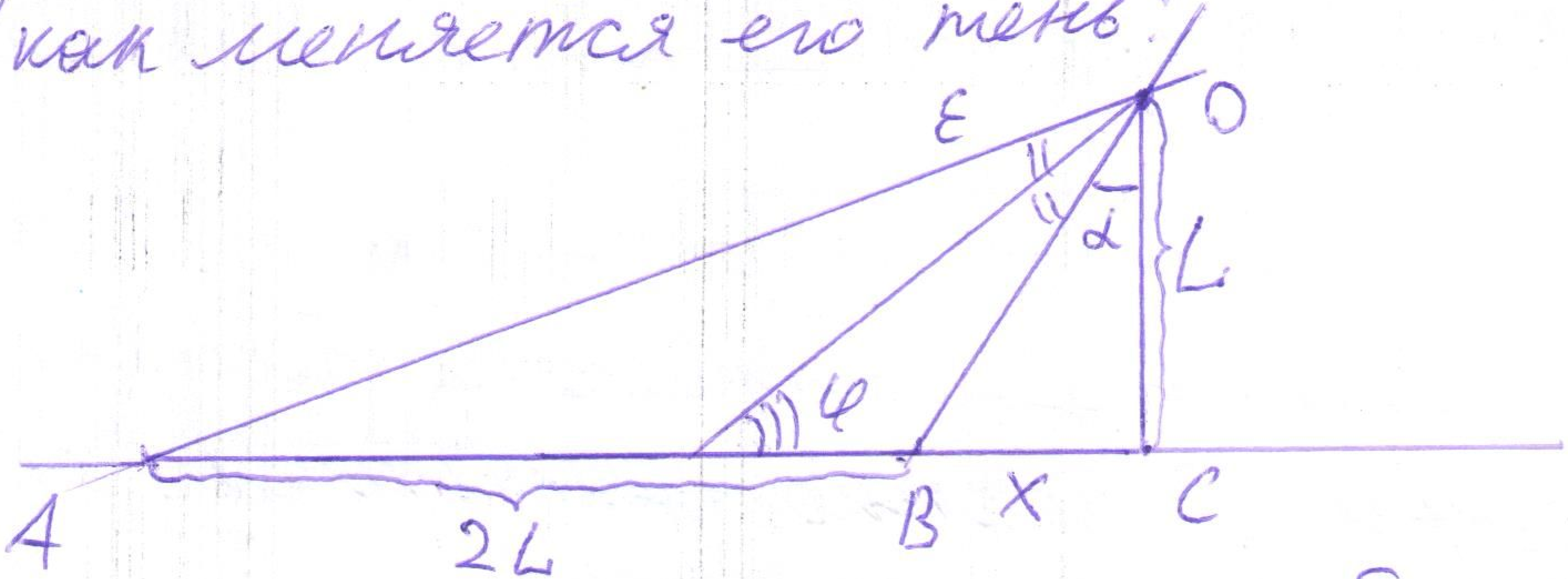
Дим – 1

№1 В течение года склонение Солнца меняется в пределах от $-\varepsilon$ до ε, $|\varepsilon|=23,4°$. Изобразим гномон и то, как меняется его тень:



Угол между прямой AB и биссектрисой угла AOB – это и есть широта места наблюдения. Причём тень может находиться ~~как~~ как слева от гномона (как на рисунке), так и справа. Т.е. описанная ситуация может происходить на двух широтах, равных по модулю.

