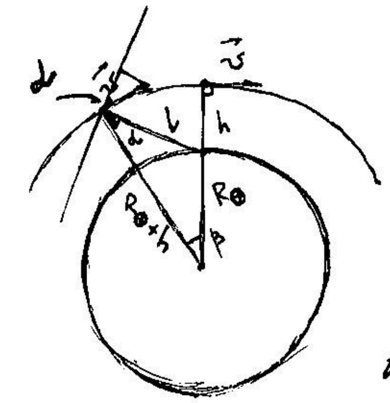
Бел-20

11 кл.

1. 

По условию $\omega = \frac{1}{2}\omega_{max}$

$$\omega_{max} = \frac{v}{h}$$

$\omega = \frac{v\cos\alpha}{l}$, где v - скорость движения ИСЗ по орбите, l - расстояние до него в этот момент, α обозначен на чертеже

По теореме косинусов $R_\oplus^2 = (R_\oplus+h)^2 + l^2 - 2(R_\oplus+h)l\cos\alpha$

$R_\oplus = 6400$ км

$h = 200$ км

$\frac{v}{2h} = \frac{v\cos\alpha}{l}$; $\cos\alpha = \frac{l}{2h}$

$$R_\oplus^2 = (R_\oplus+h)^2 + l^2 - \frac{2(R_\oplus+h)l^2}{2h}$$

Решая уравнение, находим: $l^2 = 81250$ км^2

$\cos^2\alpha = \frac{81250 км}{(2\cdot 200 км)^2} \approx \frac{1}{2}$ $\quad 1-\cos^2\alpha = \sin^2\alpha = \frac{1}{2}$

По теореме синусов

$\frac{L}{\sin\beta} = \frac{R_\oplus}{\sin\alpha}$ $\quad \frac{L^2}{\sin^2\beta} = \frac{R_\oplus^2}{\sin^2\alpha}$

$\sin^2\beta = \frac{L^2\sin^2\alpha}{R_\oplus^2} \approx \frac{1}{1000}$

$\sin\beta = \frac{1}{10\sqrt{10}} \approx 0,03$

$\beta = 2^\circ$

$\frac{2\beta}{t} = \frac{360^\circ}{T}$, где T - период обращения спутника вокруг Земли.

$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}} = 5200$ с

$\frac{4^\circ}{t} = \frac{360^\circ}{5200 с}$; $t = \frac{4\cdot 5200}{360} = 58$ с

Ответ: 58 с

2. Дано:
$D_1 = 6$ см
$N_1 = 28$
$d = 6$ мм
$m = 6^m$
$N_2 - ?$

Решение:

Заметим, что Шарль Мессье не знал о существовании галактик и называл их „туманные объекты". Это говорит о том, что при наблюдении галактик он не различал в них отдельные звезды, и главным ограничением на число галактик, которые можно было наблюдать в телескоп, является их яркость.

площади вх. и выходн. отверстий.
$$\frac{\pi D_1^2}{\pi d^2} = 10^{0,4(m_1 - m)}$$
$0,4(m_1 - m_0) = 2$
$m_1 - m_0 = 5$
$m_1 = 11^m$
d - диаметр ночного зрачка

Примем абсолютную зв. величину всех спиральных галактик одинаковой и равной звёздной величине Млечного пути. $M = -20^m$

Тогда максимальное расстояние, на котором может находиться галактика, которую мог наблюдать Мессье, (l_1) считается по формуле

$$M = m_1 + 5 - 5\lg l_1 \qquad \lg l_1 = \frac{m_1 + 5 - M}{5} =$$
$$= 7,2; \quad l_1 = 1,5 \cdot 10^7 \text{ пк.}$$

Пусть диаметр современного телескопа $D_2 = 5$ м (бывает и больше) Разрешающая способность:

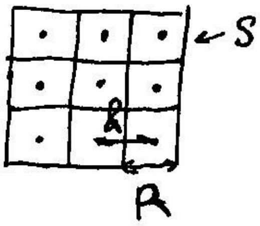
$$\beta = \frac{1,22\lambda}{D_2}; \quad \lambda = 500 \text{ нм} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$\beta = 1,22 \cdot 10^{-7}$ рад. Таким должно быть минимальное угловое расстояние между двумя звёздами в галактике, чтобы их можно было различить.

$$\beta = \frac{R}{l_2},$$ где R - линейное расстояние между двумя соседними звездами в галактике, l_2 - расстояние от галактики до Земли.

