132

4.

СПб:

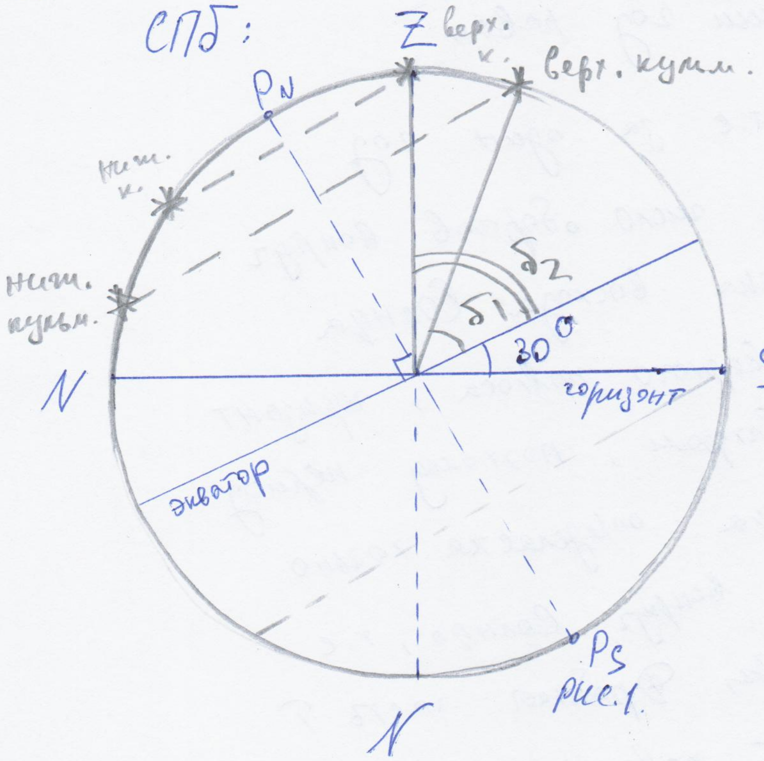


рис.1.

обозначения:
P_N, P_S – полюса мира
N, S – север, юг
Z, N – зенит, надир.

Изобразим схематично небесную сферу в Санкт-Петербурге (учитывая, что его широта 60°, неб. экватор будет наклонён к плоскости горизонта на угол $\varphi = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$, см. рисунок) Видно, что нас устраивают звёзды, склонение δ которых больше 60° (иначе верх. кульминация такой звезды – к югу от зенита) Но $\delta \leq 90^\circ$, поэтому нас устраивает диапазон $\delta \in [60^\circ; 90^\circ]$.

Заметим также, что минимально возможное склонение, которым должна обладать звезда, хотя бы иногда видимая над горизонтом в СПб, равно $\delta_{min} = -30^\circ$

Значит общий диапазон склонений всех звёзд, хотя бы иногда видимых над горизонтом, таков:

$\delta \in [-30^\circ; 90^\circ]$. Видно, что общий диапазон в 4 раза больше нас устраивающего, поэтому считая, что звёзды рассеяны по склонениям равномерно, получим итоговый ответ $\frac{1}{4}$ звёзд. Ответ: $\frac{1}{4}$

2.

Как известно, тропический год равен $T \approx 365,24$ сут., т.е за один год Земля совершит нецелое число оборотов вокруг собственной оси, и точка восхода Солнца сместится (в области северного полюса, горизонт совпадает с небесным экватором, поэтому период между восходами Солнца определяется точно периодом обращения Земли вокруг Солнца, т.е периодом T) ~~Угол~~ Дробная часть T определяет угол, на который повернётся направление верхней точки диска Солнца в момент восхода:

$$\Delta\varphi = 0,24 \text{ сут.} \cdot 360^\circ \approx 86,4^\circ \approx 90^\circ$$

(по направлению вращения Земли)

5.

Собственное движение наблюдаемой звезды уменьшится, когда эта звезда удалится от Земли (и Солнца). Если считать, что в процессе удаления лучевая скорость звезды не изменилась (её изменение из приведённых данных вычислить не получится), то тогда $v_{общ}^2 = \mu_0^2 r_0^2 + v_{r_0}^2 = \mu_1^2 r_1^2 + v_{r_1}^2$,
(из теоремы Пифагора)

где $v_{общ}$ – полн. скорость звезды

$\mu_{0,1}$ – собств. движ. в начале и в конце.

