Задача 1. КГД-7

Д-но: $T_a = 3{,}9^{г}$, $|\Delta m| = 2{,}5^{m}$, орбита земли круговая и астероид наблюдается в противостояниях.

Опр-ть: e - ?

Р-ие: Для начала определим большую полуось орбиты астероида: по 3-ему закону Кеплера $\frac{T_a^2}{T_\oplus^2} = \frac{a_a^3}{a_\oplus^3} \Rightarrow a_a = 3{,}9^{2/3}$ а.е.

$a_a \approx 2{,}25$ а.е.

Прим: $3{,}9^2 = 13{,}21$

$\Rightarrow 2 < 13{,}21^{1/3} < 3$

$27 - 8 = 19 \quad \frac{5{,}21}{19} \approx 0{,}3$

$\Rightarrow 2{,}3^3 \approx 15$

$2{,}2^3 \approx 10{,}6$

$\Rightarrow 2{,}2 < 3{,}9^{2/3} < 2{,}3$

Предположим, что $2{,}25$

Освещённость обратно пропорциональна квадрату расстояния до объекта:

$\Rightarrow E_q \sim \frac{1}{(q - a_\oplus)^2}$

$E_Q \sim \frac{1}{(Q - a_\oplus)^2}$

Астероид наблюдается в противостоянии с Землёй, поэтому $r_a - a_\oplus$, а также логично предположить, что, поскольку амплитуда изменения блеска достаточно большая, то при наибольшей величине объект наблюдается в перигелии, а при наименьшей в афелии

По формуле Погсона: $m_q - m_Q = -2{,}5 \lg\left(\frac{E_q}{E_Q}\right)$, ну или

$$2{,}512^{\Delta m} = \left(\frac{Q - a_\oplus}{q - a_\oplus}\right)^2$$

$$2{,}512^{1{,}25} = \frac{a(1+e) - a_\oplus}{a(1-e) - a_\oplus} \Rightarrow a(2{,}512^{2{,}5} - 1) - a_\oplus(2{,}512^{1{,}25} - 1) = a(2{,}512^{1{,}25} + 1)e$$

Прим: Оценим число $2{,}512^{1{,}25} \approx 2{,}5^{1{,}25}$

Пусть $2{,}5^{1{,}25} = 2{,}5^{1+0{,}25} = 2{,}5^{x+\Delta x}$

Разложим данную ф-цию в ряд Тейлора:

$2{,}5^{x+\Delta x} = 2{,}5^x + x \cdot 2{,}5^{x-1} \Delta x + \ldots$

В нашем случае $x = 1$ $\Delta x = 0{,}25$

$2{,}5^{1{,}25} \approx 2{,}5 + 0{,}25 \approx 2{,}75$

$$\Rightarrow e = \frac{(a - a_\oplus)}{a} \frac{(2{,}512^{1{,}25} - 1)}{(2{,}512^{1{,}25} + 1)} =$$

$$= \frac{1{,}25 \cdot 1{,}75}{2{,}25 \cdot 3{,}75} = \frac{25 \cdot 5 \cdot 25 \cdot 7}{25 \cdot 9 \cdot 25 \cdot 15} = \frac{7}{27} =$$

$\approx 0{,}26$

Ответ: $0{,}26$

Задача 4.

Д-но: $a = 0{,}5$ а.е. $T = 0{,}25^{г}$ $S_1 = 1\,м^2$ $S_2 = 2\,м^2$ $\Delta M = 10^{-14} M_{зв}/1г$ $v = 4 \cdot 10^2$ км/с

Опр-ть: $\frac{E_{зз\,изл}}{E_{зв}}$ - ?

Р-ие: Для того чтобы определить энергию излучения звезды, надо знать хотя бы примерно, какая у звезды светимость. Про звезду сказано, что она принадлежит к главной последовательности, значит, для неё справедливы соотношения масса - светимость. Оценим массу данной звезды в солнечных массах.

По 3-ему закону Кеплера $T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G M_{зв}}$, а для земли $T_\oplus^2 = \frac{4\pi^2 a_\oplus^3}{G M_\odot}$

$\Rightarrow \frac{M_{зв}}{M_\odot} = \left(\frac{a}{a_\oplus}\right)^3 \cdot \left(\frac{T_\oplus}{T}\right)^2 = 0{,}125 \cdot 16 = 2 \Rightarrow M_{зв} = 2M_\odot$

Тогда для неё справедливо след. соотношение: КГД-07 7

$$L_{зв} = L_\odot \left(\frac{M_{зв}}{M_\odot}\right)^4 = 3{,}85 \cdot 16 \cdot 10^{26}\ Вт \approx 4 \cdot 16 \cdot 10^{26} = 64 \cdot 10^{26}\ Вт$$

Рассчитаем энергию, которая приходится на солнечный парус:

$$E_{з.изл} = \frac{0{,}3 \cdot L_{зв}\, t \cdot S_2}{4\pi a^2} \quad (t - \text{рандомное время})$$

Теперь оценим кинетическую энергию частиц солнечного ветра, попадающих на площадку S_1.