Современные телескопы, наблюдая галактики, различают только звёзды спектральных классов O и B (главной последовательности), гиганты и сверхгиганты, т.е. самые яркие звезды галактики, выделяющиеся на её фоне. Считаем, что их 1% от общего числа звезд галактики, т.е. $2 \cdot 10^9$

Чтобы найти среднее расстояние между ними, нужно найти площадь галактики (её сечения, т.е. то, что видит земной наблюдатель) разделить на кол-во звёзд, т.е. мы получим площадь квадратика, в центре которого находится звезда



$$S = \frac{\pi R_Г^2}{N}$$, где $N = 2\cdot 10^9$; $R_Г$ – радиус Млечного пути;

$R_Г = 20$ кпк

$S = 0{,}628$ пк

$R = 0{,}8$ пк

Т.е. мы спроецировали все звёзды на картинную плоскость, и нашли расстояние между их проекциями.

$$l_2 = \frac{R}{\beta} = \frac{0{,}8\text{ пк}}{1{,}22\cdot 10^{-7}\text{ рад}} = \frac{0{,}8}{1{,}22}\cdot 10^{7}\text{ пк} = \frac{40}{61}\cdot 10^{7}\text{ пк} \approx$$

$$\approx 0{,}6\cdot 10^{7} = 6\cdot 10^{6}\text{ пк}.$$

В) Однако, стоит заметить, что данная оценка не совсем верна для спиральных галактик, т.к. звёзды в них распределены неравномерно и, например в спиральных рукавах, где больше ярких звёзд, они расположены близко друг к другу, а между рукавами — дальше друг от друга. Так что на расстоянии больше, чем данное, ещё можно различать особенно яркие звёзды (спектрального класса O/Вольфа-Райе). Также Мессье наблюдал спиральные галактики не на всей небесной сфере, а только в северной её части (т.е. галактики южнее 40 ю.ш. он не видел). Значит, на расстоянии l_1 с его телескопом можно было наблюдать примерно 40 спиральных галактик, а с учётом вышесказанного, l_2 может быть больше рассчитанного. Величины l_2 и l_1 одного порядка, а значит число галактик, в которых можно различить отдельные звёзды, тоже составляет примерно 40 шт.

Бел 20
11 кл.

3. Дано:

$d = 16$ см

$T = 134^m$

Решение:

Найдём полуось орбиты спутника

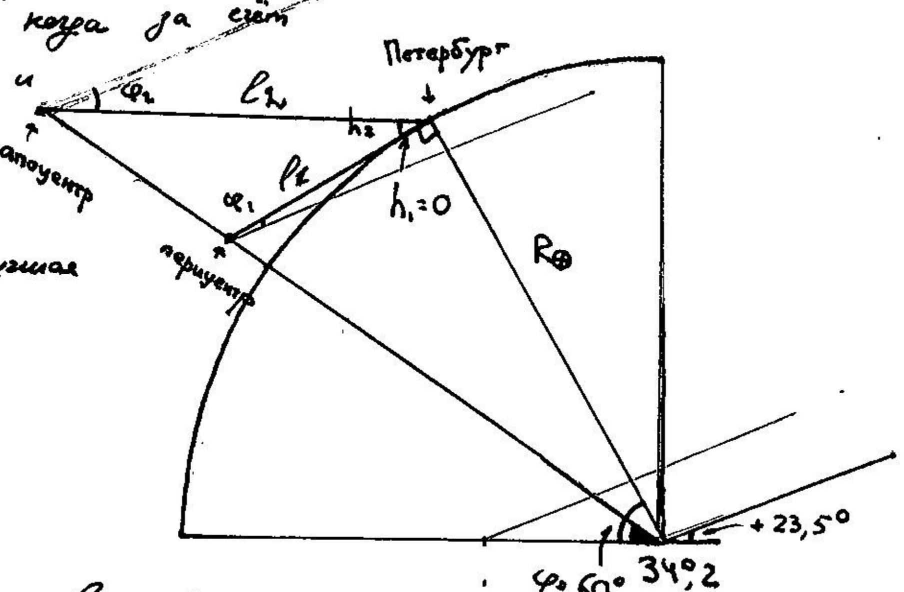
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM}}\ ; \quad a = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM}{4\pi^2}}$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{(8040\ \text{с})^2 \cdot 6{,}67\cdot10^{-11}\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{кг}^2}\cdot 6\cdot10^{24}\ \text{кг}}{4\cdot 3{,}14^2}} \approx 8500\ \text{км}.$$