$v_{r_{0,1}}$ – лучевая скорость в начале и в конце.

Т.к мы считаем, что $v_{r_0} = v_{r_1}$,

то $\mu_0^2 r_0^2 = \mu_1^2 r_1^2$;

$$\frac{r_1^2}{r_0^2} = \frac{\mu_0^2}{\mu_1^2} = 16$$

(т.к $\mu_1 = \frac{1}{4}\mu_0$ из условия)

Блеск звезды зависит от расстояния следующим образом:

$$m_1 = m_0 + 2{,}5\lg\left(\frac{r_1^2}{r_0^2}\right) = m_0 + 5\lg\left(\frac{r_1}{r_0}\right), \quad (1)$$

т.к ~~светимость~~ освещённость звезды обратна пропорциональна квадрату расстояния до нее ($E(r) = \frac{L}{4\pi r^2}$, L – светимость).

m – блеск на расстоянии r_2

Тогда $m_1 = 7^m + 5\lg(16)$.

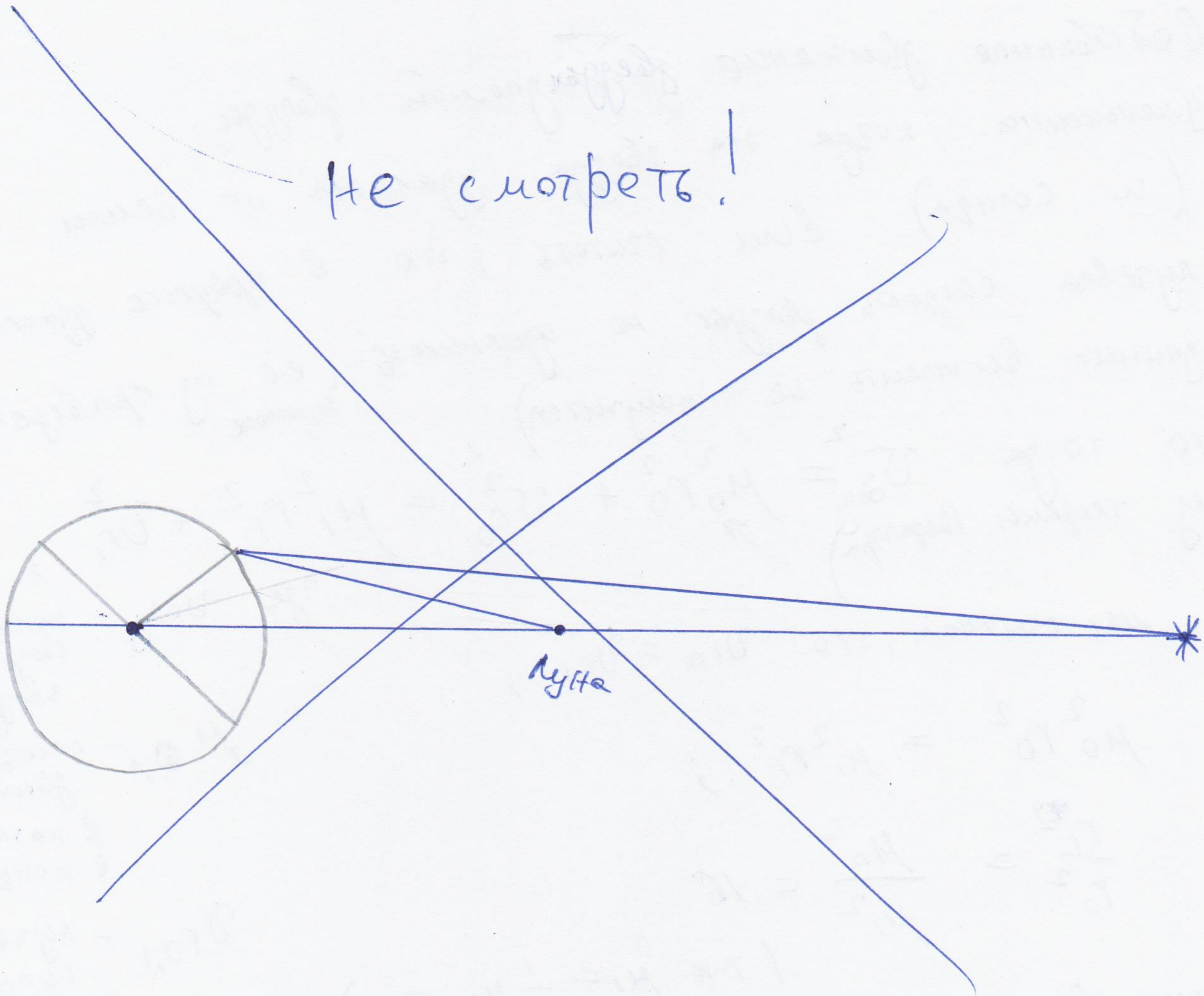
~~Из ряда Тейлора, $\ln x = (x-1) - \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{3!} - \frac{(x-1)^4}{4!} + \ldots$~~

