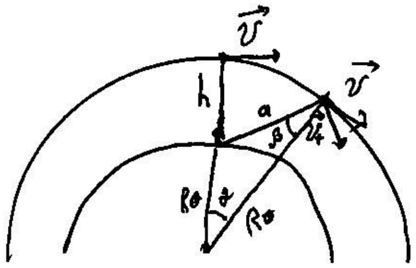
Лист №1

БЕЛ-22
11 класс

Задача №1



Максимальная угловая скорость достигается в Зените.
Его значение составляет:
$\omega_m = \frac{v}{h}$ (где $h = 200$ км)

Пусть a - расстояние от наблюдателя до ИСЗ в точке половинного максимума, а v_t - его тангенциальная скорость в этой точке, тогда: $\frac{\omega_m}{2} = \frac{v_t}{a}$ $(v_t = v \cdot \cos\beta;\ \omega_m = \frac{v}{h})$

$\frac{v}{2h} = \frac{v \cdot \cos\beta}{a}$; $\cos\beta \cdot 2h = a$

Δ центр Земли - ИСЗ в точке „половинного максимума":

$R_\oplus^2 = a^2 + (R_\oplus + h)^2 - 2(R_\oplus + h) \cdot a \cdot \cos\beta$

$R_\oplus^2 = a^2 + R_\oplus^2 + h^2 + 2R_\oplus h - \frac{2R_\oplus a^2}{2h} - \frac{2ha^2}{2h}$

$a^2 - a^2\left(\frac{2R_\oplus}{2h} + 1\right) + h^2 + 2R_\oplus h = 0$

$a \approx 280$ км

$\alpha = \arccos\frac{(R_\oplus + h)^2 + R_\oplus^2 - a^2}{2(R_\oplus + h)R_\oplus} = \arccos\frac{2R_\oplus^2 + h^2 R_\oplus^2 + 2R_\oplus h - a^2}{2R_\oplus^2 + hR_\oplus}$

$\alpha \approx 3°$

Понятно, что точек „половинного максимума" две и они расположены с двух сторон от зенита симметрично и между ними нам подходят все точки под условие $\left(\omega_m t \geq \frac{\omega_m}{2}\right)$

Тогда время будет $t = \frac{2\alpha \cdot T}{360°}$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{GM}{R_\oplus + h}}$ $\quad T = 2\pi\sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{Н \cdot м^2}{кг^2} \cdot 6 \cdot 10^{24} кг}{6400000 м + 200000 м}} = 48000 с$

$t = \frac{6° \cdot 48000 с}{360°} = 800 с$

Ответ: 800 с

Лист №2 — 5е1-22 11 класс

Задача №2

За диаметр входного зрачка современного телескопа возьмем диаметр Гавайского тридцати-метрового телескопа $D = 30м$

Разыменование телескопов: (разрешающие способности

$\beta_м = \frac{1{,}22\lambda}{d_м}$ $(D_м = 0{,}06м)$

$\beta = \frac{1{,}22\lambda}{d}$

Будем считать, что Галактики расположены равномерно в пространстве и $\frac{N}{N_0} = \left(\frac{R_{сф}}{R_{сф_0}}\right)^3$ (т.к $V_{сф} = \frac{4}{3}\pi R^3$); $\frac{V_{сф}}{V_{сф_0}} = \frac{R_{сф}^3}{R_{сф_0}^3}$

$D_м = \frac{R}{\beta_м}$ — максимальное расстояние на котором видит галактику Мессье

$D = \frac{R}{\beta}$ — максим. расстояние на котором в современности видим галактику

P/S: R — ~~радиус~~ размер галактики

Тогда: $\frac{N_1}{N_м} = \left(\frac{D}{D_м}\right)^3 = \left(\frac{R \cdot \beta_м}{\beta_м \cdot R}\right)^3 = \left(\frac{d}{d_м}\right)^3 = 125 \cdot 10^6$

$N = 125 \cdot 10^6 \cdot N_м = 125 \cdot 10^6 \cdot 28 = 35 \cdot 10^8$

Ответ: $35 \cdot 10^8$

Задача №4

За температуру галактики возьмём температуру межзвёздного пространства: $T = 3K$

$n = 20 \cdot (3K)^3 = 540 см^{-3}$

Зная, что радиус Галактики равен: $R = 50000 св.лет = 5 \cdot 10^{21} см$

$N = n V_г = n \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot R^3$

$N = 540 см^{-3} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot (5 \cdot 10^{21} см)^3 = 27 \cdot 10^{67}$