Найдем угол α: $tg(2\varepsilon+\alpha)=\frac{2L+x}{L}=2+\frac{x}{L}$

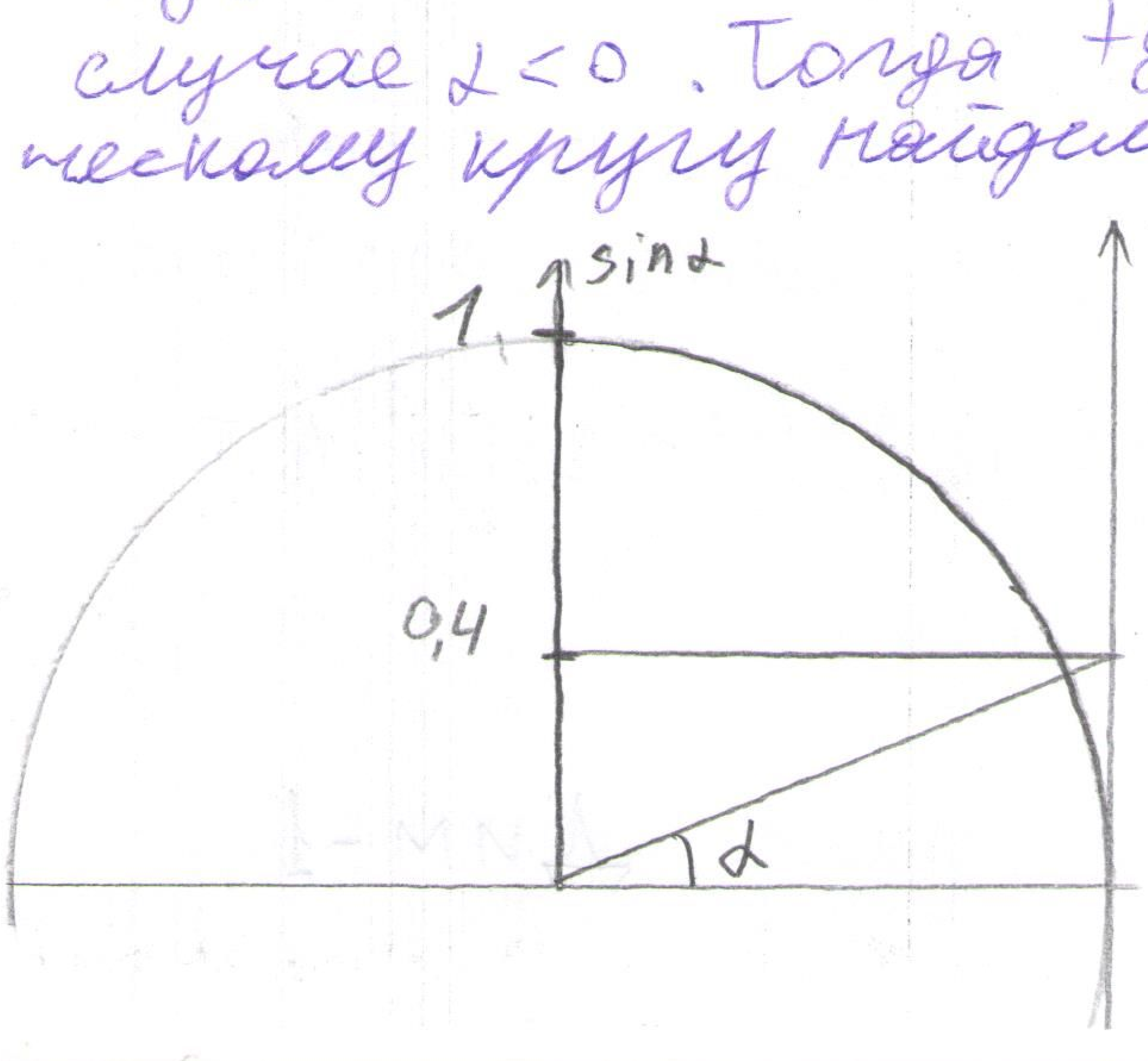
т.к $\frac{x}{L}=tg\alpha$, получим $tg(2\varepsilon+\alpha)=2+tg\alpha$ или

$$\frac{tg2\varepsilon+tg\alpha}{1-tg2\varepsilon\, tg\alpha}=2+tg\alpha.$$ Т.к. $2\varepsilon\approx45°$, то

$tg(2\varepsilon)\approx1$:

$$\frac{1+tg\alpha}{1-tg\alpha}=2+tg\alpha \quad \text{или} \quad tg^2\alpha+2tg\alpha-1=0$$

$tg\alpha=-1\pm\sqrt{2}$. корень $-1-\sqrt{2}$ – не подходит т.к в этом случае $\alpha<0$. Тогда $tg\alpha=\sqrt{2}-1\approx0,4$. По тригонометрическому кругу найдем α: $\alpha\approx20°$, тогда $|\varphi|=90°-(\varepsilon+\alpha)=$
$=46,6°$



