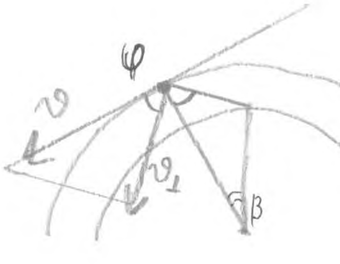
(1)

1) Так как высота спутника много меньше радиуса Земли, можно считать, что его скорость равна первой космической: $v = 8$км/с угловая скорость: $\omega = \frac{v_\perp}{d}$, где $v_\perp$ составляющая скорости, перпендикулярная лучу зрения.



$v_\perp = v \cdot \cos\varphi$

$R^2 = (R+h)^2 + d^2 - 2d(R+h)\cos\varphi$

$R^2 = R^2 + \overset{\approx 0}{h^2} + 2Rh + d^2 - 2d(R+h)\cos\varphi.$

$2Rh + d^2 = 2d(R+h)\cos\varphi;\quad \cos\varphi = \frac{2Rh+d^2}{2d(R+h)}$

ω_{max} будет при $d = h$ и равняться: $\omega_{max} = \frac{v}{h}$, $\omega' = \frac{v}{2h}$;

$\omega = \frac{v\cdot\cos\varphi}{d} = \frac{v\cdot(2Rh+d^2)}{2d^2(R+h)}$, $\omega' = \frac{v(2Rh+d'^2)}{2d'^2(R+h)} = \frac{v}{2h}$,

$2Rh^2 + \cancel{d'^2 h} = d'^2 R + \cancel{d'^2 h}$; $d' = \sqrt{2}\,h$ — это расстояние от спутника к наблюдателю, при котором угловая скорость равна половине максимальной.

$\cos\varphi' = \frac{2Rh + 2h^2}{2\sqrt{2}h(R+h)} \approx \frac{2Rh}{2\sqrt{2}Rh} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\varphi' = 45°$; $\frac{\sin\beta'}{d} = \frac{\sin\varphi'}{R}$;

$\sin\beta' = \frac{d}{R}\sin\varphi' = \frac{\sqrt{2}h}{R}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{h}{R} = \frac{1}{32}$ рад $\approx \beta'$;

Угол β' — это длина дуги орбиты спутника, на которой его угловая скорость возрастает от $\frac{\omega_{max}}{2}$ к ω_{max} или наоборот.

$2\beta' = \frac{1}{16}$ рад, так как ~~ди~~ полный угол окружности 2π, то $t = T\cdot\frac{1}{16}\cdot\frac{1}{2\pi} = \frac{2\pi(R+h)}{v\cdot 16\cdot 2\pi} = \frac{6600}{8\cdot 16} = \underline{51\text{ с.}}$, рефракцией на таких угловых расстояниях, конечно же можно пренебрегать.

2) Для начала я посчитаю какую звездную величину можно наблюдать через 6-сантиметровый телескоп, так как диаметр зрачка примерно 6 мм (максимальный), то отношения площадей равно 100, что соответствует разнице в 5 зв. величин, отсюда следует, что Мессье мог наблюдать объекты не слабее 11^m.

Чтобы разрешать отдельные звезды, требуется чтобы угловое расстояние между двумя ближайшими звездами было больше проницающей способности телескопа. Наибольшую прониц. спос. среди оптических телескопов имеет телескоп Хаббла, его диаметр около $\approx 2,5$ м, пусть среднее расстояние между звездами равно 1 пк. Средняя зв. вел. приблизительно 5^m, но так как ~~нужно сьемить~~ достаточно разрешить одну пару звезд, можно взять $M = 0^m$, (среди множества звезд в галактике почти всегда может найтись пара таких звезд). $\varphi = 1,22\frac{\lambda}{D} \approx \frac{600нм}{2,5м} = 2,4\cdot10^{-7}$ рад.

$R = \frac{r}{\varphi} = \frac{1пк}{2,4\cdot10^{-7}} \approx 4\cdot10^6 пк = 4 Мпк$. $m = M + 5\lg R - 5 = -5 + 5(6+\lg 4) =$

$= 5,5\cdot5 = 27,5^m$ – ~~зв~~ видимая звездная величина таких звезд, на расстоянии 4 Мпк. ~~Площадь телескопа больше площади зрачка в:~~

~~$\left(\frac{2,5}{6\cdot10^{-3}}\right)^2 \approx (400)^2 = 16\cdot10^4$; $\Delta m = 2,5\lg(16\cdot10^4) = 2,5(5+\lg1,6)$, так как~~

~~$10^{0,4} = 2,5$, то $10^{0,2} \approx 1,6 \Rightarrow \lg 1,6 = 0,2 \Rightarrow \Delta m = 2,5\cdot5,2 = 13^m$~~

Это приблизительно равно проницающей способности Хаббла.

~~Теперь~~ Сейчас только остается найти, сколько галактик находится в этой области. Пусть галактики похожи на нашу, тогда $M = -20^m$, зная видимую и абсолютную звездные величины можно найти как далеко были галактики которые Мессье наблюдал.

③

2) $D = 10^{0.2(m-M+5)} = 10^{0.2(11+20+5)} = 10^{0.2(36)} = 10^{7.2} \approx 16$ МПК, как видно Мессье наблюдал галактики на большем расстоянии, чем ~~мы можем разрешит~~ то, на каком мы можем разрешить звезды. ~~то есть~~ Если считать, что галактики распределены равномерно, то можно найти отношение объемов.