$K = \frac{m v^2}{2} = E_{зв.в}$, где m – масса частиц, попавших на площадку за время t.

~~Очевидно, что~~ За время t звезда сбросит массу $M = \Delta M \cdot t$. Пусть она равномерно распределится по площади сферы, радиуса a, тогда

$$m = \frac{M \cdot S_1}{4\pi a^2} = \frac{\Delta M \cdot t\, S_1}{4\pi a^2}$$

$$\Rightarrow K = E_{зв.в} = \frac{\Delta M \cdot t\, S_1 v^2}{2 \cdot 4\pi a^2}$$

и искомое отношение:

$$\frac{E_{зв.изл}}{E_{зв.в}} = \frac{0{,}3\, L_{зв}\, S_2 \cancel{t}\, 2 \cdot \cancel{4\pi a^2}}{\cancel{4\pi a^2} \cdot \Delta M \cdot \cancel{t} \cdot S_1 v^2} = \frac{0{,}3 \cdot 64 \cdot 10^{26}\, 2\,м^2 \cdot 2 \cdot 86400\,с}{10^{-14} \cdot 4 \cdot 10^{30}\,кг \cdot 1\,м^2 \cdot 16 \cdot 10^{10}\,м^2/с^2} =$$

$$= 1{,}2 \cdot 86400 \cdot 10^{26} \cdot 10^{-26} = 1{,}2 \cdot 86400 = 103680$$

Ответ: 103680

Задача 5. Д-но: $\beta_1 = 10^\circ$ $A_{з2} = 160^\circ$

Опр-ть: какие из звезд ярче?

Р-ие: Очевидно, что, поскольку не даны характеристики, позволяющие определить хоть как-то светимость звёзд и т.п., надо определить, звездами какого созвездия они являются. Для начала попробуем оценить склонение 2-ой звезды.

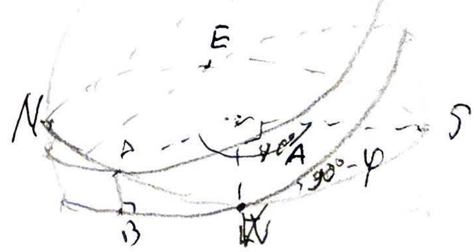
Рассмотрим треугольник ABW:

$AW = 160^\circ - 90^\circ = 70^\circ$

$AB = \delta_2$ $\angle ABW = 90^\circ$

по т. синусов: $\frac{\sin 90^\circ}{AW} = \frac{\sin(90^\circ - \varphi)}{\delta_2} \Rightarrow \delta_2 = AW \cdot \cos\varphi$

$\delta_2 = \frac{AW}{2} = 35^\circ$



(Это конечно очень грубо, т.к. треугольник сферический, но считать синусы 70° и потом $\arcsin\left(\frac{\sin 70^\circ}{2}\right)$ не очень хочется)

Также дано, что м/ду этими 2-мя звёздами не могут поместиться шестнадцать и сжатых пальца одной вытянутой руки $\Rightarrow$ угловое расстояние м/ду звёздами: $\sigma = \frac{0{,}06}{0{,}7} \approx \frac{6}{70}$ рад (где 6см – расстояние м/ду концами 4-мя сжатыми пальцами) (а 70см – примерно длина вытянутой руки)

$\delta = \frac{180\cdot 6}{\pi \cdot 70} \approx \frac{180\cdot 6\cdot 2}{3\cdot 70} = \frac{36}{7} \approx 5\frac{1}{7} \approx 5^\circ$

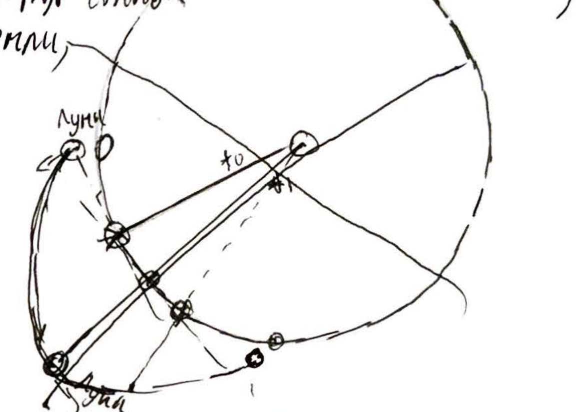
Тогда очевидно, что звезды находятся в северном полушарии, ~~причём~~ ~~, поскольку~~ по склонону $\beta_1 = 10^\circ$ и $\delta_2 \approx 35^\circ$ ~~, то они~~ ~~Также заметим, что звезда 2, отстоит $\approx 180^\circ$ от той звезды, кот Азимут звезды 160°~~. Две заметные яркие звезды на небе, расстояние между кот. небольшое и кот. находятся вблизи эклиптики, соотв. звездам созвездия Близнецы, причём 2-ая звезда Кастор, а 1-ая Поллукс (по расположению 1-ая ниже, а вторая выше ⇒ логично предположить, что это так). Тогда 1-ая звезда ярче 2-ой.