$\lg 16 \approx 1$, поэтому $m_1 \approx 12^m$

Ответ: $\approx 12^m$ (чуть больше)

3.

Не смотреть!



132

1.

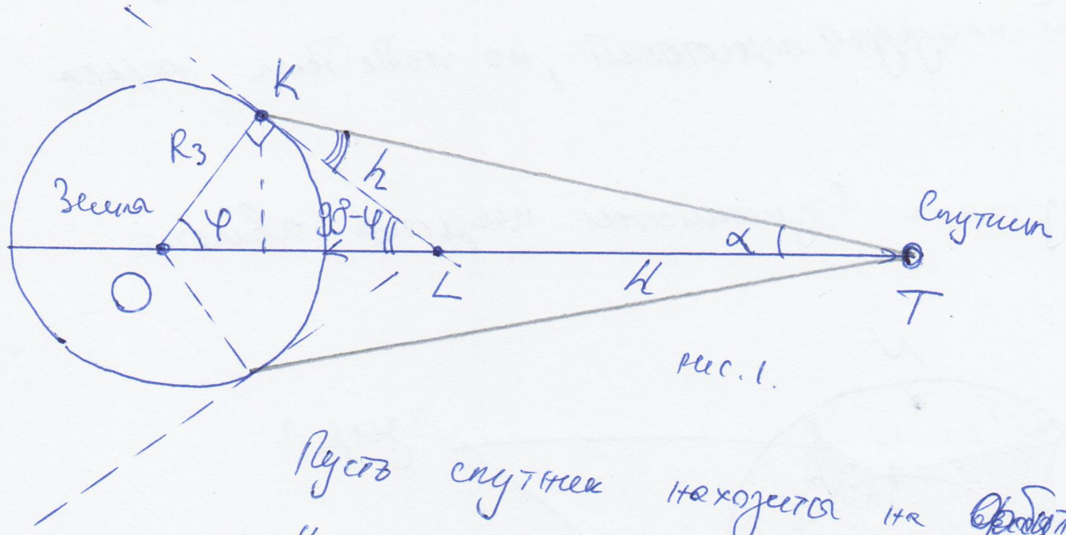


рис. 1.

Пусть спутник находится на ~~орбите~~ орбите высоты H над Землёй (см. рис.) В крайних точках, где можно поймать устойчивый сигнал, он имеет высоту $h = 40°$ над горизонтом. Пусть сейчас спутник над экватором, тогда макс. широта φ, где можно поймать сигнал, определяется из след. уравнений:

$$90° - \varphi = h + \alpha \quad \text{(см. рис, треугольник } KTL) \quad (1)$$

~~$(R_3+H) - R_3 \cdot \cos\varphi$~~

$$\left(R_3(1-\cos\varphi) + H\right) tg\alpha = R_3 \cdot \sin\varphi \quad (2)$$

