Задача № 1

Формула Погсона: $L = \sigma T^4 \cancel{4\pi} S_{изл}$.

В условиях данной задачи сказано, что $T_* = const$., а звезда меняет только свой объем.

т.к. $T_* = const$, то кол-во света с единицы площади $I = const$

т.к. $I = \sigma T^4$, $\sigma - const$, $T - const$

Звезда меняет объем V ($\sim R^3$) => звезда меняет свой радиус ($R \sim S^{1/2}$) => она меняет площадь излуча~~ющ~~ющей поверхности (поэтому яркость звезды и меняется).

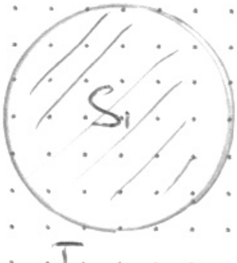
L_2

L_1

$T_1 = T_2$

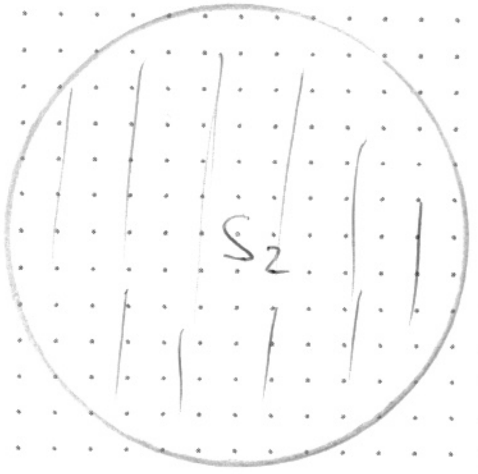
$S_1 < S_2$

$=> L_2 > L_1$



S_1

T_1



S_2

T_2

Задача № 1

Найдём отношение светимостей в максимуме и минимуме.

$\frac{L_{max}}{L_{min}} = 10^{0,4 \cdot \Delta m}$, $\Delta m = m_{max} - m_{min} = 10^m$

$m_{max} = 16^m$ по условию; $m_{min} = 6^m$ для среднестатистического человека ночью

$\Rightarrow \frac{L_{max}}{L_{min}} = \frac{S_{max}}{S_{min}} = 10^4$

$\Rightarrow S_{max} = 10^4 S_{min}$

$S = 2\pi R^2$ (- та часть, что мы видим)

$\Rightarrow \frac{2\pi R_{max}^2}{2\pi R_{min}^2} = 10^4$; $\frac{R_{max}}{R_{min}} = 100$

1) Предположим, что в максимуме звезда имеет радиус $5 \cdot 10^2 R_\odot$, тогда в минимуме $R_{min} = 5R_\odot$

$\Rightarrow$ за $\tau = \frac{409}{2}$ сут. $\Delta R = 495 R_\odot$

$\Rightarrow v_{об1} = \frac{\Delta R}{\tau} = \frac{495 R_\odot}{205 \text{ сут}} \approx 2,5 \frac{R_\odot}{\text{сут}}$ ~~$= \frac{5 \cdot 10^{30} \text{ км}}{365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с}}$~~

τ — полупериод.

Задача № 1

$$\cancel{v_{об1} = \frac{5\cdot10^{30}\,км}{24\cdot3{,}6\cdot10^{4}\,км} = \frac{5\cdot10^{28}}{144\cdot6}\,\frac{км}{с} = \frac{5}{864}\cdot10^{28}\,\frac{км}{с} \approx 5\cdot10^{25}\,\frac{км}{с}}$$

$$v_{об1} = \frac{1800000\,км}{3\cdot24\cdot36\cdot100\,с} = \frac{18000}{144\cdot6}\,\frac{км}{с} = \frac{1000}{48}\,\frac{км}{с} \approx$$

$$\approx \frac{1000}{50}\,\frac{км}{с} = 20\,\frac{км}{с}$$

2) Если звезда в минимуме имеет такой радиус: $R_{min} = 5\cdot10^{2} R_\odot$, то $R_{max} = 5\cdot10^{4} R_\odot$

$$\Delta R \approx \cancel{50000 R} = 49500 R_\odot \approx 5\cdot10^{4} R_\odot$$

то за тот же ~~по~~ полупериод = 205 сут оболочка пройдет в 100 раз большее расстояние => $v_{об2} = 2000\,\frac{км}{с}$, — что уже слишком много, даже для самых массивных звезд.