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{R_2^3}{R_1^3}, \quad N_1 = 28; \quad R_1 = 16 \text{ МПК}; \quad R_2 = 4 \text{ МПК};$$

$N_2 = 28 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{2}$ - как видим число малое, и погрешности при вычислениях могли быть больше искомого результата, на самом деле мы можем разрешить звезды в нашей галактике и самых близких соседях, например в Андромеде, то-есть окончательный результат $\approx 2-3$ спиральные галактики.

3) $T = 134$ хв

$e = 0{,}184$

$i = 34{,}2°$

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{\mu_6}{4\pi^2} \quad a^3 = \frac{\mu_6 T^2}{4\pi^2} = \frac{6\cdot 10^{24}\cdot \cancel{7}\cdot 10^{-11}\cdot(134\cdot 60)^2}{40} =$$

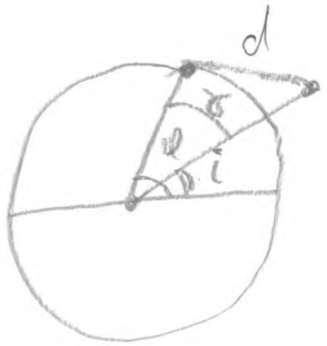
$$\approx 10^{13}\cdot 8000^2 = 64\cdot 10^{19} = 640\cdot 10^{18};$$

$a \approx 8{,}4\cdot 10^6$ м $= 8{,}4$ тыс. км.

$h_{пер} = a(1-e) - R \approx 600$ км;

$h_{ап.} = a(1+e) - R \approx 3700$ км;

когда спутник в апогее, мы можем наблюдать его на большем угловом расстоянии от Солнца и соответственно – в большей фазе, но разница в фазе небольшая по сравнению с разницей в расстояний. ~~при одной и той же фазе в н~~

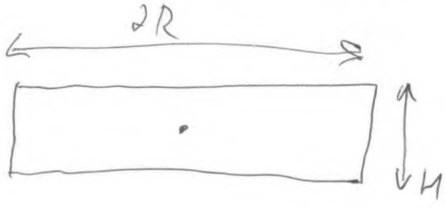


$\gamma = \varphi - i = 60 - 34 \approx 26°$; $d^2 = R^2 + (R+h)^2 - 2R(R+h)\cos 26$;

по расчетах: $d_{min} \approx 3000$ км, а $d_{max} = 4700$ км,

$$\left(\frac{d_{max}}{d_{min}}\right)^2 = \frac{25}{9} \approx 3$$ – что явно больше чем разница в фазах, то-есть лучше будет видно в перигее.

4) Будем считать, что все звезды похожи на Солнце и их количество равно $N = 10^{11}$, тогда концентрация возле одной звезды будет: $n_0 = 20 \cdot (6000)^3 = 20 \cdot 10^9 \cdot 200 = 4 \cdot 10^{12}$, то есть



в объеме с толщиной 1м, возле звезды будет находится приблизительно

$\approx N_0 = 4\pi r_0^2 \cdot h_0 \cdot n = 12 \cdot (700 \cdot 10^6)^2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 10^{12} = 12 \cdot 50 \cdot 10^{16} \cdot 4 \cdot 10^{12} = 10^{28} \cdot 2400 = 2{,}4 \cdot 10^{31}$. Предположим что все звезды находятся в центре галактики (для оценки достаточно), по мере удаления от звезды концентрация в сфере с толщиной $h = 1$м, будет постоянной, так как $H \approx 300$пк, а $R \approx 15$кпк, приблизительно я буду считать, что все звезды находятся в центре шара с радиусом 1кпк, ~~тогда~~ тогда

$N_ф = N_з \cdot N_0 \cdot \frac{1кпк}{1м} = 10^{11} \cdot 10^{31} \cdot 10^{19} \approx 10^{61}$ фотонов сейчас находится в нашей галактике.

5) Высота геостационарной орбиты ~ 42 тыс. км.

$v_0 = \frac{2\pi R}{T} = \frac{6{,}3 \cdot 42000}{24 \cdot 3600} \approx \frac{300}{4{,}6} = \frac{180}{6} \approx 3$ км/с., максимальная скорость относительно солнца равна $v_З + v_0 = 33$ км/с, вторая космическая скорость на орбите Земли для Солнца равна 42 км/с, то-есть надо придать ещё скорость 9 км/с.

$K = \frac{\Delta P}{\Delta m} = 4500$ м/с, $dv = \frac{F \Delta t}{m} = \frac{\Delta P}{m} = \frac{K \Delta m}{m}$, где m - текущая маса аппарата. $M = 7{,}4 \cdot 10^3$ кг, $M_T = 6{,}4 \cdot 10^3$ кг., $M_A = 10^3$ кг.

$m = M - m_c$, где m_c - сожжёная маса топлива

$$dv = \frac{K dm}{M - m_c} \quad ; \quad \Delta v = \int_0^{M_T} \frac{K dm}{M - m_c} = -K \ln(M - m_c) \Big|_0^{M_T} = -K(\ln(M - M_T) - \ln(M)) =$$

$$= -K \ln \frac{M - M_T}{M} = K \ln \frac{M}{M - M_T} = K \ln 7{,}4, \quad e^2 \approx 7{,}4 \Rightarrow \ln 7{,}4 \approx 2,$$

$\Delta v = 2K = 9$ км/с, как видим дополнительная скорость как раз равна нужной величине, и потому не ясно до конца вылетит ли аппарат за границу солнечной системы, но сделав гравитационный маневр возле Юпитера он сможет получить дополнительную скорость и в конечном итоге, таки <u>вылетит</u>!