\cdot\lg\frac{E_{min}}{E_{max}}$, где
$E_i = \frac{L_i}{S} = \frac{L_i}{4\pi r^2}$; r – расстояние до звезды
$L_i = R_e\cdot S_{пов} = 4\pi R_i^2\cdot\sigma T^{\circ 4}$ (по условию $T^\circ = const$)

Тогда $m_{min} - m_{max} = -2{,}5\cdot\lg\frac{R_{min}^2}{R_{max}^2} = -5\cdot\lg\frac{R_{min}}{R_{max}}$

$\Rightarrow \frac{R_{min}}{R_{max}} = 10^{\frac{16-6}{-5}} = 10^{-2} = 0{,}01$

Пусть в первом случае $R_i = R_{max} = 5\cdot10^2 R_\odot$, тогда
$R_{min} = 10^{-2}\cdot5\cdot10^2 R_\odot = 5R_\odot$

$\Longrightarrow v_{ср} = \frac{500R_\odot - 5R_\odot}{0{,}5\cdot409\text{ сут}} = \frac{495\cdot695\,000\text{ км}}{204{,}5\text{ сут}} \approx 1{,}682\cdot10^6\ \frac{км}{сут}$

Во втором случае: $R_i = R_{min} = 5\cdot10^2 R_\odot$, тогда
$R_{max} = 5\cdot10^2\cdot10^2 R_\odot = 5\cdot10^4 R_\odot$

$\Longrightarrow v_{ср} = \frac{50\,000R_\odot - 500R_\odot}{204{,}5\text{ сут}} = \frac{49500R_\odot}{204{,}5\text{ сут}} = \frac{495\cdot10^2\cdot695\cdot10^3\text{ км}}{204{,}5\text{ сут}} \approx 1{,}682\cdot10^8$

Ответ: 1) $R_{max} = 5\cdot10^2 R_\odot$; $v_{ср} = 1{,}682\cdot10^6$ км/сут
2) $R_{min} = 5\cdot10^2 R_\odot$; $v_{ср} = 1{,}682\cdot10^8$ км/сут.

МАЙ-4
: 10
ица 1/6

Задача 1.

):

Решение:

Средняя скорость движения оболочки - это изменение расстояния с минимума до максимума, делённое на время этого изменения, то есть на половину периода пульсаций:

$$v_{cp} = \frac{R_{max} - R_{min}}{0{,}5\,T}$$

Согласно закону Погсона: $m_{min} - m_{max} = -2{,}5 \cdot \lg \frac{E_{min}}{E_{max}}$, где $E_i = \frac{L_i}{S} = \frac{L_i}{4\pi r^2}$; r - расстояние до звезды

$L_i = R_e \cdot S_{пов} = 4\pi R_i^2 \cdot \sigma T^{\circ 4}$ (по условию $T^\circ = const$)

$$m_{min} - m_{max} = -2{,}5 \cdot \lg \frac{R_{min}^2}{R_{max}^2} = -5 \cdot \lg \frac{R_{min}}{R_{max}}$$

$$\frac{R_{min}}{R_{max}} = 10^{\frac{16-6}{-5}} = 10^{-2} = 0{,}01$$

в первом случае $R_i = R_{max} = 5 \cdot 10^2 R_\odot$, тогда

$10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^2 R_\odot = 5 R_\odot$

$$v_{cp} = \frac{500 R_\odot - 5 R_\odot}{0{,}5 \cdot 409\,сут} = \frac{495 \cdot 695\,000\,км}{204{,}5\,сут} \approx 1{,}682 \cdot 10^6 \frac{км}{сут}$$

во втором случае: $R_i = R_{min} = 5 \cdot 10^2 R_\odot$, тогда

$5 \cdot 10^2 \cdot 10^2 R_\odot = 5 \cdot 10^4 R_\odot$

$$v_{cp} = \frac{50\,000 R_\odot - 500 R_\odot}{204{,}5\,сут} = \frac{49500 R_\odot}{204{,}5\,сут} = \frac{495 \cdot 10^2 \cdot 695 \cdot 10^3\,км}{204{,}5\,сут} \approx 1{,}682 \cdot 10^8 \frac{км}{сут}$$

Ответ: 1) $R_{max} = 5 \cdot 10^2 R_\odot$; $v_{cp} = 1{,}682 \cdot 10^6$ км/сут

2) $R_{min} = 5 \cdot 10^2 R_\odot$; $v_{cp} = 1{,}682 \cdot 10^8$ км/сут.

