Задача № 1

$P = 409^d$
$m_1 = 16^m$
$m_2 = 6^m$
$R = 5 \cdot 10^5 R_\odot$
$T = const$

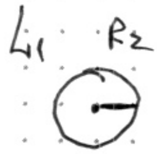
$\overline{v}$ – ?

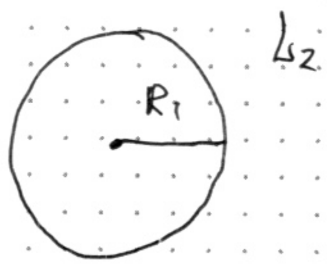
Т.к в условии сказано, что звезда становится видна невооружённым глазом только в max блеска, это значит, что её зв. вел. достигает "границы" чувств. чел. глаза, т.е. $\underline{m_2 = 6^m}$

Индекс 1 – относится к min блеска
2 – к max блеска

Рис 1:

Max блеска Min блеска





Запишем:

$$\begin{cases} L_1 = 4\pi R_1^2 \sigma T^4 \\ L_2 = 4\pi R_2^2 \sigma T^4 \end{cases}$$

L_1 – светимость
L_2 –

Т.к. во время пульсации звезда находится от нас на одинаковом расстоянии, то можно записать следующее:

$$\begin{cases} \frac{L_1}{L_2} = 10^{0,4(M_2 - M_1)} \\ M_2 - M_1 = m_2 - m_1 \end{cases}$$

M_1, M_2 – абс. зв. вел.

Задача № 1 Продолжение

Получаем:

$$\begin{cases} \frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \\ \frac{L_1}{L_2} = 10^{0,4(m_2-m_1)} \end{cases}$$

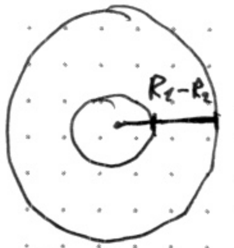
$$\frac{R_1}{R_2} = 10^{0,2(m_2-m_1)} = 10^{0,2(16-6)} = 10^2 = 100$$

Пусть $R_1 = R$:

Тогда:

$$R_2 = \frac{R_1}{100} = \frac{5\cdot10^2}{100} = 5\ R_\odot$$

Тогда скорость оболочки:



$$\bar{v} = \frac{2(R_1-R_2)}{P}$$

$$\bar{v} = \frac{2(500-5)R_\odot}{409^d} = \frac{2\cdot495\cdot7\cdot10^5\ км}{409\cdot24\cdot3600\ с} =$$

$$= \frac{6930000\ км}{331976\ с} \approx 2,7\left(\frac{км}{с}\right)$$

Пусть $R_2 = R$:

Тогда

$$R_1 = R_2\cdot100 = 5\cdot10^4 = 50000\ R_\odot$$

Скорость:

$$\bar{v} = \frac{2(R_1-R_2)}{P} = \frac{2(50000-500)R_\odot}{409^d} = \frac{2\cdot49500\ R_\odot}{331976\ с} =$$

$$= \frac{2\cdot495\cdot10^2\cdot7\cdot10^5}{331976\ с} = \frac{6930000\cdot10^2}{331976} = 2,7\cdot10^2 = 270\left(\frac{км}{с}\right)$$

Задача № 1 Продолжение

Ответ: средняя скорость оболочки ~~$\bar{v} \in [2,7; 270]$ км/с~~

$\bar{v} = \{2,7; 270\}$ $\frac{км}{с}$.

Примечание:

Нам не сказано в какой именно момент радиус звезды R, поэтому мы рассмотрели 2 крайних случая, когда $R_1 = R$ и когда $R_2 = R$. Поэтому, мы получили ~~интервал~~ две возможные скорости.