т.к. $v_{об2} >>> v_{II}$ — намного больше; вторая космическая

Задача № 1

Очевидно, что скорость оболочки не может иметь порядок $10^3 \frac{км}{с}$, т.к. это слишком большая скорость, и она превышает вторую космическую для любой звезды на 2 порядка.

=> Ответ: средняя величина скорости оболочки $\approx 20 \frac{км}{с}$

Задача № 2

$N_{молекул} = (2{,}5 \pm 0{,}5) \times 10^{29}$

Т.к. атмосфера кислородная, то все молекулы являются молекулами кислорода O_2, с молярной массой $\mu = 16\ г/моль$.

С помощью числа Авогадро найдем количество вещества кислорода:

$N_A = 6 \cdot 10^{23} \frac{частиц}{моль}$ (Частицы в данном случае — молекулы).

$\Rightarrow \nu_{O_2} = \frac{N_{мол}}{N_A} = 2{,}5 \cdot 10^{29} / 6 \cdot 10^{23} = \frac{5}{12} \cdot 10^{6}\ моль$

Найдем массу кислородной атмосферы:

$M = \mu \nu = 16 \frac{г}{моль} \cdot \frac{5}{12} \cdot 10^{6}\ моль \approx 7 \cdot 10^{6}\ г = 7 \cdot 10^{3}\ кг$

Масса кислорода очень мала, поэтому на значение массы Реи она практич. не влияет (масса Реи на порядки выше).

Найдем массу Реи:

$\rho = 1240 \frac{кг}{м^3}$, $R = 764000\ м$ $V = \frac{4}{3}\pi R^3 \approx 4R^3$

$\Rightarrow M_{Реи} \approx \rho \cdot 4R^3 = 1240 \cdot 4 \cdot 7{,}64^3 \cdot 10^{15}\ кг$

Задача № 2

$M_{Реи} \approx 1240 \cdot 4 \cdot 7{,}64^3 \cdot 10^{15}$ кг $=$ ($4{,}6 \cdot 10^{22}$)

$= 4960 \cdot 4{,}6 \cdot 10^{17}$ кг $= 4{,}96 \cdot 4{,}6 \cdot 10^{20}$ кг $\approx \frac{5}{10} \cdot 4{,}6 \cdot 10^{21}$ кг

$= 2{,}3 \cdot 10^{21}$ кг

Далее найдем ускорение свободного падения у поверхности Реи

$$g = \frac{GM}{R^2} = G \cdot \frac{\rho \frac{4}{3}\pi R^3}{R^2} = G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R =$$

$$\approx 4G\rho R \approx \cancel{\frac{80}{3} \cdot \rho R \cdot 10^{-11}}\ 1240 \cdot 764000 \cdot \frac{80}{3} \cdot 10^{-11} \frac{м}{с^2}$$

$$= 1{,}24 \cdot 7{,}64 \cdot 2{,}7 \cdot 10^{-2} \frac{м}{с^2} = 0{,}26 \frac{м}{с^2}$$

Для оценки будем считать изменение Δg связанную с изменением Δh ~~при~~ малым, т.е. $g = const$

Тогда, давление $p = \frac{F_T}{S_{пов}} = \frac{mg}{4\pi R^2} =$

$$= \frac{GM_0 m_{атм}}{4\pi R^4} = \frac{G \cdot \cancel{4\pi} R^3 \rho \cdot m_{атм}}{3 \cdot \cancel{4\pi R^4} R} = \frac{G\rho m_{атм}}{3R} =$$

$$= \frac{G\rho \cdot \mu N_{мол}}{3R \cdot N_A}$$

Ответ: $p = \dfrac{G\rho \mu N_{мол}}{3R \cdot N_A}$

Задача № 2

Найдём значение давления:

$$P = \frac{G \rho_H N m_{a}}{3 R N_A} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1240 \cdot 0{,}016 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{29}}{3 \cdot 764000 \cdot 6 \cdot 10^{23}} \text{ Па} =$$