Ответ: $\varphi=\pm46,6°$

№2

Найдем по ~~зг~~ 3-му закону Кеплера ~~период обращения спутника~~: большую полуось орбиты спутника:

$$\frac{T^2(M+m)}{a^3}=\frac{4\pi^2}{G}$$

Пренебрегая массой спутника получим:

$$a^3=\frac{T^2M}{4\pi^2}G=\frac{(0{,}03\cdot 86400)^2\cdot 1{,}4\cdot 2\cdot 10^{30}\cdot 6{,}7\cdot 10^{-11}}{4\cdot 10}\approx 9\cdot 81\cdot 10^4\cdot 2{,}8\cdot 10^{30-11-1}\cdot\frac{6{,}7}{4}=$$

$$=5\cdot 9\cdot 81\cdot 10^{22}=3{,}5\cdot 10^4\cdot 10^{21}.\quad a=\sqrt[3]{35\cdot 10^3\cdot 10^{21}}\approx 3\cdot 10^8\ м=3\cdot 10^5\ км=$$

$$=\frac{3\cdot 10^5}{7\cdot 10^5}R_\odot=0{,}43\,R_\odot.$$ Спутник достаточно близко находится к пульсару. Вероятно спутником является коричневым карликом, ~~который~~

№4

$\lambda_0=5170{,}7\,Å$

$\lambda=5174.1\,Å$

$\lambda_{экв}=5174{,}2\,Å$

$\rho=0{,}7\ г/см^3=700\ кг/м^3$

Найдем ~~скорость~~ лучевую скорость точек на экваторе по эффекту Доплера:

$$v=\frac{\lambda_{экв}-\lambda}{\lambda}c=\frac{0{,}1}{5174}\cdot 3\cdot 10^8\approx 6\ км/с$$

максимальная скорость вращения вещества на экваторе не превышает первой космической:

$$v\leqslant\sqrt{\frac{GM}{R}}$$

возводя обе части в квадрат и учитывая, что $M=\rho\frac{4}{3}\pi R^3$ получим

$$v^2\leqslant G\frac{4}{3}\pi R^2\rho\ ,\ откуда$$

$$4\pi R_{min}^2=\frac{v^2\cdot 3}{G\rho}.\ Т.к.\ L_{min}=4\pi R_{min}^2\sigma T_{min}^4,\ то$$

$$L_{min}=\frac{3\sigma}{G\rho}v^2T_{min}^4.$$ Если считать, что наименьшая температура звезды равна 2000 К, то

$$L_{min}=\frac{3\cdot 5{,}67\cdot 10^{-8}}{6{,}7\cdot 10^{-11}\cdot 700}\cdot 6000^2\cdot 2000^4=\frac{36\cdot 16\cdot 17}{7\cdot 6{,}7}\cdot 10^{1+6+12}\approx 2\cdot 10^{21}\ Вт$$