сут
$\cdot 10^{16^m}$
$\cdot 10^{6^m}$
$\cdot 10^2 R_\odot$
$const$
?

ат-4
10
ница 2/6

Задача 2

Дано:
O_2-атм.
$N=(2{,}5\pm0{,}5)\cdot10^{29}$ молекул
$R = 764$ км
$\rho_{ср} = 1{,}24$ г/см^3

$p_{атм}$ - ?

Решение:

$p_{атм} = \dfrac{F_{тяж}}{S_{пов}}$ - по определению давления (на поверхности планеты)

$F_{тяж} = m_{атм}\cdot g_p$

$g_p = G\dfrac{M_p}{R_p^2} = G\cdot\dfrac{4\pi R_p^{\cancel{3}\,1}\cdot\rho_{ср}}{3\cdot\cancel{R_p^2}} = G\cdot\dfrac{4\pi R_p\rho_{ср}}{3}$

$S_{пов} = 4\pi R_p^2$ - площадь пов-ти рег

$\Rightarrow p_{атм} = m_{атм}\cdot G\dfrac{\cancel{4\pi R_p}\rho_{ср}}{3\cdot\cancel{4\pi R_p^2}} = m_{атм}\dfrac{G\rho_{ср}}{3R_p}$

$\nu = \dfrac{m_{атм}}{\mu} = \dfrac{N}{N_A}$ - по опред-ю кол-ва вещества

$\Rightarrow m_{атм} = \mu\dfrac{N}{N_A}$, где $N_A = 6\cdot10^{23}\ \dfrac{1}{моль}$; $\mu = 32$ г/моль (O_2)

Окончательно получаем: $\boxed{p_{атм} = \dfrac{\mu N G\rho_{ср}}{3R_p\cdot N_A}}$

возьмём для оценки среднюю величину числа молекул - $2{,}5\cdot10^{29}$, тогда:

$p_{атм} = \dfrac{32\cdot10^{-3}\cdot25\cdot10^{28\,5}\cdot6{,}67\cdot10^{-11}\cdot1{,}24\cdot\cancel{10^{3}}^{\,1}}{3\cdot764\cdot\cancel{10^{3}}_{1}\cdot6\cdot10^{23}} = 0{,}526\cdot10^{-9}$ (Па)

Ответ: $p_{атм} \approx 0{,}5\cdot10^{-9}$ Па $\approx 5\cdot10^{-15}$ атм.

...ай-4
10
...ница 3/6

Задача 3

Дано:

20 лет:
2 янв 4^h – 5 янв 11^h
$T_A = 112$ тыс лет

1 янв 00^h – ? (год)

Решение

Из условия следует, что с каждым последующим годом встреча Земли с перигелием происходит позже предыдущей встречи. Следовательно, линия апсид движется в ту же сторону, что и Земля по своей орбите. $\omega_A \uparrow\uparrow \omega_\oplus$

Спустя 1 год Земле нужно пройти ещё длину своей орбиты – l чтобы встретиться с перигелием: $l = \frac{360° \cdot T_\oplus}{T_A}$. Это составит времени: $\Delta\tau = \frac{l}{\omega_\oplus} = \frac{\cancel{360°} \cdot T_\oplus^2}{T_A \cdot \cancel{360°}} = \frac{T_\oplus^2}{T_A}$

2020г – 5 янв 11^h; ~~(С данного времени)~~ С 1 янв 00^h до данного времени прошло: $\Delta T = 24^h \cdot 4 + 11^h = 107^h$, тогда год в котором встреча Земли с перигелием орбиты пришлась на 1 янв с будет определяться: $N_x = 2020г - \Delta N$, где $\Delta N = \frac{\Delta T}{\Delta\tau}$

$$\Delta N = \frac{107^h \cdot 112 \cdot 10^3 \text{ лет}}{365 \cdot 1440^h} \approx 22{,}8 \text{ лет}$$

Тогда получаем, что в 1997 году Земля в полночь 1 января проходила около линии апсид