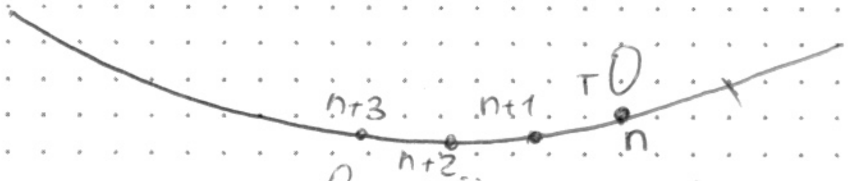
$$= \frac{\cancel{6{,}67} \cdot \cancel{1{,}24} \cdot \cancel{1{,}6} \cdot \cancel{2{,}5}}{\cancel{3} \cdot 7{,}64 \cdot 6} \cdot \frac{10^{19}}{10^{28}} \text{ Па} \approx 1{,}3 \cdot 10^{-9} \text{ Па}$$

Ответ: ~~1,~~ порядка 10^{-9} Па

Задача № 3

Мы живём по Григорианскому календарю, когда каждый 4-й год содержит 366 дней, а все остальные - 365. Реальная продолжительность года - 365,2422 поэтому если Земля в начальный момент времени находилась в перигелии, то через 365 дней она не дойдет до него на угол ($\alpha = \frac{0{,}2422}{365{,}2422} \cdot 360^\circ$), а через 366 перейдет его на угол ($\beta = \frac{0{,}7578 \cdot 360^\circ}{365{,}2422}$).

Рассмотрим часть орбиты Земли:



За нач. точку возьмём т. O - точка, которую Земля проходит в момент наступл. нов. год. Пусть n-й год - високосный. На рисунке обозначим точки, где будет Земля на момент начала (n+1), (n+2) и (n+3) года.

~~Последний~~ первый високосный год - 2000й. (из данных двадцати) момент перицентра наступил примерно 2.01. в 4:00

Задача № 3

Значит перицентр находился от Земли на угле $\frac{\gamma}{360^\circ} \approx \frac{2+4/24}{365{,}2422} \approx \frac{2+\frac{4}{24}}{365{,}25}$

$\gamma = \frac{52}{24 \cdot 365{,}25} \cdot 360^\circ$ $\quad \omega_{апс} = 360^\circ / 112000\text{ лет}$

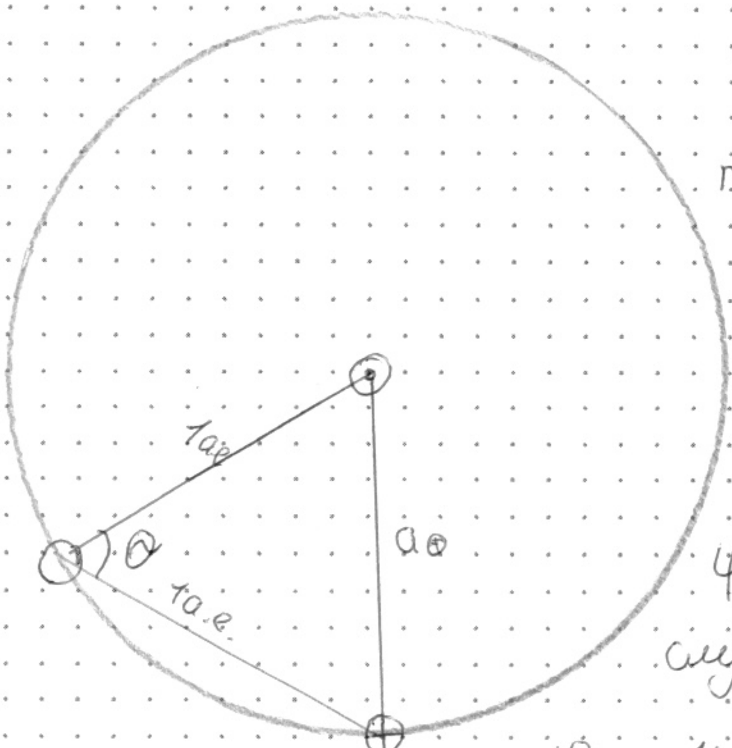
$\Rightarrow \Delta T = \gamma / \omega_{апс} \approx \frac{22400\cancel{0}}{36\cancel{0}}$ лет $=$

$= \frac{\cancel{1{,}1\,2\,20}^{5600}\text{ лет}}{\cancel{18}_{9}} \approx$ 600 лет назад

Ответ: около 600 лет назад.