Ответ: $27 \cdot 10^{67}$

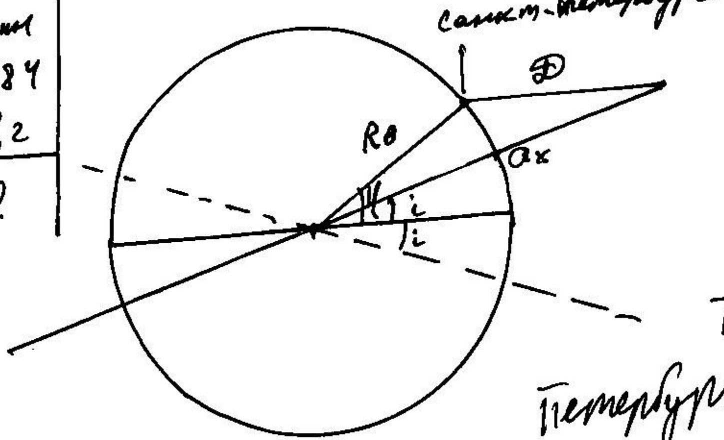
Лист №3
Задача №3

Бел-22
11 класс

Дано:
$T = 134$ мин
$e = 0{,}184$
$i = 34{,}2°$

$\Delta m - ?$

Решение:



$\varphi_{С-П} = 60°$.

Апогей и Перигей будут находиться либо „внизу", либо „вверху" орбиты.

Т.к. „низ" орбиты из Санкт-Петербурга не видно (т.к. $\varphi + i > 90°$), то логично, что спутник будет видно лучше „вверху" орбиты вне зависимости от того, апогей это или перигей, найдем расстояние до них.

$$a = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} \qquad a = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{Н \cdot м^2}{кг^2} \cdot 6 \cdot 10^{24} кг \cdot (134 \cdot 60 с)^2}{4\pi^2}} \approx 9000 км$$

$$D_{min} = (a(1-e))^2 + R_\oplus^2 - 2 \cdot a(1-e) \cdot R_\oplus \cdot \cos(\varphi - i) \approx 800 км$$

$$D_{max} = (a(1+e))^2 + R_\oplus^2 - 2 \cdot a(1+e) \cdot R_\oplus \cdot \cos(\varphi - i) \approx 1400 км$$

$$\left(\frac{D_{max}}{D_{min}}\right)^2 = 10^{0{,}4\Delta m}$$

$$10^{0{,}4\Delta m} = 3$$

$$\Delta m = \frac{\lg 3}{0{,}4} \qquad (\lg 3 \approx 0{,}5)$$

$$\Delta m = \frac{0{,}5}{0{,}4} = 1{,}25^m$$

Ответ: $1{,}25^m$ (перигей)

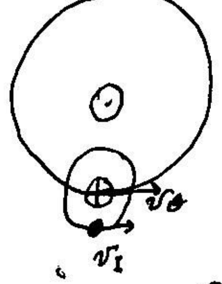
Бел-22
11 класс

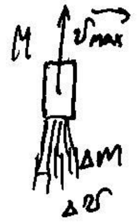
Задача №5

Дано:
$\Delta v = 4500$ м/с
$m = 1$т
$\Delta M = 6{,}4$т

v - ?

Решение





По закону сохранения импульса:

$$M v_{max} = \Delta m \Delta v$$

$$v_{max} = \frac{\Delta m \Delta v}{M}$$

$$v_{max} = \frac{\Delta m \Delta v}{(\Delta m + m)}$$

$$v_{max} = \frac{6{,}4\text{т} \cdot 4500\,\text{м/с}}{7{,}4\text{т}} = 2900\,\text{м/с}$$

$$v_\oplus = \sqrt{\frac{GM_\odot}{a_\oplus}} \qquad v_\oplus = \sqrt{\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\,\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{кг}^2}\cdot 2\cdot10^{30}\,\text{кг}}{15\cdot10^{10}\,\text{м}}} = 30000\,\text{м/с}$$

$v_I = \sqrt{\frac{gM_\oplus}{R+h}}$, где h - высота орбиты геостационара (h = 42000 км)

$$v_I = \sqrt{\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\,\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{кг}^2}\cdot 6\cdot10^{24}\,\text{кг}}{6400000\,\text{м} + 42000000\,\text{м}}} = 3\cancel{\text{км/с}}000\,\text{м/с}$$

$$v = v_\oplus + v_{max} + v_I -$$

$$v = 30000\,\text{м/с} + 3000\,\text{м/с} + 2900\,\text{м/с} = 35900\,\text{м/с} = 35{,}9\,\text{км/с}$$

$$v_{III} = \sqrt{\frac{2GM_\odot}{a}} \qquad v_{III} = \sqrt{\frac{2\cdot 6{,}67\cdot10^{-11}\,\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{кг}^2}\cdot 2\cdot10^{30}\,\text{кг}}{15\cdot10^{10}\,\text{м}}} = 42100\,\text{м/с} = 42{,}1\,\text{км/с}$$

