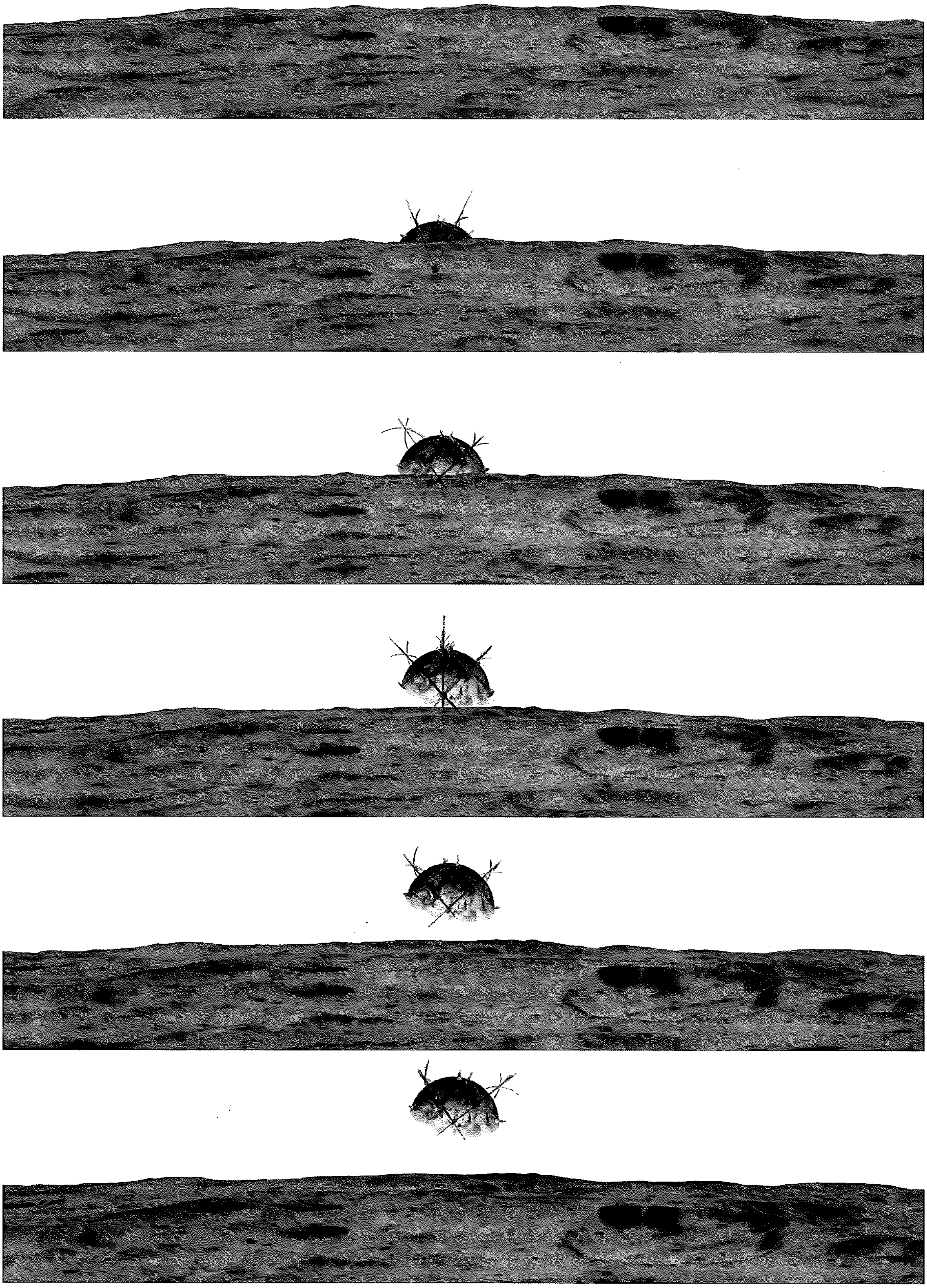
Zaporedje posnetkov Zemlje je naredila vesoljska sonda, ki se je gibala okoli Lune po krožni orbiti. Oceni višino sonde nad površjem Lune, če veš, da je med zaporednima posnetkoma minilo 8 sekund. Predpostavi, da je masa Lune 81-krat manjša od mase Zemlje, polmer Lune pa 4-krat manjši od Zemljinega.

Rešitve: ~~Na sliki lahko izmerimo kot α za kateri se navidezno premakne Zemlja. Najprej moramo izmeriti kakšen je premer Zemlje $p_\oplus$ na sliki. Da naredimo to, moramo najti središče Zemlje na sliki, kar lahko naredimo če najmanj ~~2-krat~~ 2-krat ponovimo naslednje c~~

Na sliki lahko izmerimo kot α za katori se navidezno premakne Zemlja v času $t = 8\,s$.