примерно в 1400 году

Задача № 4

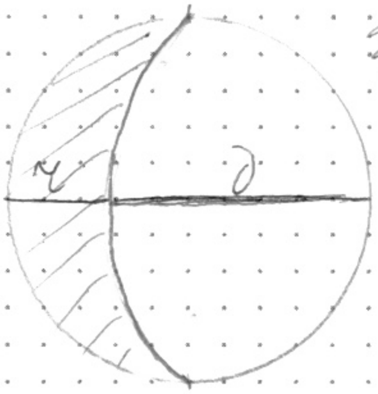


Т.к. $a_\oplus = 1$ а.е., то $\triangle \bigcirc \odot \oplus$ — равносторонний $\Rightarrow \angle \odot \bigcirc \oplus = 60^\circ$.

Фаза в данном случае:

$$\varphi = \frac{1+\cos\theta}{2} = \frac{1+1/2}{2} = \frac{3}{4}$$

$\Rightarrow$ Астероид выглядел примерно так:



$$\frac{d}{r+d} = \frac{3}{4}$$

Площадная фаза $\Phi \approx \varphi^2 = \frac{9}{16}$

Задача № 4 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Освещённая часть относится к всей площади как $\frac{9}{16}$

Когда $\varphi^2 = 1$ – тоже наблюдаем абс зв вел

$\Rightarrow \frac{9}{16} = \frac{S_{осв}}{S_{осв\,абс}} = \frac{9}{16}$ (По условию можем считать, что $\frac{E_2}{E_1} = \frac{S_2}{S_1}$)

$\frac{16}{16}$

$\Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{9}{16} \Rightarrow \Delta m = 2{,}5 \lg\left(\frac{E_2}{E_1}\right) = 2{,}5 \lg(0{,}6) =$

$= 2{,}5 \lg\left(\frac{3}{5}\right) = -2{,}5 \lg\left(\frac{5}{3}\right) = -2{,}5\,(\lg 5 - \underbrace{\lg 3}_{\approx 1/2}) \approx$

$\approx -2{,}5\,(\lg 10 - \lg 2 - \frac{1}{2}) = -2{,}5\left(\frac{1}{2} - \lg 2\right) \approx -2{,}5\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) =$

$= -\frac{5}{2} \cdot \frac{4}{6} = -\frac{5}{3} \approx -1{,}7$

Ответ: примерно на 1,5 зв величин

Задача № 5

Сразу стоит заметить, что атмосферы на Луне (почти) нет, а значит мы не рассматриваем влияние силы трения.

Также нет ограничений по времени.

Обычно для запусков с Земли люди пользуются тем, что у Земли есть собственная скорость вращения, что несколько упрощает проблему запусков на орбиту.

Луна же так же имеет скорость вращения, но эта скорость настолько мала, что смысла её учитывать нет.

Рассмотрим 2 способа запуска.

1) - вертикально вверх (как на Земле)

2) - в сторону горизонта

Рассмотрим эти оба случая и сравним ~~и~~ потраченные энергии.

2й случай по своей сущности есть запуск по Гомановской орбите, что уже говорит о малой затрате энергии.

Задача № 5

1й случай:

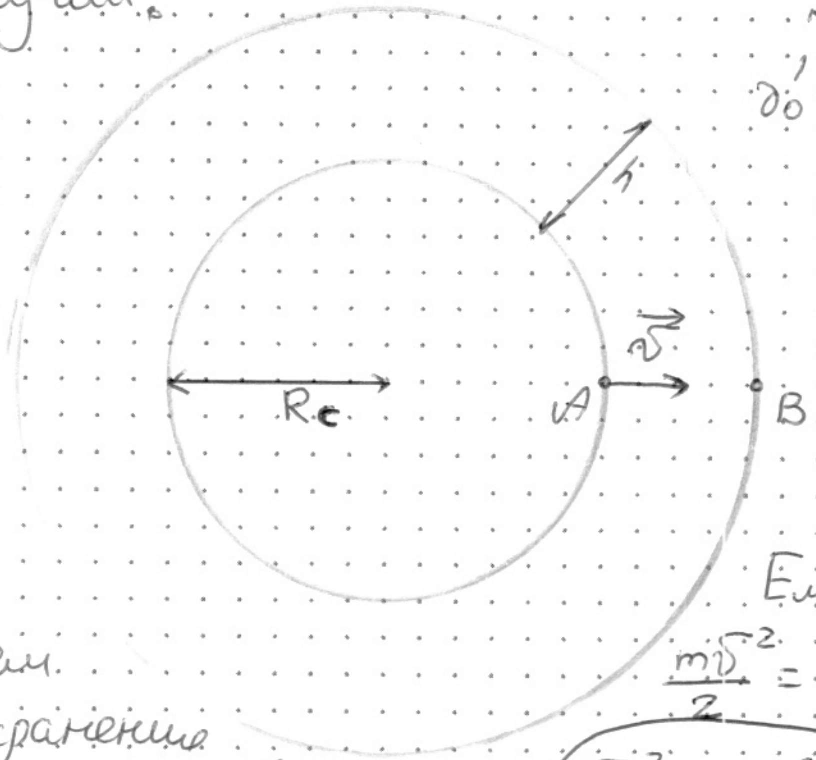
$E_n = \frac{GMm}{r}$

до центр тела

☾ - Луна

$R_{☾} = 1738$ км

$h = 70$ км



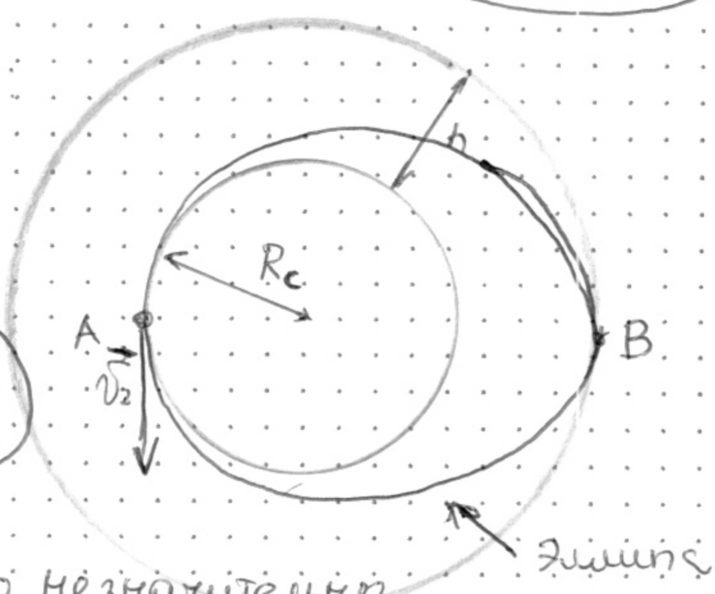
$E_{мех\,A} = E_{мех\,B}$

$\frac{mv^2}{2} = \frac{GMm}{(R+h)}$

Запишем закон сохранения энергии для точки A и B

$$v_1^2 = \frac{2GM}{R+h}$$

2й случай это запуск по гомановской орбите



$e_{орб} = \frac{Q-q}{Q+q} = \frac{h}{2R_c+h}$

эксцентриситет

$e \simeq 0{,}05$, что незначительно

Задача № 5

т. А – точка перицентра

=> чтобы попасть в т. В, нужно запустить модуль в сторону горизонта (касательно поверхности в т. А (как на рисунке)).

$$v_A = \sqrt{\frac{GM}{a}\left(\frac{1+e}{1-e}\right)} \quad e \to 0 =>$$

=> $v_A \to v_I$ для пов.

=> $v_A \approx v_I = \sqrt{\frac{GM}{R_C}}$ Различие очень мало

$$=> v_2^2 = \frac{GM}{R_C}$$

$$v_1^2 = \frac{2GM}{R+h}; \quad v_2^2 = \frac{GM}{R}$$

$$\frac{2GM}{R+h} \wedge \frac{GM}{R}; \quad 2R > R+h \quad (\text{т.к. } h < R)$$

$$=> v_2 < v_1 =>$$

=> второй способ ~~энерго~~ менее энергозатратнее (это было понятно изначально, т.к. это гомановская орбита)

