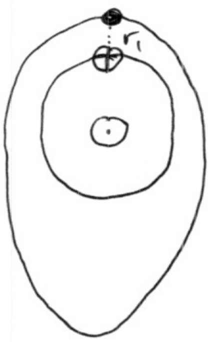
СПбАО 03.02.2019г.
Код участника Мос-25
Класс 10 Ауд. 37
Всего страниц 6 *

Лист 1

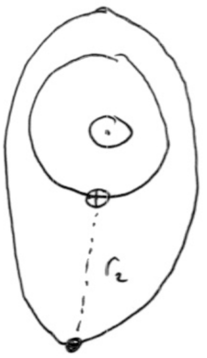
Задача 1

Нарисуем противостояния с наименьшей (1) и наибольшей (2) звездн. величинами астероида.

1



2.



Астероид всегда находится снаружи орбиты Земли, иначе бы не было противостояния.

Пусть r_1 – расстояние между Землей и астероидом в случаи 1, r_2 – в случае 2.

a – большая полуось орбиты астероида.

По 3ему закону Кеплера:

$\left(\frac{T_a}{T_\oplus}\right)^2 = \left(\frac{a}{a_\oplus}\right)^3$ По усл. $T_a = 3{,}9$ года $= 3{,}9 T_\oplus \approx 4 T_\oplus$

$\sqrt[3]{4^2} = \frac{a}{a_\oplus} \approx 2{,}5 \Rightarrow a = 2{,}5$ ae

Запишем формулу Погсона:

$\Delta m = 2{,}5 \lg \frac{E_1}{E_2}$; по усл: $\Delta m = 2{,}5^m$

$2{,}5 = 2{,}5 \lg \frac{E_1}{E_2} \Rightarrow \lg \frac{E_1}{E_2} = 1$

Лист 2

$$\frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \lg\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \sqrt{10}$$

Из ~~рз~~ рисунков: $r_2 = Q - 1$ (в ае)

$r_1 = q - 1$ (в ае)

где Q – апоцентрич. расст. астероида

q – перицентрич.

$q = a(1-e)$

$Q = a(1+e)$

Тогда: $$\frac{a(1+e)-1}{a(1-e)-1} = \sqrt{10}$$

$$a + ae - 1 = \sqrt{10}\,a - \sqrt{10}\,ae - \sqrt{10}$$

$$e(a + \sqrt{10}a) = \sqrt{10}\,a - \sqrt{10} - a + 1$$

$$e(a + \sqrt{10}a) = (\sqrt{10} - 1)(a - 1)$$

$$e = \frac{(\sqrt{10} - 1)(a-1)}{a(\sqrt{10}+1)} \quad ; \quad a = 2{,}5 \text{ ae} \quad ; \quad \sqrt{10} \approx 3{,}17$$

$$e = \frac{(3{,}17-1)\cdot 1{,}5}{2{,}5\cdot(3{,}17+1)} = \frac{2{,}17\cdot 1{,}5}{2{,}5\cdot 4{,}17} = \frac{2{,}17\cdot 0{,}3}{4{,}17\cdot 0{,}5} =$$

$$= \frac{217\cdot 3}{417\cdot 5} = \frac{651}{2051} \approx \frac{650}{2050} = \frac{65}{205} = \frac{13}{41} \overset{\text{очень примерно равно}}{\approx} 0{,}3$$

$$e \approx 0{,}3$$

Ответ: 0,3

Лист 3

Задача 4

$a = 0,5$ ае

$T = 0,25$ года

По 3 закону Кеплера:

$$\underset{\text{в } M_\odot}{M}\,\underset{\text{в годах}}{T^2} = a^3 \leftarrow \text{в ае}$$

$$M = \frac{a^3}{T^2} = \frac{0,5^3}{0,25^2} = \frac{5^3\cdot 10^{-3}}{5^4\cdot 10^{-4}} = \frac{10^4}{5\cdot 10^3} = \frac{10}{5} = 2 M_\odot$$

это масса звезды гп.

Для ГП. действует такое соотношение:

$L \sim M^4$ (возможно, я вспомнила но неправильно, но от этого суть решения не изменится, к тому же, всегда можно вспомнить еще и $L \sim R^2 \cdot T^4$)

$$E\ (\text{освещенность}) = \frac{L}{4\pi a^2} = \frac{2^4 L_\odot}{4\pi a^2} = \frac{16 L_\odot}{4\pi a^2} = \frac{4 L_\odot}{\pi a^2}\left(\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}\right)$$

Пусть S_1 – площадь солн. батарей, а η – их эффективность.

Тогда $E_{изл}$ (энергия излучения):

$$E_{изл} = E\cdot S_1\cdot \eta = \frac{4 L_\odot}{\cancel{\pi} a_2}\cdot 2\cdot \overset{0,1}{\cancel{0,3}} = \frac{8\cdot 0,1 L_\odot}{a^2} = \frac{0,8 L_\odot}{a^2}$$

$$L_\odot \approx 4\cdot 10^{26}\ \text{Вт} \Rightarrow E_{изл} = \frac{0,8\cdot 4\cdot 10^{26}}{0,5^2} = \boxed{\frac{32\cdot 10^{25}}{0,5^2}}$$

Лист 4

Теперь посчитаем кинетическую энергию звездного ветра ($E_{кин}$)

Ежегодно теряется масса $10^{-14} \cdot 2M_{\odot} =$

$= 10^{-14} \cdot 4 \cdot 10^{30} = 4 \cdot 10^{16}$ кг за год.