~~Najprej~~ Na

$\boxed{\text{Rešitve so na dodatnih listih!}}$



(1. list)

Rešitev:

Na sliki ~~lako~~ lahko izmerimo kot α za kateri se navidezno premakne Zemlja.

Najprej moramo izmeriti kakšen je ~~premer~~ polmer Zemlje $p_\oplus$ na sliki. Da naredimo to, moramo najti središče ~~Zem~~ Zemlje na sliki, kar lahko naredimo, če najmanj 2-krat (boljše če 3-krat, da smo prepričani, da smo vse naredili pravilno) ponovimo naslednjo operacijo:

1. Vzamemo kateri-koli 2 točki na robu Zemlje, ki se vidi dobro.
2. ~~Nek~~ Jih povežemo
3. In čez sredino dobljene daljice narišemo premico, ki je nanj pravokotna.

V presečišču ~~te~~ teh premic se nahaja središče Zemlje na sliki. ~~Bolje Boljše ko če to naredimo~~

Ko najdemo to točko, izmerimo polmer Zemlje. ~~in s sesbela~~

Rezultati bodo bolj natančni, če to naredimo na vseh slikah z Zemljo. Dobil sem takšne ~~polmere~~ vrednosti:

$p_{\oplus 1} = 8\,mm$

$p_{\oplus 2} = 7\,mm$

$p_{\oplus 3} = 8\,mm$

$p_{\oplus 4} = 7\,mm$

$p_{\oplus 5} = 7\,mm$

Torej $p_\oplus = \frac{p_{\oplus 1}+p_{\oplus 2}+p_{\oplus 3}+p_{\oplus 4}+p_{\oplus 5}}{5} = \frac{21\,mm+16\,mm}{5} = \frac{37\,mm}{5} = 7{,}4\,mm.$

Zdaj izmerimo ~~na vsaki sliki~~ za ~~kot~~ koliko se premakne središče Zemlje ~~na vsaki sliki~~ med zaporednima slikama (za to izmerimo razdaljo od središča do obzorja).

$x_1 = \cancel{3\,mm}\ 4\,mm$

$x_2 = 3\,mm$

$x_3 = 3\,mm$

$x_4 = 3\,mm$

Torej $x = \frac{x_1+x_2+x_3+x_4}{4} = \frac{13\,mm}{4} = 3{,}25\,mm.$

~~Zdaj lahko izračunamo zapišemo v kolikih stopinjah~~

$\cancel{x = \frac{p_\oplus}{x}}$

Ker vemo ~~Lunin~~ premer Lunine ploskvice na nebu Zemlje in je enak $0{,}5°$, lahko zračunamo premer Zemljine ploskvice $d_\oplus = \frac{R_\oplus}{R_L}\cdot 0{,}5° = 4\cdot 0{,}5° = 2°$

(2. list)

Zdaj lahko izračunamo kot α za kateri se premakne Zemlja v času t:

$$\cancel{\alpha = \frac{x}{d_\odot} = \mu_\odot} \quad \cancel{\frac{x}{d_\odot} = \mu_\odot}$$

$$\frac{\alpha}{d_\odot : 2} = \frac{x}{\mu_\odot}$$

$$\alpha = \frac{x}{\mu_\odot} \cdot \frac{d_\odot}{2}$$

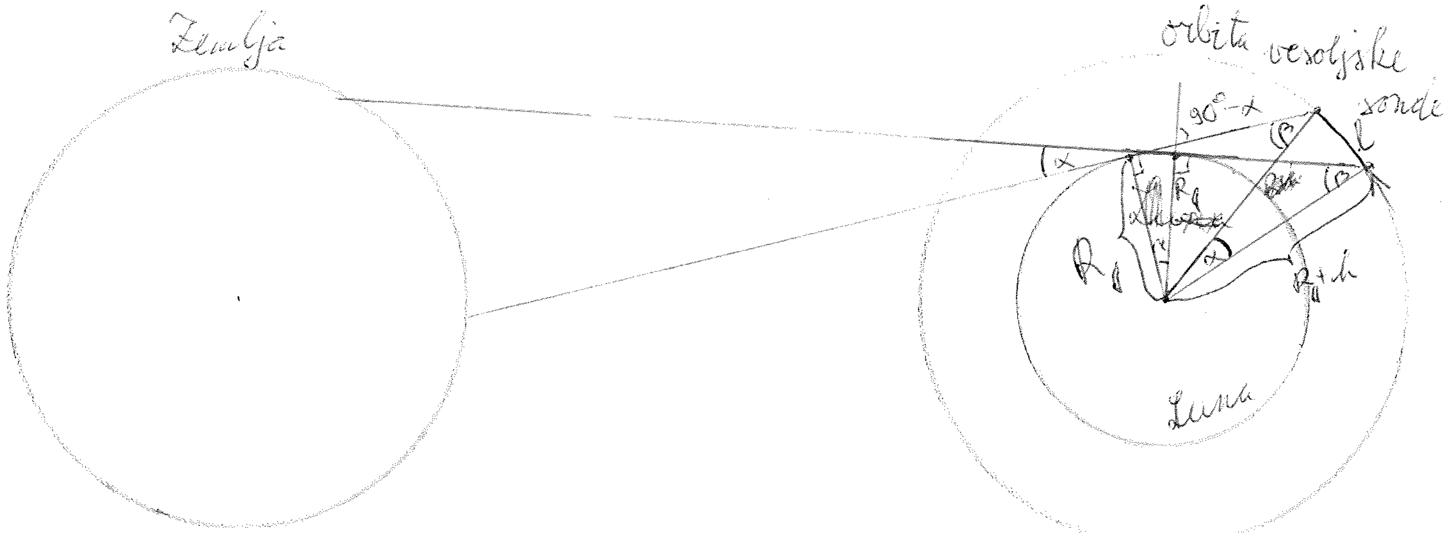
$$\alpha = \frac{3{,}25\,mm}{7{,}4\,mm} \cdot 1^\circ$$