Также можно оценить на сколько часов Земля встреча перигелия позже спустя год следующим путём:

$$\frac{\Delta\tau}{1 год} = \frac{\Delta\tau(20)}{20 лет} = \frac{24^h - 4^h + 2 \cdot 24^h + 11^h}{20 лет} \approx 3{,}95 \frac{h}{год}$$

$$\Rightarrow 2020г - \Delta N = 2020г - \frac{107^h}{3.95^h/год} \approx 1992 год.$$ Ответ:

но:

:

4^h – 5 янв 11^h

112 тыс лет

0^h – ? (год)

Решение

Из условия следует, что с каждым последующим годом встреча Земли с перигелием происходит позже предыдущей встречи. Следовательно, линия апсид движется в ту же сторону, что и Земля по своей орбите. $\omega_A \uparrow\uparrow \omega_\oplus$

1 год Земле нужно пройти ещё длину своей орбиты – l, ы встретиться с перигелием: $l = \frac{360° \cdot T_\oplus}{T_A}$. Это составит

ени: $\Delta \tau = \frac{l}{\omega_\oplus} = \frac{\cancel{360°} \cdot T_\oplus^2}{T_A \cdot \cancel{360°}} = \frac{T_\oplus^2}{T_A}$

0г – 5 янв 11^h; (~~С данного времени~~) С 1 янв 00^h до данного времени прошло: $\Delta T = 24^h \cdot 4 + 11^h = 107^h$, тогда год в котором ча Земли с перигелием орбиты пришлась на 1 янв 00^h определяться: $N_x = 2020г - \Delta N$, где $\Delta N = \frac{\Delta T}{\Delta \tau}$

$= \frac{107^h \cdot 112 \cdot 10^3 \text{ лет}}{365 \cdot 1440^h} \approx 22{,}8$ лет

гда получаем, что в 1997 году Земля в полночь 1 января проходила около линии апсид

Также можно оценить на сколько часов Земля встречает гелия позже спустя год следующим путём:

$= \frac{\Delta \tau(20)}{20 \text{ лет}} = \frac{24^h - 4^h + 2 \cdot 24^h + 11^h}{20 \text{ лет}} = 3{,}95 \frac{h}{\text{год}}$

$2020г - \Delta N = 2020г - \frac{107^h}{3{,}95^h/\text{год}} \approx 1992$ год. Ответ:

ай-4
: 10
аница 4/6

Задача 4.

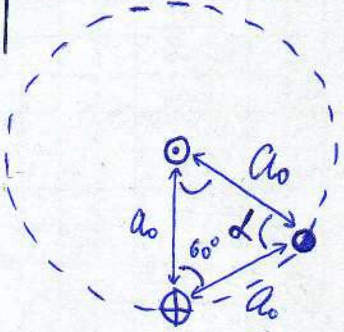
Дано:

$M_i \to r_{\odot} = a_0$, $r_{\oplus} = a_0$

$m - M - ?$

Решение

Если расстояния от астероида до Солнца и до Земли одинаковы и равны a_0, то угол между направлениями от астероида до $\oplus$ и до $\odot$ равен $60°$:



Различие между видимой и абсолютной (в Солн. системе) звёздными величинами состоится в различных фазах астероида.

$\Phi(M) = 1$ – по определению абс. зв.

$\Phi(m) = \frac{1+\cos\alpha}{2} = \frac{1+0{,}5}{2} = 0{,}75.$

Согласно закону Погсона:

$m - M = -2{,}5 \lg \frac{E(m)}{E(M)}$; $E(m) \sim L(m) \sim \Phi(m)$ – фаза объекта.

$E(M) \sim \Phi(M) = 1$

$\Rightarrow m - M = -2{,}5 \lg \frac{\Phi(m)}{\Phi(M)} = -2{,}5 \cdot \lg(0{,}75)$

$m - M \approx -2{,}5 \cdot (-0{,}1) \approx 1{,}25^m$

Ответ: $m - M \approx 1{,}25^m$

ай–4
10
ница 4/6

Задача 4.

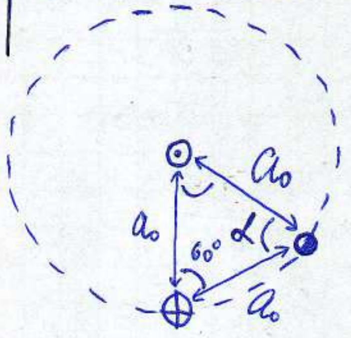
Решение

):

$\mathcal{C}=a_0$
$\mathcal{C}=a_0$

– ?