$v_{III} > v$, поэтому космический аппарат не сможет покинуть Солнечную систему

Ответ: нет, не сможет

Черновик Лист 1

Бел-22
11 класс

№5

$$P_0 = \frac{E_{кин}}{G}$$

$$v = v_{II} - v_I - v_\theta = \sqrt{\frac{2GM_\theta}{Ra}} - \sqrt{\frac{GM_\theta}{R_\theta}} - \sqrt{\frac{GM_\theta}{a}} =$$

$$= \cancel{27000\ м/с - 3000\ м/с = 24000\ м/с}\ 42\ км/с - 33\ км/с = 5\ км/с$$

$$\times \frac{6{,}7 \quad 4}{26{,}8}$$

$$\frac{26{,}8 \cdot 10^{19}}{15 \cdot 10^{10}} = 1{,}8 \cdot 10^9$$

$$\sqrt{1{,}8 \cdot 10^9} \approx 1{,}35 \cdot 10^{4,5}$$

$$\frac{27}{15} = \frac{9}{5}$$

$$\sqrt{0{,}9} = 0{,}5 \cdot 10^{4,5}$$

$$\times \frac{1{,}3 \quad 1{,}3}{1{,}69}$$

$v_\theta = \cancel{29{,}8}\ 30\ км/с$

$v_I = 3\ км/с$

$v_I = 3\ км/с = 3000\ м/с$

$2 \cdot 6{,}7 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}$

$$\frac{26{,}8 \cdot 10^{19}}{15 \cdot 10^{10}} = 1{,}8 \cdot 10^9 = \sqrt{0{,}18 \cdot 10^{10}} = 0{,}42 \cdot 10^5$$

42000

$$E_{кин} = \frac{10^3 \cdot \cancel{81000000}\ 81 \cdot 10^6}{2} =$$

$$= \frac{81 \cdot 10^9}{2} = 40 \cdot 10^9$$

$$\times \frac{0{,}4 \quad 0{,}4}{0{,}16}$$

$$\times \frac{0{,}42 \quad 0{,}42}{84 \quad 168 \quad 0{,}1764}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi(10^{12} \cdot 50 \cdot 10^4 \cdot 10^5)$$

$4 \cdot 125 \cdot 10^{63}$

$500 \cdot 10^{63}$

$27 \cdot 10^{67}$

$$\frac{8100 \cdot 10^9}{2 \cdot 4500} = 9 \cdot 10^6$$

9000

3K

$$\times \frac{54 \quad 5}{270}$$

$n =$

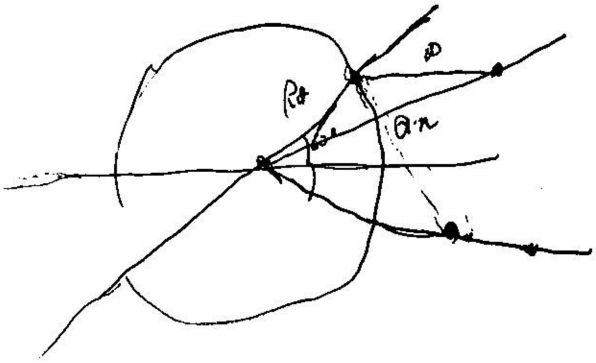
$n = 20 \cdot 27 = 540\ см^{-3}$

Черновик Лист №2

бел-22
11 класс

$$\frac{M \Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot v$$

~~$a = 6 \cdot 10^{2}$~~



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM}}$$

$$= \frac{v \cdot G}{G}$$

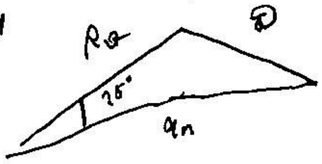
$$\frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{a^3}{GM}}$$