Т.к. $h = 40°$, то $\alpha = 50° - \varphi$,

$R_3(1-\cos\varphi)$ мал по сравнению с H,

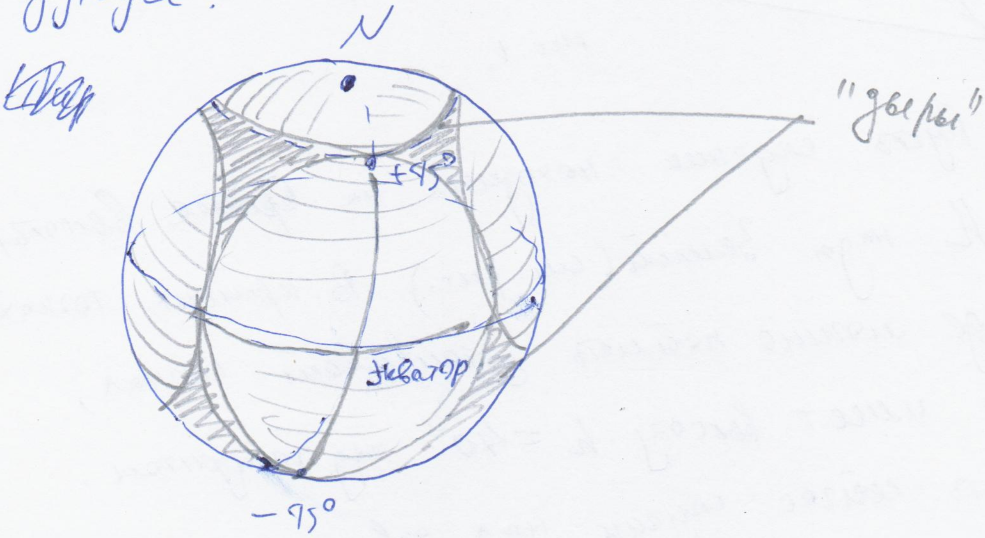
$$\Rightarrow \quad H \cdot tg(50° - \varphi) = R_3 \sin\varphi \quad (3)$$

Заметим, что при $H \to \infty$, $\varphi \to 50°$,

Значит спутник будет покрывать область, ширина которой по градусной мере не превосходит $2 \cdot 50° = 100°$.

Выгоднее всего покрывать Землю областями с минимальной площадью пересечений, но чтобы была покрыта вся Земля.

Одной из таких возможностей покрытия является следующая:



Причём ширина области будет составлять 90°. Здесь будет 6 основных области, касающихся друг друга и также 8 дыр (по 4 в каждом полушарии), не покрываемых 6-ю спутниками. ~~В завис~~ ~~от того~~ Эти дыры также покрываются 8-ю дополнит. спутниками. Итого 14 спутников.

Т.к ширина области $= 90°$, то $\varphi = 45°$

$\Rightarrow$ из (3), $H \cdot tg(5°) = R_З \cdot \sin 45°$ ← радиус Земли

$tg(5°) \approx tg\left(\frac{1}{12} \text{ рад}\right) \approx \frac{1}{12}$; $\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow$ $H = R_З \cdot \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{12}} = 6\sqrt{2} \cdot R_З \approx 1{,}44 \cdot 6 \cdot 6400 \text{ km} \approx$

$\approx 8{,}64 \cdot 6400 \text{ km} \approx 55296 \text{ km} \approx 55300 \text{ km}.$

По обобщённому III-му закону Кеплера, период обращения такого спутника T определяется соотношением:

$$\frac{T^2}{(R_з+H)^3} = \left(\frac{4\pi^2}{G M_з}\right);$$

$$T = \sqrt{\frac{(R_з+h)^3\cdot 4\pi^2}{G\cdot M_з}} \approx 2\pi\cdot\sqrt{\frac{61\cdot 700^3\ км}{7\cdot 10^{-11}\,\frac{Н\cdot м^2}{кг^2}\cdot 6\cdot 10^{24}\,кг}} =$$

$$\approx 2\pi\cdot\sqrt{\frac{(6\cdot 10^4)^3\ км^3}{6\cdot 10^{24}\,кг\cdot 7\cdot 10^{-11}\,\frac{Н\cdot м^2}{кг^2}}} =$$

$$= 2\pi\cdot\sqrt{\frac{6^3\cdot 10^{12}\cdot 10^9}{6\cdot 10^{24}\cdot 7\cdot 10^{-11}}}\ с =$$

$$= 2\pi\cdot\sqrt{\frac{36}{7}\cdot 10^8}\ с =$$

$$= 2\pi\cdot 10^4\cdot\sqrt{\frac{36}{7}}\ с \approx 6\sqrt{5}\ часов \approx$$

$$\approx 12\ часов$$

Значит период обращения такого спутника около 12 часов (чуть меньше)

Отв.