Если расстояния от астероида до Солнца и до Земли одинаковы и равны a_0, то угол между направлениями от астероида до ⊕ и до ⊙ равен 60°:



Различие между видимой и абсолютной (в Солн. системе) звёздными величинами состоится в различных фазах астероида.

$\Phi(M) = 1$ – по определению абс. зв. вел

$\Phi(m) = \frac{1+\cos\alpha}{2} = \frac{1+0{,}5}{2} = 0{,}75.$

По закону Погсона:

$m - M = -2{,}5 \lg \frac{E(m)}{E(M)}$; $E(m) \sim L(m) \sim \Phi(m)$ – фаза объекта

$E(M) \sim \Phi(M) = 1$

$m - M = -2{,}5 \cdot \lg \frac{\Phi(m)}{\Phi(M)} = -2{,}5 \cdot \lg(0{,}75)$

$m - M \approx -2{,}5 \cdot (-0{,}1) \approx 1{,}25^m$

Ответ: $m - M \approx 1{,}25^m$

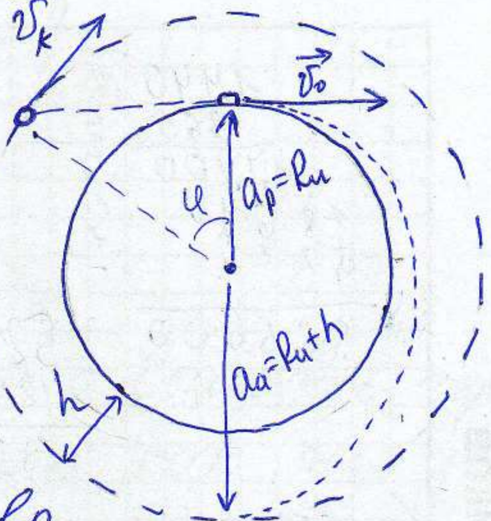
лай-4
: 10
аница 5/6

Задача 5

Дано:
$h = 70$ км.

$\vec{v_0}$ - ?

Решение:



В данном случае модулю стоит применить гравитационный манёвр, который заключается в том, чтобы использовать гравитацию Луны для перелёта на новую орбиту. Удобней и выгодней использовать такой манёвр, что начальная скорость модуля - это перигелийная скорость орбиты ($a_p = R_л$). А афелий будет находиться на расстоянии ($a_a = R_л + h$). Причём $\vec{v_a} \perp a_a$ и $\vec{v_p} \perp a_p$ - по законам механики. Следовательно модуль должен двигаться касательно к пов-ти Луны.

$$v_0^2 = v_p^2 = GM_л\left(\frac{2}{a_p} - \frac{1}{a}\right); \quad a_p = R_л$$

$$a = \frac{a_p + a_a}{2} \text{ - большая полуось орбиты модуля}$$

$$a = \frac{R_л + R_л + h}{2} = \frac{2R_л + h}{2}$$

$$\Rightarrow v_0^2 = GM_л\left(\frac{2}{R_л} - \frac{2}{2R_л + h}\right) = GM_л\left(\frac{4R_л + 2h - 2R_л}{R_л(2R_л + h)}\right) = GM_л\left(\frac{2(R_л + h)}{R_л(2R_л + h)}\right)$$

$$v_0 = \sqrt{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 3{,}74 \cdot 10^{22} \cdot \left(\frac{2 \cdot 1808}{1738 \cdot 3546}\right)} \approx 1{,}2\left(\frac{км}{с}\right)$$