$$\alpha = 0{,}44^\circ$$

Ta kot moramo ~~prevesti~~ zapisati v radianah:

$$\alpha \doteq 7{,}8 \cdot 10^{-3}\,rad$$

Narišemo skico te ~~slik~~ situacije (velikosti in razdalje niso v razmerju):



Iz skice lahko razumemo, da ~~med do~~ v času t sonda naredi kot α okoli središča Lune. Torej ~~ta do~~ je enak kotu za katerega se premakne Zemlja.

Zdaj lahko pridemo do formule, ki izraže $R_\zeta + h$, z podatki, ~~ki~~ ki imamo na več načinov (pokazal bom 2 načina):

~~1. način~~ l – razdalja, ki

1. način: l – razdalja, ki jo prepotuje sonda v času t.

$$\begin{cases} l = v \cdot t = \alpha \cdot (R_\zeta + h) \\ v = \sqrt{\dfrac{G \cdot M_\zeta}{R_\zeta + h}} \end{cases}$$

v – je ~~krožna~~ hitrost telesa, ki se giblje po krožnemu tiru.

$$\sqrt{\frac{G \cdot M_\zeta}{R_\zeta + h}} \cdot t = \alpha \cdot (R_\zeta + h)$$

$$G \cdot M_\zeta \cdot \frac{t^2}{\alpha^2} = (R_\zeta + h)^3$$

(3. list)

2. način: $\omega = \frac{\alpha}{t} = \frac{v}{R_{\text{L}}+h}$

a - centripetalni pospešek, ki je v tem primeru gravitacijski pospešek

$$\cancel{a = G\frac{M_{\text{L}}}{(R_{\text{L}}+h)^2} = \omega^2(R_{\text{L}}+h)} \qquad a = \frac{GM_{\text{L}}}{(R_{\text{L}}+h)^2} = \omega^2 \cdot (R_{\text{L}}+h)$$

$$G\frac{M_{\text{L}}}{\omega^2} = (R_{\text{L}}+h)^3$$

Ampak te dve formuli sta enaki, ker:

$$\frac{GM_{\text{L}}}{\omega^2} = GM_{\text{L}} \cdot \left(\frac{t}{\alpha}\right)^2 = \frac{GM_{\text{L}} \cdot t^2}{\alpha^2}$$

Vemo, da $M_{\text{L}} = \frac{M_{\oplus}}{81}$. Ker v ~~navo~~ navodilih ne piše koliko je $M_{\oplus}$, lahko jo izračunamo s ~~kaš~~ podatki ~~kak~~ ~~kakšnega~~ nekega telesa, ki poznamo (~~napr~~ npr.: Luna) ali lahko vstavimo ta podatek, če ga vemo. Izračunamo ga lahko s formulo $t^2 = \frac{4\pi^2}{GM} a^3$, kjer vemo obhodni čas t in veliko polos tira a.

Zdaj ~~lahko~~ lahko izračunamo $R_{\text{L}}+h$:

$$(R_{\text{L}}+h)^3 = GM_{\text{L}} \cdot \frac{t^2}{\alpha^2}$$

$$(R_{\text{L}}+h)^3 = G\frac{M_{\oplus}}{81} \cdot \frac{(8\,s)^2}{(7{,}3 \cdot 10^{-3})^2}$$

$$R_{\text{L}}+h \doteq \sqrt[3]{0{,}5 \cdot 10^{19}\,m^3}$$

$$R_{\text{L}}+h = 1{,}7 \cdot 10^6\,m = 1700\,km$$

Vemo iz navodil, da $R_{\text{L}} = \frac{R_{\oplus}}{4} = \frac{6400\,km}{4} = 1600\,km$.

Torej $h = 1700\,km - 1600\,km = 100\,km$.

Odg.: Višina sonde nad površjem Lune je približno 100 km.