Дим – 1

№3

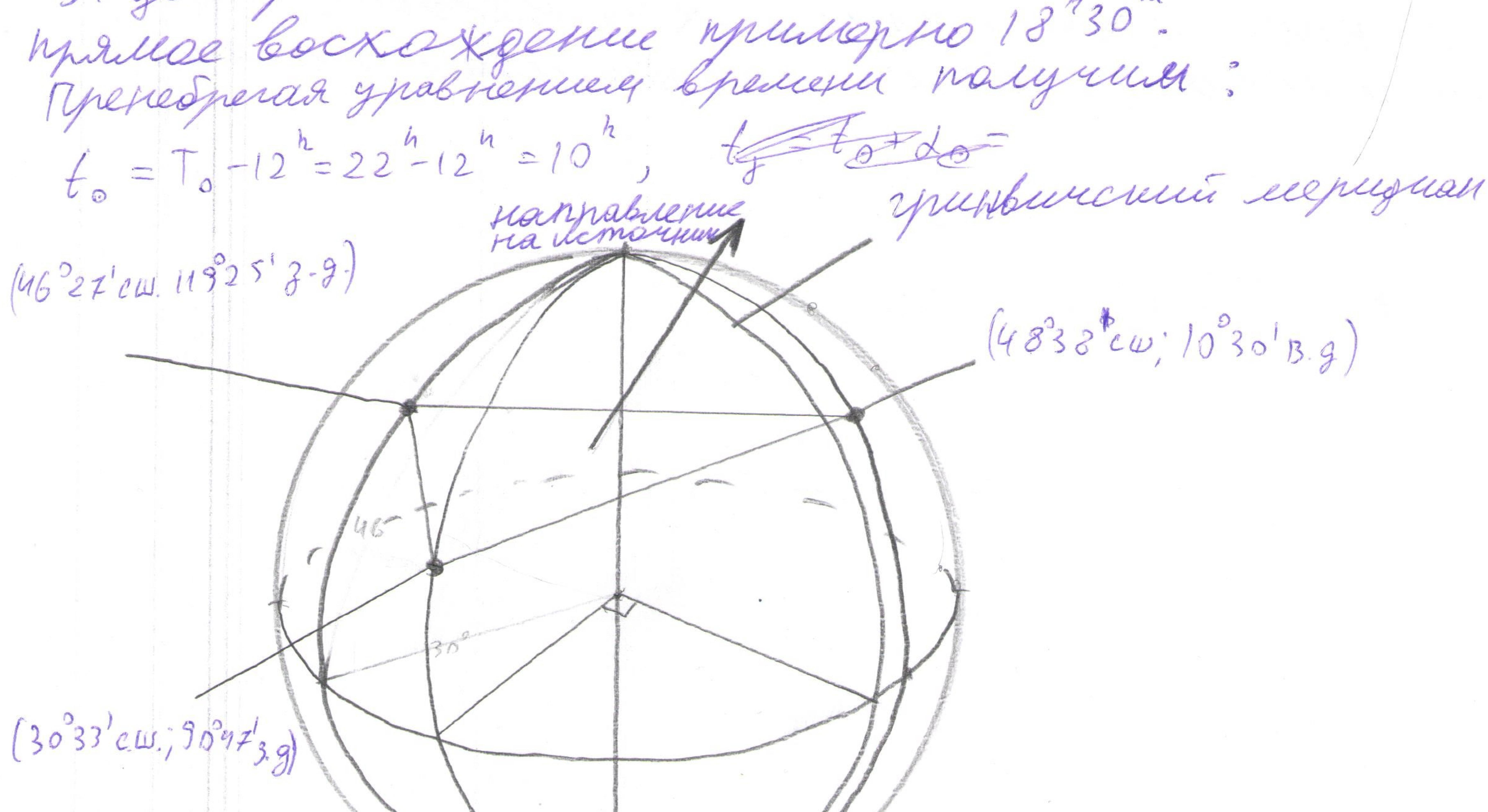
Так как время задержки не более $3\cdot10^{-3}$ с, то расстояние от источника до гравитационных телескопов не более $c\Delta t = 3\cdot10^{5}$ км/с $\cdot 3\cdot10^{-3}$ с $=$ $= 900$ км (скорость распространения гравитационных волн равна c). Можно считать, что в течении этого времени Земля не вращается.

Значит направление на источник примерно совпадает с нормалью к плоскости, проходящей через три гравитационных телескопа.

31 декабря склонение Солнца очень близко к $-\varepsilon$, а прямое восхождение примерно 18^h30^m.

Пренебрегая уравнением времени получим:

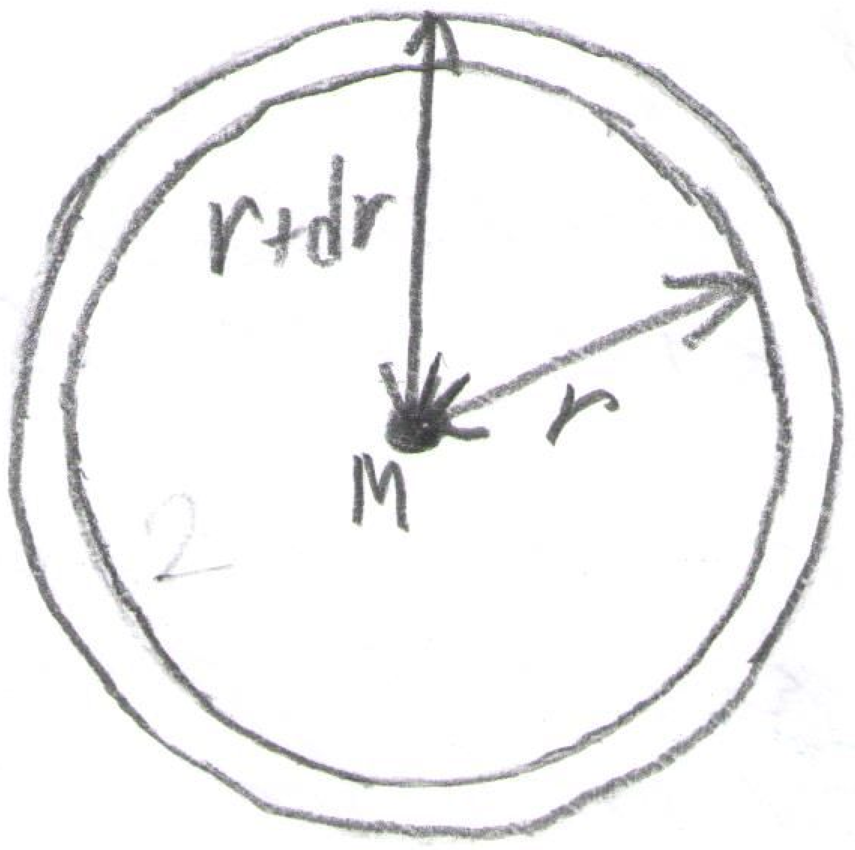
$t_\odot = T_\odot - 12^h = 22^h - 12^h = 10^h$, t_g ~~$= t_\odot + \alpha_\odot =$~~



№ 5

Гидростатическое равновесие - это когда разность давлений, испытываемых элементарным слоем уравновешивается гравитационным притяжением:

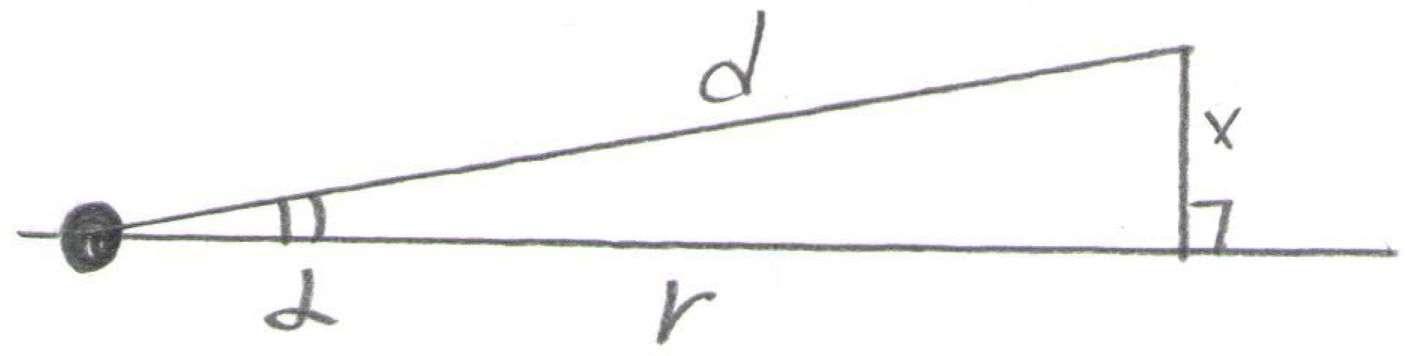
$$dp = \rho(\cancel{x})\, g(\cancel{x})\, dr \; ; \; \frac{dp}{dx} = \rho g$$



ускорение свободного падения можно считать постоянным и равным $\frac{GM}{d^2}$, тогда

$$\rho(r) = \frac{r^2}{GM} \cdot \frac{dp}{dr}.$$

При термодинамическом равновесии все макро-параметры сохраняются в том числе и давление на данном расстоянии r.



Дим-1