Задача № 2

O_2
$N = (2,5 \pm 0,5) \cdot 10^{29}$
$R = 764$ км
$\rho = 1,24$ г/см³

$p - ?$

Будем считать, что атмосфера однородна и небольшая:

Тогда:

$$\begin{cases} PV = \nu RT \Rightarrow P\mu = \rho_A RT \\ p = \rho_A g h \end{cases}$$

T — тем-ра
μ — мол. масса

$$\boxed{h = \frac{RT}{\mu g}}$$

h — высота атм.
ρ_A — плотность атм.
g — уск. своб. пад. Рен

Запишем:

$$\begin{cases} pV = \nu RT \\ \nu = \frac{N}{N_A} \\ V = \frac{4}{3}\pi\left((R+h)^3 - R^3\right) \end{cases}$$

V — объём атм.
N_A — число Авог.

$$V = \frac{4}{3}\pi\left(R^3 + h^3 + 3R^2h + 3Rh^2 - R^3\right) \approx 4\pi R^2 h$$

$$p \cdot 4\pi R^2 h = \frac{N}{N_A} RT$$

$$p \cancel{4}\pi R^2 \frac{\cancel{RT}}{\mu g} = \frac{N}{N_A}\cancel{RT}$$

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho \frac{G}{R^2} = \frac{4}{3}\pi R \rho G$$

$$p \cdot \cancel{4\pi} R^{\cancel{2}} = \frac{N}{N_A} \cdot \mu \cdot \frac{\cancel{4}}{3}\cancel{\pi}\cancel{R}\rho G$$

$$\boxed{p = \frac{N}{N_A} \cdot \frac{\mu \rho G}{3R}}$$

Задача № 2 Продолжение

Посчитаем P:

$N = (2,5 \pm 0,5) \cdot 10^{29}$

$N_A = 6,02 \cdot 10^{24} \frac{1}{моль}$

$\mu = 0,016 \frac{кг}{моль} \leftarrow O_2$

$\rho = 1240 \frac{кг}{м^3}$

$R = 764000$ м

$G \approx 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{м^3}{кг \cdot с^2}$

$$P \approx \frac{\cancel{3} \cdot 10^{29}}{6 \cdot 10^{24}} \cdot \frac{16 \cdot 10^{-3} \cdot 1240 \cdot 6,7 \cdot 10^{-11}}{\cancel{3} \cdot 764 \cdot 10^{3}} =$$

$$= \frac{10^{29}}{10^{24}} \cdot \frac{10^{-3} \cdot 10^{-11}}{10^{3}} \cdot \frac{\cancel{16}^{4^2} \cdot 124 \cdot 6,7}{6_3 \cdot \cancel{764}_{191}} =$$

$$= 10^{-12} \cdot \frac{2 \cdot 124 \cdot 67}{3 \cdot 191} =$$

$$= 10^{-12} \cdot \frac{16616}{573} \approx \boxed{29 \cdot 10^{-12} \ (Па)}$$

Ответ: давление у поверхности Реи $29 \cdot 10^{-12}$ Па.

Задача № 3 Григорианский год длится $T = 365{,}2425^d$.
За последние 20 лет прошло: 20T дней.
На сколько переместилась дата перигелия ⊕: 11^h 05.01 − 4^h 02.01 = 79^h
От 4^h 02.01 до 0^h 31.12 → 52^h

Запишем:

$$\begin{cases} T\cdot 20 & - \ 79^h \\ T\cdot n & - \ 52^h \end{cases} \Rightarrow n = 13 \tfrac{13}{79}{}^d = 13 \text{ лет } 4^h$$

