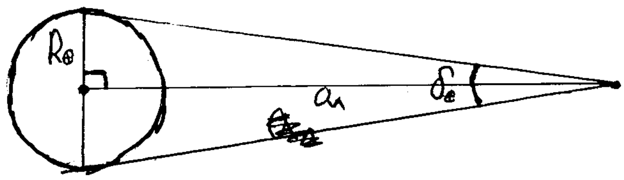
Сам - 1

1. Нахождение углового диаметра Земли.

$R_\oplus = 6400$ км

$a_л = 384000$ км



$$\delta_\oplus = 2 \cdot \sin\left(\frac{R_\oplus}{a_л}\right) \approx 2 \cdot \frac{R_\oplus}{a_л} = 2 \cdot \frac{6400 \text{ км}}{384000 \text{ км}} = \frac{64}{1920} \approx \frac{64}{2048} =$$

(т.к. $\delta_\oplus << 1$, $[\delta_\oplus] = $ рад)

$$= \frac{2^6}{2^{11}} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32} \text{ рад}$$ (угловой размер Земли с Луны)

2. Данные со снимков

1) $v_\oplus = 3{,}5 \frac{мм}{8 с}$

2) $D_\oplus = 17$ мм

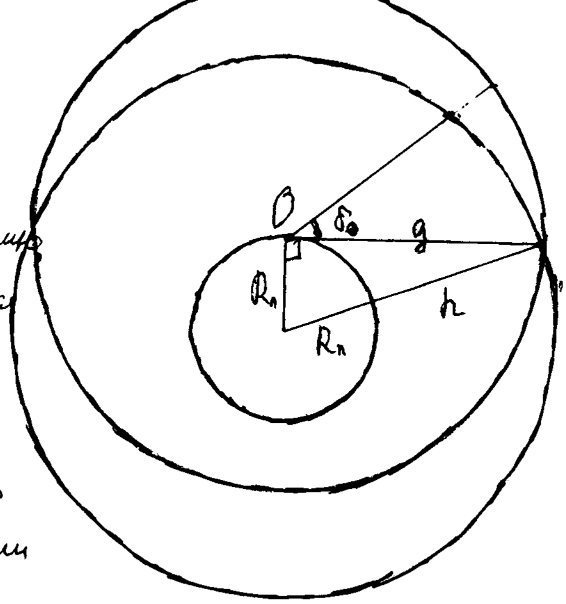
$$\Rightarrow t_\oplus = \frac{D_\oplus}{v_\oplus} = \frac{17 \text{ мм} \cdot 8 с}{3{,}5 \text{ мм}} \approx \frac{16}{4} \cdot 8 с$$

$$N_\delta = \frac{2\pi}{\delta_\oplus} = 2\pi \cdot 32$$

$t_\oplus = 32 с$ (время выхода Земли из-под горизонта)

3. Нахождение высоты.

рассмотрим ситуацию, что спутник вращается вокруг точки O, с периодом, равным периоду космического аппарата, на растоянии от точки O, равном g



(g - горизонт)

$$g = \sqrt[2]{(R_л + h)^2 - R_л^2} =$$

$$= \sqrt[2]{h^2 + R_л \cdot h}$$

$$T = t_\oplus \cdot N_\delta = 2\pi \cdot 32^2 \text{ с}$$

$$a' = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2 g^2}{T^2 g} = \frac{4\pi^2 g}{T^2}$$

$$a' = G\frac{M_л}{g^2}$$

$$\frac{4\pi^2 g}{T^2} = G\frac{M_л}{g^2} \Rightarrow g^3 = \frac{G M_л T^2}{4\pi^2}$$

$$g = \sqrt[3]{\frac{GM_л \cdot 4\pi^2 \cdot 32^4 c}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{GM_л \cdot 32^4 c}$$

$$g = \sqrt[2]{h^2 + R_л \cdot h}$$

$$(GM_л \cdot 32^4)^2 = (h^2 + R_л \cdot h)^3$$

$$h^6 + R_л^3 h^3 - (GM_л)^2 \cdot 32^8 = 0$$

Пусть: $y = h^3$

$$y^2 + R_л^3 y - (GM_л)^2 \cdot 32^8$$

$$D = R_л^6 - G^2 M_л^2 \cdot 32^8 \cdot 4 = R_л^6 - (GM_л)^2 \cdot 2^{42}$$

$$y = \frac{-R_л^3 + \sqrt[2]{R_л^6 - (GM_л)^2 \cdot 2^{42}}}{2}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{\sqrt[2]{R_л^6 - (GM_л)^2 \cdot 2^{42}} - R_л^3}{2}}$$