перицентрич. расст. → $q = a(1-e) = 8500\ \text{км}\cdot 0{,}816 \approx 7000\ \text{км}$

апоцентр. расст. → $Q = a(1+e) = 8500\ \text{км}\cdot 1{,}184 \approx$ ~~...~~ $10200\ \text{км}.$

Чтобы найти расстояния от наблюдателя до спутника в перицентре и апоцентре, а также их высоты над горизонтом, начертим Землю и орбиту спутника в масштабе $\frac{1\ \text{см}}{1000\ \text{км}}$. Заметим, что в условии задачи не сказано, что находится над экватором: ~~перицентр~~ перицентр или апоцентр. Поэтому будем рассматривать оба варианта и сравним их между собой. Рассмотрим момент, когда за счёт суточного вращения Петербург и точки перицентра/апоцентра окажутся на одном меридиане: именно тогда будет достигаться ~~...~~ наилучшая видимость спутника.



Из чертежа
$l_2 = 5200$ км
$l_1 = 3100$ км
$h_1 = 0°$
$h_2 \approx 30°$

Также при наблюдении из Петербурга даже при наилучших условиях (Солнце находится противоположно спутнику, на противоположном меридиане, и имеет максимальное склонение ~~...~~ $+\varepsilon$.) у спутника в разных положениях будут разные фазы.

По формуле фазы $\Phi = \frac{1+\cos\varphi}{2}$. φ_1 и φ_2 можно изм. на чертеже.

$$\Phi_1 = \frac{1+\cos 10°}{2} \approx 1.$$

$\Phi_2 = \frac{1+\cos 25°}{2} \approx 0{,}95.$ Как видим, фазы почти не отличаются и мало влияют на яркость спутника. Гораздо больше влияет расстояние. Оценим видимые звёздные величины спутника в перицентре и апоцентре с учётом фазы, но без учёта атмосферного поглощения

Лист 5

Бел 20
11 кл.

$$E_1 = \frac{L_\odot \cdot \pi d^2 \cdot A \cdot \Phi_1}{4\pi a_\oplus^2 \cdot 4 \cdot 4\pi l_1^2}$$

$$E_2 = \frac{L_\odot \cdot \pi d^2 \cdot A \cdot \Phi_2}{4\pi a_\oplus^2 \cdot 4 \cdot 4\pi l_2^2}$$

$$E_\odot = \frac{L_\odot}{4\pi a_\oplus^2} \quad ; \quad \frac{E_1}{E_\odot} = \frac{\cancel{\pi} d^2 \cdot A \cdot \Phi_1}{4 \cdot 4 \cancel{\pi} l_1^2} = 10^{0,4(m_\odot - m_1)}$$

$$\frac{E_2}{E_\odot} = \frac{d^2 A \Phi_2}{16\, l_2^2} = 10^{0,4(m_\odot - m_2)}$$

$0,4(m_\odot - m_1) \approx -16,5$

$0,4(m_\odot - m_2) \approx -17$

$m_1 = 14,75^m$

$m_2 = 16^m$

Если учитывать поглощение света, то на горизонте оно гораздо больше, чем на высоте в 30°.