Т.е. мы получим:
$1999 - 13 = 1986 \to \boxed{31.12.1985 \text{ в } 4^h}$

$4^h \neq 0^h$

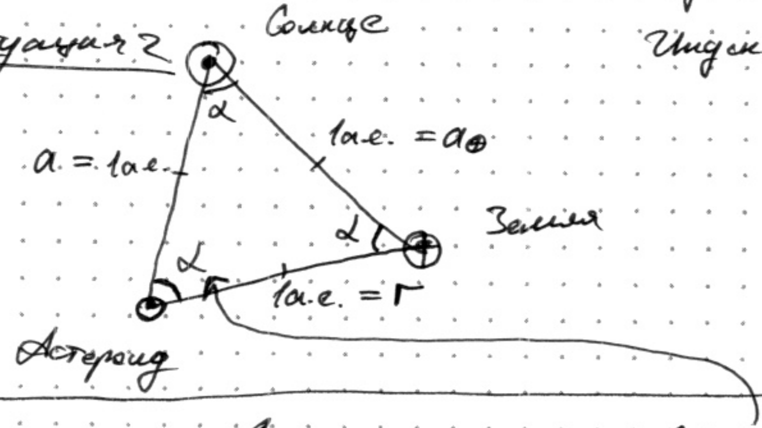
Поэтому сместимся на $112\cdot 10^3$ лет назад:
$112\cdot 10^3 \cdot 365{,}2425^d$

Задача № 4   Рис 1.

Индекс 1 — ~~...~~ абс. зв. вел.

Индекс 2 — ситуация 2

Ситуация 2



Из рисунка видно, что фазовый угол $\alpha = 60^\circ$.

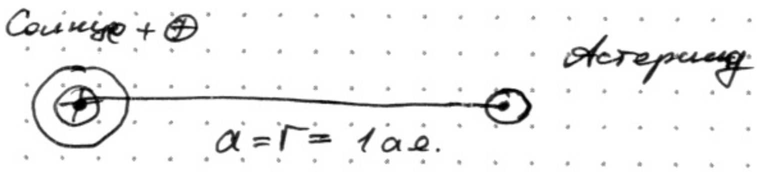
Запишем:

$\Phi_1 = 1$ — фаза, при абс. зв. вел.

$$\Phi_2 = \cos^2\frac{\alpha}{2} = \cos^2 30 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

Запишем освещённости создаваемые этим астероидом:

Рис 2.



Ситуация 1 — абс. зв. вел.

$$\begin{cases} E_1 = \dfrac{L_\odot}{4\pi a^2}\cdot \pi R^2 \cdot \Phi_1 \cdot A \cdot \dfrac{1}{2\pi r^2} \\ E_2 = \dfrac{L_\odot}{4\pi a^2}\cdot \pi R^2 \cdot \Phi_2 \, A \cdot \dfrac{1}{2\pi r^2} \end{cases}$$

$$k = \frac{E_1}{E_2} = \frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{3}{4}$$

$$\Delta m = -2{,}5 \lg k = -2{,}5 \lg\frac{3}{4}$$

E_1, E_2 — освещ.
$L_\odot$ — светимость ⊙
R — радиус астер.
A — альбедо

Задача № 4 Продолжение

Посчитаем Δm. (разница зв. вел.)

$$\Delta m = -2{,}5 \lg\frac{3}{4} = 2{,}5 \lg\frac{4}{3} = 2{,}5(\lg 4 - \lg 3) =$$
$$= 2{,}5(\lg 2 + \lg 2 - \lg 3) = 2{,}5(0{,}3 + 0{,}3 - \lg 3)$$

Известно, что $\lg 2 \approx 0{,}3$.
Найдём чему равен $\lg 3$.
$\lg 3 \approx 0{,}5$
$$\Delta m = 2{,}5 (0{,}3 + 0{,}3 - 0{,}5) = 2{,}5 \cdot 0{,}1 = \boxed{0{,}25^m}$$

Ответ: его видимая и абсолютная зв. вел. будут отличаться на $0{,}25^m$.

Задача № 5 1) Для начала найдём разницу ускорения свободного падения (g) на поверхности Луны и на высоте $h = 70$км.

$$k = \frac{GM_л}{R_л^2} \cdot \frac{(R_л+h)^2}{GM_л} = \left(\frac{R_л+h}{R_л}\right)^2 \approx 1{,}1 \text{ раза} \quad \Big| \; R_л = 1738 \text{ км}$$

Мы видим, что $g \approx const$, значит мы можем пренебречь изменением g с высотой.

