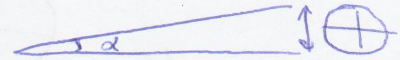
54

9 класс

Для начала определим угловой размер Земли при наблюдении с Луны:

$\alpha_{\oplus} r = 2R_{\oplus}$;



$$\alpha_{\oplus} = \frac{2R_{\oplus}}{r} = \frac{2 \cdot 6400\text{км}}{400\,000\text{км}} = \frac{32}{1000}\text{рад} = 0{,}032\text{рад}$$

При измерении линейкой, Земля = 1,8 см (в диаметре). Значит можно определить высоту верхней точки (т.к. рефракцией нет атмосферы) центра. Земли над горизонтом.

Для верхней точки; в см от горизонта (измерения линейкой): $h_1 = 0{,}0$ см; $h_2 = 0{,}5$ см; $h_3 = 0{,}9$ см; $h_4 = 1{,}3$ см; $h_5 = 1{,}6$ см; $h_6 = 1{,}9$ см. Для большей точности рассмотрим крайние точки; тогда изм. высоты $\alpha = \frac{h_6}{1{,}8\text{см}} \cdot 0{,}032\text{рад} = 0{,}016\text{рад} \cdot \frac{1{,}9}{0{,}9} \approx$ $\approx 0{,}034$ рад; Между этими снимками прошло время $t = 40$ с. Нарисуем картинку!

Как видно, спутник движется примерно навстречу Земле => параллаксом можно пренебречь, тогда Земля движется с пост. угл. скоростью (вместе со всеми объектами); Тогда можно найти период обр. спутника вокруг Луны: $\frac{T}{2\pi} = \frac{t}{\alpha}$; $T = \frac{2\pi \cdot t}{\alpha}$; Тогда скорость спутника $V = \frac{2\pi(h+R)}{T} = \frac{2\pi(h+R)\cdot\alpha}{2\pi \cdot t} = \frac{\alpha(R+h)}{t}$

Лист 2 из 2

Также запишем круговую скорость: (мне показалось это удобнее, чем 3-й закон Кеплера)

$v=\sqrt{\frac{GM}{(h+R)}}$; $v^2=\frac{GM}{R+h}$;

Луна; Масса $=M$ Радиус $=R=16\cdot10^5$ м

Земля; Масса $=81M$ Радиус $=4R$

Также известно:

$F_{тяж}=mg=\frac{GM\cdot81m}{(4R)^2}\Rightarrow GM=\frac{16}{81}gR^2$;

$v^2=\frac{16}{81}\frac{gR^2}{(R+h)}=\frac{\alpha^2(R+h)^2}{t^2}$;

$(R+h)^3=\frac{16gR^2t^2}{81\alpha^2}$; $h=\sqrt[3]{\frac{16gR^2t^2}{81\alpha^2}}-R=$ [СИ]

$=\sqrt[3]{\frac{16\cdot10\cdot16^2\cdot10^{10}\cdot1600}{81\cdot34^2\cdot10^{-6}}}-16\cdot10^5=$

$=\sqrt[3]{\frac{160^4}{3^4\cdot34^2}}=\sqrt[3]{\left(\left(\frac{160}{3}\right)^2\cdot\frac{1}{34}\right)^2}\cdot10^5-16\cdot10^5\approx$

$\approx\sqrt[3]{\left(\frac{2840}{34}\right)^2}\cdot10^5-16\cdot10^5\approx$

$\frac{160}{3}=53{,}(3)\approx53{,}3$;

$\left(\frac{160}{3}\right)^2\approx2840$;

$\frac{2840}{34}=\frac{1420}{17}\approx83{,}5$

$83{,}5^2=7972{,}25\approx$
≈8000

$\approx\sqrt[3]{\underset{2^3\cdot10^3}{8000}}\cdot10^5-16\cdot10^5=20\cdot10^5-16\cdot10^5=$

$=4\cdot10^5=400$ км; $h=400$ км