Посчитаем, сколько за 1 сек, зная, что в году примерно $\pi \cdot 10^{7}$ сек.

$m = \frac{4 \cdot 10^{16}}{\pi \cdot 10^{7}} = \frac{4}{\pi} \cdot 10^{9}$ кг в сек.

$$E_{\substack{кин \\ общ}} = \frac{m v^2}{2}$$

$v = 4 \cdot 10^{2}$ км/с $= 4 \cdot 10^{5}$ м/с

$$E_{\substack{кин \\ общ}} = \frac{4 \cdot 10^{9}}{\pi} \frac{\cdot 16 \cdot 10^{10}}{2} = \frac{32}{\pi} \cdot 10^{19}$$

Но эта $E_{\substack{кин \\ общ}}$ распределена равномерно на сферу площадью $4\pi a^2$ и $S_2 = 1$ м², то есть принимаем мы такую часть этой энергии: $\frac{1}{4\pi a^2}$. Итого:

$$E_{кин} = \frac{E_{кин\ общ}}{4\pi a^2} = \frac{32 \cdot 10^{19}}{\underset{\underset{10}{\approx}}{\pi^2} \cdot 4 \cdot a^2} = \frac{16 \cdot 10^{18}}{a^2} \text{ Вт}$$

Нас просят найти $\frac{E_{изл}}{E_{кин}}$:

$$\frac{E_{изл}}{E_{кин}} = \frac{32 \cdot 10^{25}}{a^2} \cdot \frac{a^2}{16 \cdot 10^{18}} = \boxed{2 \cdot 10^{7} \text{ раз}}$$

Ответ: $2 \cdot 10^{7}$ раз

Лист 5

Задача 2.

Чтобы покинуть поле тяжести Солнца, Вояджеру пришлость набрать вторую косм. скорость при старте (для Солнца)

Это $\sqrt{\frac{2GM_\odot}{a_\oplus}}$

$$v = \sqrt{\frac{2GM_\odot}{a_\oplus}} = \cancel{\sqrt{\frac{2\cdot 6,67\cdot 10^{-11}\cdot 2\cdot 10^{30}}{150\cdot 10^{9}}}} = \sqrt{\frac{2\cdot 6,67\cdot 10^{-11}\cdot 2\cdot 10^{30}}{150\cdot 10^{9}}} =$$

$$= 2\sqrt{\frac{6,67\cdot 10^{30}}{150\cdot 10^{20}}} = 2\cdot 10^{5}\sqrt{\frac{6,67}{150}} \approx 2\cdot 10^{5}\sqrt{\frac{6,66}{150}} =$$

$$= 2\cdot 10^{5}\sqrt{\frac{2,22}{50}} = 2\cdot 10^{5}\sqrt{\frac{4,44}{100}} = 2\cdot 10^{5}\sqrt{0,0444} =$$

$$= 2\cdot 10^{5}\sqrt{444\cdot 10^{-4}} = 2\cdot 10^{3}\sqrt{444} = 4\cdot 10^{3}\sqrt{111} \approx 4\cdot 10^{3}\cdot 10,5 =$$

$$= 42\cdot 10^{3} = 42 \text{ км/с}$$

Предположим, что Вояджер так и продолжил лететь с этой скоростью.

Время (минимальное), за которое меняется ~~плотность~~ давление газа - это $\frac{1}{\nu}$, где ν — максимальн. частота волн $\Rightarrow \nu = 3$ кГц $\Rightarrow t = \frac{1}{3000}$ сек

l — диаметр области повыш. плотности газа

$$l = v \cdot t = 42000 \cdot \frac{1}{3000} = \frac{42}{3} = \boxed{14\ м}$$

Ответ: 14 метров

Задача 3.

Чтобы не было самопересечений, нужно, чтобы Луна половину своего сидерического периода проходила не быстрее, чем Земля пройдет диаметр лунной орбиты.

$$t_л = \frac{1}{2} T_л = \frac{1}{2} \cdot 27{,}5\ сут \approx \frac{1}{2} \cdot 30\ сут \approx \frac{1}{24} T_\oplus$$

$$t_\oplus = \frac{2a_л}{v_\oplus} = \frac{800000\ км}{30\ км/с} = \frac{8}{3} \cdot 10^4\ с$$

$$t_л = \frac{1}{24} T_\oplus \approx \frac{1}{24} \cdot \pi \cdot 10^7 \approx \frac{1}{8} \cdot 10^7 = 125 \cdot 10^4 > \frac{8}{3} \cdot 10^4 \Rightarrow$$

$t_л < t_\oplus$, чтд.