Ответ: 1-ая ярче 2-ой.

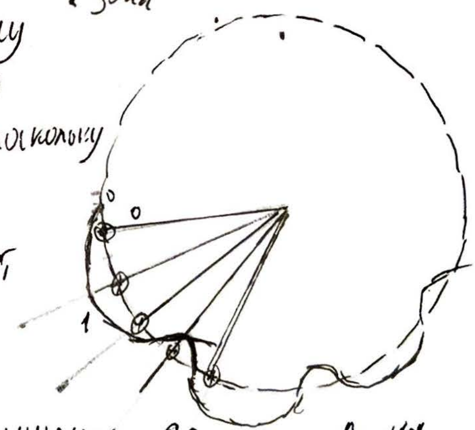
Задача 3:

Попытаемся нарисовать траекторию Луны относительно Солнца. Пусть в начальный момент времени Луна находится в 1-ой четверти. 1/3 - 27,3 = 9^d ~~Луна~~ будет полнолуние и Земля за данное время сдвинется ~~на~~ 13,6°. (Прим: Луна движется по круг. орбите вокруг Земли, и Земля по круг. орбите вокруг Солнца)

Луна движется (для простоты) по круговой орбите вокруг Земли, и Земля по круг. орбите вокруг Солнца. Значит, нулевое и первое положение надо соединить плавной линией (примерно так, как на рисунке),



Продолжим изображать траекторию до того момента, пока Луна не ~~пересечет~~ вернется снова в прежнее положение (отн. Земли). Как видно, ~~График~~ Траектория чем-то напоминает синусоиду, поэтому траектория выпукла наружу. Самопересечений точно не будет (за время полного оборота прямо точно), поскольку расстояние между 2-мя положениями Земли:



$\frac{13,6^\circ}{180^\circ} \cdot 1,5\cdot 10^{9}$ км, а большая полуось Луны имеет размер 384400 км

$\frac{13,6\cdot 1,5\cdot 10^{9} \text{ км}}{180\cdot 384400 \text{ км}} \gg 1$ ~~⇒ пересечений~~

+ траектория является совокупностью кругового движения Земли и Луны.

Самопересечения могут образоваться только в том случае, если нанести траекторию Луны за несколько лет (т.к. $\frac{365,25}{27,32}$ - не нат. число).

Если не учитывать все факторы орбиты Луны и Земли, то примерно получится то же самое, только траектория не будет каждый период 27,32^d одинаковой.

Задача 2.

КГД-7 Игр

Д-но: $\nu = 2\text{-}3$ кГц.

Опр-ть: Δl_{min} - ?

Р-ие: Давление газа прямо пропорционально его плотности. Следовательно, в тех областях, где давление больше - находится область повышенной плотности газа. Давление изменяется с частотой 2-3 кГц, значит, за время $t = \frac{1}{\nu}$ аппарат переходит из области минимального давления в максимальное (или наоборот). $t_{min} = \frac{1}{\nu_{max}} = \cancel{3,3}\ 0,33 \cdot 10^{-3}$. Предположим, что половину этого времени аппарат находится в области повышенной плотности, а другую - в пониженной, тогда $\Delta l_{min} = t \cdot v_A = \frac{1}{\nu} \cdot v_A$ (критический размер области). Аппарат Вояджер должен покинуть солнечную систему $\Rightarrow$ его запустили со 2-ой косм. скоростью отн. солнца $\Rightarrow v_A = 30$ км/с $\cdot \sqrt{2} = 42$ км/с $\Rightarrow \Delta l_{min} = \frac{42 \text{ км/с} \cdot 0,000\ 33 \text{ с}}{2} = 21 \cdot 0,33$ м $= 7,43$ м

Если предположить, что область сферическая, а Δl_{min} - диаметр, то объём данной области равен $\frac{\pi (7,43)^3}{6} \approx \frac{(7,43)^3}{3} \approx \frac{(7)^3}{3} \approx \frac{343}{3} \approx 114,33$ м^3

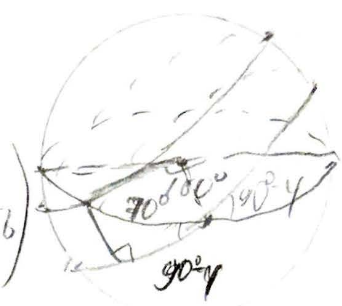
Ответ: линейные размеры 7,43 м; объём - 114,33 м^3.