2) Нарисуем рис.1.

Рис.1.

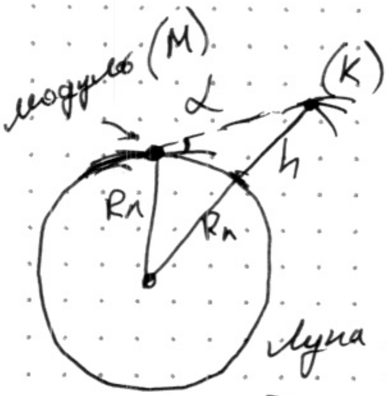
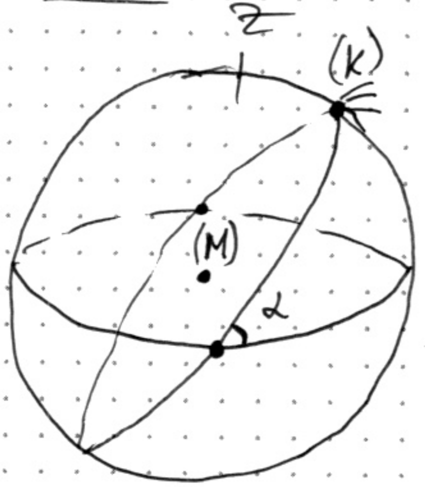


Рис 2:

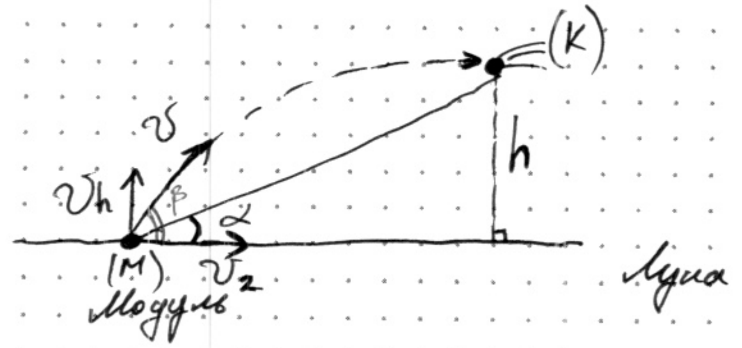


α – высота корабля

Если разложить скорость ~~спутника~~ модуля по координатам (вертикальная и горизонтальная), то очевидно, ~~что~~ для того чтобы скорость была min, нужно чтобы расстояние по горизонтали было min (тогда горизонтальная составляющая скорости будет min, а вертикальная всегда постоянная). Для этого корабль должен быть в верхней кульминации.

Задача № 5 Продолжение

Рис.3.



Для наименьших затрат топлива, ~~су~~ модуль летит по параболе.

v_h — вертикальная скорость:

$$\frac{\cancel{m}v_h^2}{2} = \cancel{m}gh$$

$$v_h = \sqrt{2gh}$$

v_2 — горизонтальная скорость:

$$v_2 = \frac{v_h}{tg\alpha} = \frac{\sqrt{2gh}}{tg\alpha}$$

v — полная скорость:

$$v = \sqrt{v_h^2 + v_2^2} = \sqrt{2gh + \frac{2gh}{tg^2\alpha}} = \boxed{2\sqrt{gh\left(1+\frac{1}{tg^2\alpha}\right)}}$$

3) Найдём направление β:

$$\beta = \arcsin\left(\frac{v_h}{v}\right) \Rightarrow \sin\beta = \frac{\sqrt{2\cancel{g}\cancel{h}}}{2\sqrt{\cancel{g}\cancel{h}\left(1+\frac{1}{tg^2\alpha}\right)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{2\left(1+\frac{1}{tg^2\alpha}\right)}}}$$

Задача № 5 Продолжение

Мы пока не рассматриваем 2 крайних случая: когда (K) проходит через Z (тогда $v_z = 0$) и когда у него верхняя кульминация на горизонте. (такого вообще не может быть, т.к. по условию (K) "появился" на горизонте, значит, его не было до этого видно ⇒ его будет видно на какой-то высоте над горизонтом)

3) Время:

На время не влияет v_z! А влияет только v_h.