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = 10^{0,4}$$

$$\frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{a^3}{GM}$$

$\sqrt{10} = 3{,}2$

$$\begin{array}{r|l} 40{,}2 & 36 \\ -36 & 1{,}1 \\ \hline 42 & \end{array}$$



$$\frac{\frac{кг\,м^2}{2\,с^2}}{\frac{кг}{с}}$$

$$\begin{array}{r} \times\, 6{,}7 \\ 6 \\ \hline 40{,}2 \end{array}$$

$$\frac{м^2 \cdot с}{с^2} = \frac{м}{с}$$

$an^2 + R\theta$

$$\begin{array}{r} \times\, 134 \\ 60 \\ \hline 8040 \end{array}$$

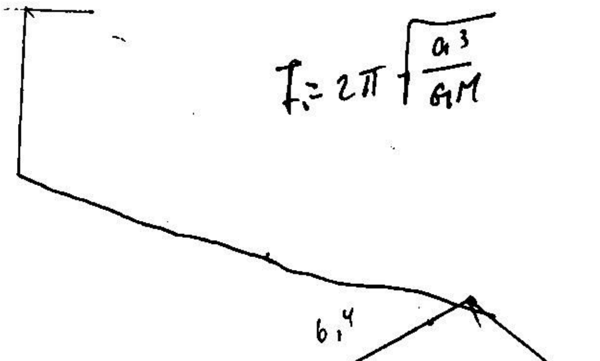
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM}}$$

$$\begin{array}{r} \times\, 64 \\ 4 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\frac{64000000}{36}$$

$a = 9000$

$$a = \frac{64000000 \cdot 6{,}7 \cdot 10^{14}}{36 \cdot 10}$$



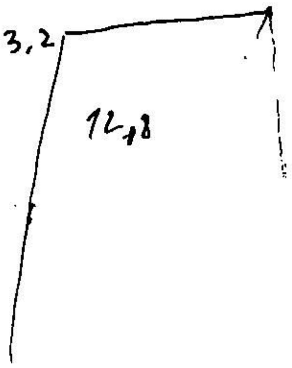
$$\frac{256 \cdot 10^{20}}{36} = 7 \cdot 10^{20}$$

$$\sqrt[3]{7 \cdot 10^{20}} \approx 9 \cdot 10^{6}$$

400.

4000 км

400000 · 3,2



$$\begin{array}{r} \times\, 3{,}2 \\ 4 \\ \hline 12{,}8 \end{array}$$

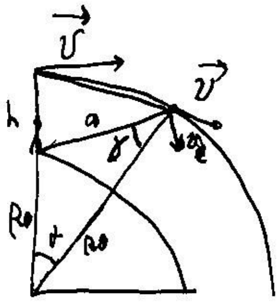
$$\frac{6 \cdot 10^{13}}{6}$$

$$\frac{3000}{6}$$

$6\sqrt{6 \cdot 10^{7}} = 8000$

$$\begin{array}{r} \times\, 125 \\ 28 \\ \hline 1000 \\ +\,250 \\ \hline 3500 \end{array}$$

Черновик Лист №3 БЕЛ-22
11 класс



$\beta_M = \frac{1,22 \cdot \lambda}{0,106 м}$

$\beta_0 = \frac{1,22 \lambda}{D}$

$\sqrt{1000} = 32$

40000

33
×33
99
+99
1089

26
×4
104

6400
200
1280000
+2560000
40000
2600

+10400000
1089
3200

$a^2 - 33a^2 + 2600000 = 0$

$32a^2 = 26$ 2600000

$a^2 = 81250$

$a \approx 280$ км

2600000 | 32
256 | 81250
40
-80
64
160

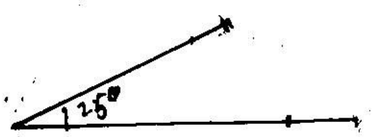
14

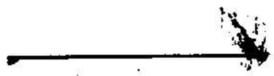
196

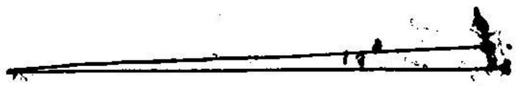
64

0,8

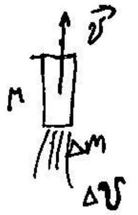
$\frac{4}{5} \cdot 90 = 72^{00}$







Черновик листы   Бел-22
11 класс



$$\frac{Mv}{\Delta t} = \frac{\Delta m \Delta v}{\Delta t}$$

$$Mv = \Delta m \, \Delta v$$

$$\frac{4000кг \cdot 8м/с}{5000} = \cancel{75007} = 6,4$$

?

$6,4 \times 45 = 320 \times 256 = 2880$

$2880000 : 74 = 38918$

-222
660
-592
680
-666
140
-74
660