: Откуда яркие звёзды $\beta = 10°$ $A = 160$ и помещаются в ладонь вытянутой руки

$$\frac{\sin\delta}{\cos\varphi} = \frac{\sin 70°}{1}$$

$1 \Rightarrow \sin\delta = \sin 70° \cdot \frac{1}{2}$

Если это очевидно треугольник, то $35°$ (сори, мне лень норм. считать)



$\delta_2 = 45°$

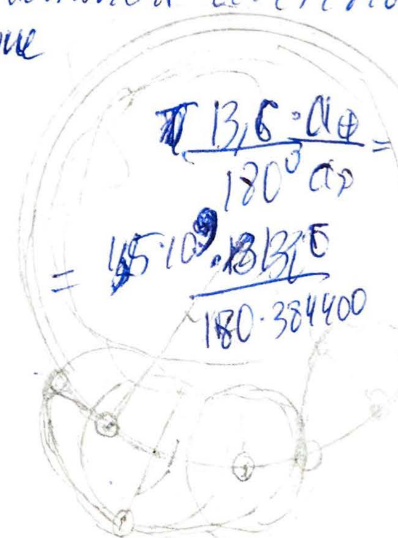
Поскольку между ними не помещаются 4 пальца вытянутой руки, то угл. расстояние между звёздами порядка

$$6 = \frac{0,05}{0,7} \approx \frac{18,182}{3,7} = \frac{36}{7} = 5$$

$+\frac{10}{23,5}$ $33,5°$

~~чуть меньше~~ Понятно, что 1-ая звезда ярче 2-ой, и они находятся около эклиптики, и для этого причём восток, в сев. полушарии, а другая звезда прямо над этой. Теперь прикинем, а какие звёзды могут располагаться таким образом на небе. Данное созвездие скорее всего - Близнецы, а звёзды Поллукс и Кастор, причём 1-Поллукс, а 2-Кастор, тогда 1-ая ярче второй.

№3 Рассмотрим: Попробуем описать движение Луны отн. инерциальной системы отсчёта Солнца. Для наглядности сделаем следующие ограничения: орбиты Земли и Луны круговые. Пусть в нач. момент времени Луна находится в 1-ой четверти. Ч/з 13,6 сут Луна окажется в фазе полнолуния, а Земля сдвинется на $13,6°$. (показано на рисунке). Луна движется по орбите так же как и Земля, поэтому участки 1 и 2 следует соединить примерно след. образом. ~~Точно~~ Так же самое можно провести несколько раз и убедиться, что траектория выглядит след. образом. Теперь докажем, что самопересечений нету. Если брать промежутки времени 1 год, то тогда самопересечения могут быть (т.к. за 365 сут Луна не делает целое число оборотов) $\frac{365}{27}$, но в промежутки во небольшие промежутки времени пересечений нет. (можно вычислить точнее.)



$$\frac{13,6 \cdot a_\oplus}{180° \cdot a} = \frac{45 \cdot 10^9 \cdot 13,6}{180 \cdot 384400}$$

№2 $\nu = 2-3$ кГц $\approx 2,5$ кГц

ИГД - 7

Ответ: Давление газа, очевидно, прямо пропорционально плотности газа. ⇒ в тех областях, где давление больше — находится область повышенной плотности газа. Частота равна порядка 2,5 кГц ⇒ период м/у частями волны и малой плотностей равен $\frac{1}{\nu} = \frac{1}{3000} = 0,00033$

$\frac{1}{75} = 0,01$

Предположим, что половину данного промежутка аппарат находится в области повышенной плотности, а другую половину - в области пониженной, тогда $\Delta l_{min} = \frac{1}{\nu_{max}} \cdot v_a$. Вероятно аппарат Voyager покинул Солнечную систему ⇒ его запустили со второй космической скоростью отн. Солнца и $v_{вл} =$

$= 30 км/с \cdot \sqrt{2} = 1,4 \cdot 30 = 42$ км/с

42×33 $\quad 42 \times 11 = 462$ $\quad 462 \times 3$

⇒ $\Delta l_{min} = 42$ км/с $\cdot 0,00033$ с $= 42 \cdot 0,33$ м $= 13,86$ м

$(2^{6})^3 = 2^{18}$

$7,43$ $\quad \frac{1}{3000}$

$7^3 = 49 \times 7 = 343$