Модуль затратит на это время: $\tau_м = 0{,}5 \cdot 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM_л}}$

$$\tau_м = \pi\sqrt{\frac{a^3}{GM_л}} \approx 4710(с$$

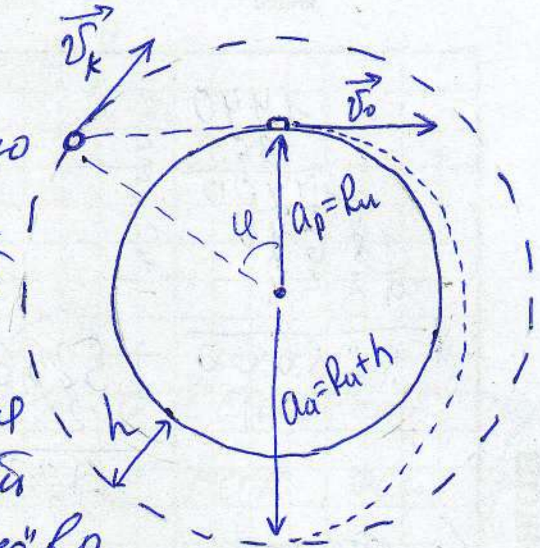
Корабль на орбите h движется с угловой скоростью:

$\omega_к = \sqrt{\frac{GM_л}{(R_л + h)^3}}$ и от точки на горизонте модуля до

...ат-4
10
...ица 5/6

Задача 5

Решение:



В данном случае модулю стоит применить гравитационный манёвр, который заключается в том, чтобы ...зовать гравитацию Луны для ...на на новую орбиту. Удобней ...одней использовать такой манёвр, ...чальная скорость модуля- это перигелийная ...ь орбиты ($a_p = R_Л$). А афелий будет находиться на ...нии ($a_a = R_Л + h$). Причём $\vec{v}_a \perp a_a$ и $\vec{v}_p \perp a_p$ - по ...м механики. Следовательно модуль должен двигаться ...ательно к пов-ти Луны.

$$...^2 = GM_Л\left(\frac{2}{a_p} - \frac{1}{a}\right);$$

$a_p = R_Л$

$a = \frac{a_p + a_a}{2}$ - большая полуось орбиты модуля

$$\frac{..._Л + R_Л + h}{2} = \frac{2R_Л + h}{2}$$

$$= GM_Л\left(\frac{2}{R_Л} - \frac{2}{2R_Л + h}\right) = GM_Л\left(\frac{4R_Л + 2h - 2R_Л}{R_Л(2R_Л + h)}\right) = GM_Л\left(\frac{2(R_Л + h)}{R_Л(2R_Л + h)}\right)$$

$$...6,67\cdot10^{-11}\cdot 3,74\cdot10^{22}\cdot\left(\frac{2\cdot1808}{1738\cdot3546}\right) \approx 1,2\left(\frac{км}{с}\right)$$

...одуль затратит на это время: $\tau_Л = 0,5\cdot 2\pi\cdot\sqrt{\frac{a^3}{GM_Л}}$

$$\tau_Л = \pi\sqrt{\frac{a^3}{GM_Л}} \approx 4710(с)$$

...ль на орбите h движется с угловой скоростью:

$\sqrt{\frac{GM_Л}{(R_Л + h)^3}}$ и от точки на горизонте модуля до

ай–4
: 10
аница: 6/6

очке афелия модуля затратится время:

$$\tau_k = \frac{\varphi + 180°}{360°} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{(R_Л + h)^3}{GM_Л}}, \text{ где } \varphi = \arccos \frac{R_Л}{R_Л + h}$$

$$\varphi \approx 0°$$

$$\Rightarrow \tau_k = \pi \sqrt{\frac{(R_Л + h)^3}{GM_Л}} \approx 4884$$

Таким образом модулю необходимо вылететь через $\Delta\tau = \tau_k - \tau_м = 174\,с \approx 3\,мин$ после того, как он увидел корабль на горизонте

<u>Ответ:</u> $v_0 \approx 1{,}2\,\frac{км}{с}$; $\vec{v}$ – параллельно горизонту

$\Delta\tau \approx 3\,мин$

ай–4
10
ища: 6/6

с афелия модуля затратит время:

$\frac{\varphi+180°}{360°} \cdot 2\pi\sqrt{\frac{(R_л+h)^3}{GM_л}}$, где $\varphi = \arccos\frac{R_л}{R_л+h}$

$\varphi \approx 0°$

$=\pi\sqrt{\frac{(R_л+h)^3}{GM_л}} \approx 4884$

м образом модулю необходимо вылететь через

$T_к - T_м = 174_с \approx 3$ мин после того, как он уви-
рабль на горизонте

ы: $v_0 \approx 1{,}2\,\frac{км}{с}$; $\vec{v}$ – параллельно горизонту

3 мин