Найдём t:

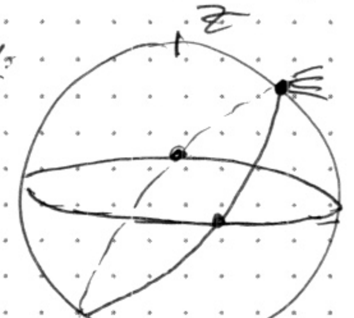
$$h = \frac{gt^2}{2}$$

$$\boxed{t = \sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

Заметим, что t не зависит от α.

Значит, он должен стартовать за t до верхней кульминации (K).

Рис4:



Над горизонтом спутник был $\frac{P}{2}$; P — период обращ. (K).

Время от горизонта до верхней кул. $\tau = \frac{P}{4}$.

Значит, время от горизонта до старта:

$$t_c = \tau - t = \frac{P}{4} - t$$

Задача № 5 Продолжение

Найдём t_c:

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM_л}$$

$$a = R_л + h$$

$$P^2 = \frac{4\cdot 3^2\cdot(1740+70)^3\cdot 80}{7\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}} \qquad (1740+70)^3 \approx 1800\cdot 1000^3 \approx 10^9$$

$$P \approx \sqrt{\frac{2^2\cdot 3^2\cdot 30^6\cdot 2^3\cdot(80)}{7\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}}} \approx$$

$$\approx \cancel{2\cdot 3\cdot 30^3\cdot 2^3\cdot 10^6\cdot\sqrt{\frac{1}{42}}\cdot 10^3} \approx$$

$$\approx \cancel{48\cdot 3^3\cdot 1000\cdot 10^{-6}\cdot 10^3 = \sqrt{\frac{48}{42}}\cdot 9 \approx 7\cdot 9}$$

$$\approx 2\cdot 3\cdot 30^3\cdot 2^3\cdot 10^{-1,5}\cdot\sqrt{\frac{1}{42}} \approx$$

$$\approx 48\cdot 27\cdot 10^{+1,5}\sqrt{\frac{1}{42}} \approx$$

$$\approx 8\cdot 27\cdot 32 \approx 32\cdot 72$$

$$P \approx \sqrt{\frac{2^2\, 3^2\cdot 3^6\cdot 10^{15}\cdot 2^3\cdot 2^3\cdot 10}{7\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}}} \approx$$

$$\approx \cancel{2\cdot 3}\cdot 3^3\cdot 2^3\cdot 10^{1,5}\cdot\frac{1}{\cancel{6}} \approx$$

$$\approx 27\cdot 8\cdot 32 \approx \boxed{7112\ с} \leftarrow P$$

$$\begin{array}{r} \times\ 32 \\ 27 \\ \hline 224 \\ +64 \\ \hline 864 \\ \times\ 8 \\ \hline 7112 \end{array}$$

Задача № 5 Продолжение:

Формульный ответ:

Время, через которое должен стартовать модуль ~~;~~

$$t_c = \frac{P}{4} - t = \frac{P}{4} - \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Направление:

~~Над точкой~~ На меридиане на котором прыгнул, верх. кул. модуля ~~над~~ на β:

$$\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{2\left(1+\frac{1}{tg^2\alpha}\right)}}$$

Если ~~модуль~~ (K) пролетает через зенит:

$$\boxed{\beta = 90^\circ}$$

Min скорость:

$$v = 2\sqrt{gh\left(1+\frac{1}{tg^2\alpha}\right)}$$

При $\beta = 90^\circ$:

$v = v_h$.