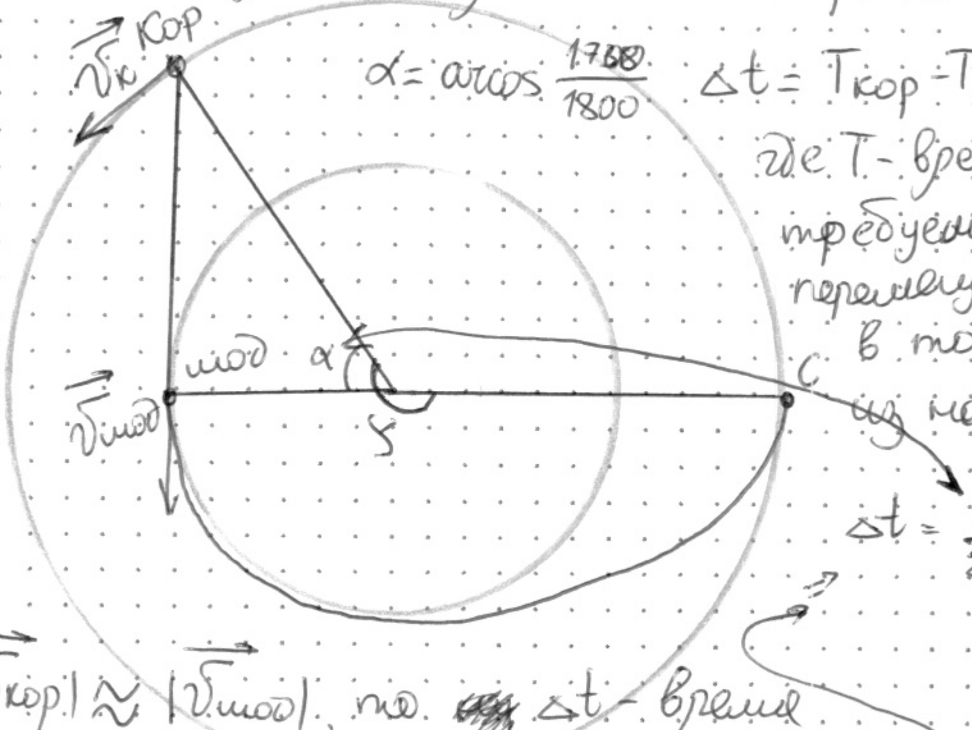
Задача № 5

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_c}{R_c}} \approx \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{81 \cdot 1700000}} \frac{м}{с} =$$

$$= \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 6 \cdot 10^{13}}{8{,}1 \cdot 1{,}7 \cdot 10^{7}}} \frac{м}{с} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 6}{8{,}1 \cdot 1{,}7}} \cdot 10^3 \frac{м}{с} \approx \sqrt{3}\ \frac{км}{с} \approx$$

$$\approx 1{,}7 \frac{км}{с}$$

Далее оценим время: $T_{корабля} = T_{мод} \pm \Delta t$



$\Delta t = T_{кор} - T_{мод}$

где T - время, требуемое для перемещения в точку C из нач. пол.

$\Delta t = \frac{\alpha}{2\pi} \cdot T_{кор\ орб.}$

т.к. $|\vec{v}_{кор}| \approx |\vec{v}_{мод}|$, то Δt - время через которое корабль окажется прямо над модулем

$\alpha = \arccos \frac{17}{18} \approx 19°$ (найден с помощью транспортира и линейки

Задача № 5

$$T_{кор.орб} = \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{GM_{☾}}}$$

по III обобщ. закону Кеплера

$a \approx 1800$

$$\Rightarrow T_{кор.орб} = \sqrt{\frac{40 \cdot 1{,}8^3 \cdot 10^{18}}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}}\,c = \sqrt{\frac{40 \cdot 5{,}8 \cdot 10^{9}}{6{,}67 \cdot 6 \cdot 10^{4}}}\,c$$

$$= 10^3 \cdot \sqrt{\frac{2{,}3}{6 \cdot 6\frac{2}{3}}}\,c = 10^3\sqrt{\frac{23 \cdot \cancel{3}}{20 \cdot \cancel{6}_{2}}}\,c = 10^3\sqrt{\frac{23}{40}}\,c =$$

$$= \frac{10^3}{2}\sqrt{2{,}3}\,c \approx \frac{1{,}5}{2} \cdot 10^3 c = \frac{3}{4} \cdot 10^3 c \; 7{,}5 \cdot 10^2 c =$$

≈ 13 мин $\quad t = T \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{14}{360} \cdot 13$ мин $\approx$ 24 сек

Ответ: Нужно запустить модуль ~~через~~ ~~13 минут~~ параллельно горизонту со скоростью $1{,}7\ \frac{км}{с}$ в ту же сторону, куда летит главный корабль через 24 секунды