По условию задачи можно считать, что $M_л = \frac{M_⊕}{81}$; $R_л = \frac{R_⊕}{4}$

$M_⊕ = 6 \cdot 10^{24}$ кг, $R_⊕ = 6400000$ м $= 64 \cdot 10^5$ м $= 2^6 \cdot 10^5$ м; $\Rightarrow \begin{cases} M_л = \frac{2 \cdot 10^{24}}{3^3} \text{ кг} \\ R_л = 2^4 \cdot 10^5 \text{ м} \\ G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \approx 64 \cdot 10^{-12} = 2^6 \cdot 10^{-12} \end{cases}$

$$h = \sqrt[3]{\frac{\sqrt[2]{(2^4 \cdot 10^5)^6 - \left(2^6 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{2 \cdot 10^{24}}{3^3}\right)^2 \cdot 2^{42}} - (2^4 \cdot 10^5)^3}{2}} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{\sqrt[2]{2^{24} \cdot 10^{30} - \left(\frac{2^7 \cdot 10^{12}}{3^3}\right)^2 \cdot 2^{42}} - 2^{12} \cdot 10^{15}}{2}} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{\sqrt[2]{2^{24} \cdot 10^{30} - \frac{2^{56} \cdot 10^{24}}{3^6}} - 2^{12} \cdot 10^{15}}{2}} = \sqrt[3]{\frac{\sqrt[2]{2^{24} \cdot 10^{24}\left(10^6 - \frac{2^{32}}{3^6}\right)} - 2^{12} \cdot 10^{15}}{2}} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{2^{12} \cdot 10^{12}\left(\sqrt[2]{2^6 \cdot 5^6 - \frac{2^{32}}{3^6}} - 10^3\right)}{2}} = 2^4 \cdot 10^4 \sqrt[3]{\frac{2^3 \sqrt{5^6 - \frac{2^{28}}{3^6}} - 2^3 \cdot 5^3}{2}} =$$

$$= 2^4\cdot 10^4\cdot 2\sqrt[3]{\frac{\sqrt[2]{5^6-\frac{2^{28}}{3^6}}-5^3}{2}} =$$

$$2^{30}=(2^{10})^3=(1024)^3\approx(1000)^3=10^6=5^6\cdot 2^6 \Rightarrow 2^{26}\approx 5^6\cdot 2^4$$

$$= 2^5\cdot 10^4\sqrt[3]{\frac{\sqrt[2]{5^6-\frac{5^6\cdot 2^4}{3^6}}-5^3}{2}} = 2^5\cdot 10^4\cdot 5\sqrt[3]{\frac{\sqrt[2]{1-\frac{2^4}{3^6}}}{2}} =$$

$$= 2^4\cdot 10^5\sqrt[3]{\frac{\sqrt[2]{\frac{3^6-2^4}{3^6}}}{2}} = \;= \frac{2^4\cdot 10^5}{3}\sqrt[3]{\frac{\sqrt[2]{3^6-2^4}}{2}} \approx \frac{2^4\cdot 10^5}{3}\sqrt[3]{\frac{\sqrt[2]{720}}{\sqrt[2]{4}}} =$$

$$= \frac{2^4\cdot 10^5}{3}\cdot\sqrt[3]{\sqrt[2]{180}} \approx \frac{2^4\cdot 10^5}{3}\cdot\sqrt[3]{13} \approx \frac{2^4\cdot 10^5}{3}\cdot 2,4 = 2^4\cdot 10^4\cdot 8 =$$

$$= 2^7\cdot 10^4\ м = 128\cdot 10\cdot км = 1280\ км$$

Ответ: $h\approx 1280$ км.