Для перицентра

$\frac{I_{01}}{I_1} = 10^{k \cdot l_1'}$, где l_1' - расстояние, которое проходит свет в атмосфере

$\frac{I_{01}}{I_1} = 10^{0,4(m_1' - m_1)}$

Аналогично для апоцентра. Получаем:

$k l_1' = 0,4(m_1' - m_1)$

$k l_2' = 0,4(m_2' - m_2)$

Тогда

$$\frac{m_1' - 14,75^m}{m_2' - 16^m} = 5$$

$l_1' = \sqrt{(R_\oplus + h)^2 - R_\oplus}$, где h - высота атм;

$l_1' \approx 1000$ км

$h = 100$ км

l_2' очень приблизительно можно вычислить, используя модель плоской земли:

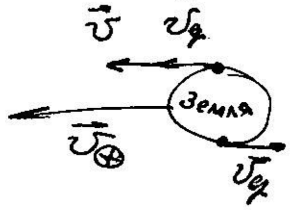
$l_2' = \frac{100 \text{км}}{\sin 30°} = 200$ км

Уже при увеличении m_2' на $0,4^m$ m_1' становится равным $16,75^m$, т.е. при сильном поглощении, а также при засветке, которая, безусловно, есть в Петербурге, а также с учётом рельефа получаем, что данный спутник лучше наблюдать в апоцентре

5. $v = p_{уд}\cdot \ln\left(\frac{M_0}{M}\right)$ - ф-ла Циолковского, где M_0 - масса аппарата вначале; $M_0 = 6{,}4т + 1т = 7{,}4т$; $M = 1т$.

$v \approx 9000\ \frac{м}{с}$.

Максимальная скорость аппарата отн. Солнца будет достигаться, если он будет двигаться в ту же сторону, что и Земля по орбите, а также в сторону вращения Земли вокруг своей оси. Тогда



$$v_\Sigma = v_\oplus + v_{вр} + v$$

$$v_\oplus = 30000\ \frac{м}{с}$$

$$v_{вр} = \frac{2\pi R_\oplus}{24\cdot 3600с} = 465\ \frac{м}{с}$$

$$v_\Sigma = (9000 + 30000 + 465)\frac{м}{с} = 39465\ \frac{м}{с}$$

Посчитаем вторую косм. скорость на расстоянии $a_\oplus$ от Солнца. Именно с такой скоростью должен двигаться аппарат, чтобы покинуть Солнечную систему

$$v_{II} = \sqrt{\frac{2GM_\odot}{a_\oplus}} \approx 40000\ \frac{м}{с}$$ (даже чуть больше).

Т.е. аппарат не покинет Солнечную систему.

Ответ: не сможет.

4. ~~В Галактике находится около 200·10⁹ звезд.~~

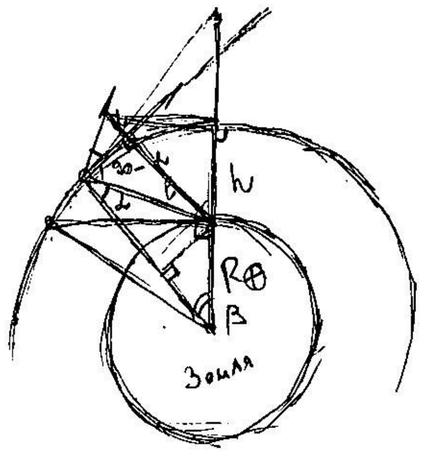
В галактике находится около $200\cdot 10^9$ звезд. Будем считать, что в среднем все звезды в Галактике похожи на Солнце. Непосредственно возле них (т.е. на расстоянии их радиуса от центра звезды) $n \approx 20T^3$, $T = 6000K$; $n = 4\cdot 10^{12}\ см^{-3}$. В силу постоянной скорости фотонов, а также того, что переменностью звезд Галактики можно пренебречь, можно представить фотоны как линии, выходящие из звезды, а ~~[illegible]~~ плотность по площади σ, как величину, обратную расстоянию между этими линиями в квадрате. Расстояние между линиями меняется линейно, поэтому $\sigma \sim \frac{1}{r^2}$; ~~[illegible]~~ $n = \frac{\sigma}{\Delta r}$

Бел 20

11 кл

Черновик

Лист 1



$$\frac{40625 \cdot 10}{6400 \cdot 6400}$$ это приблизительно $\frac{5}{8}$,

$$\frac{v\cos\alpha}{l} = \frac{v}{2h}$$

$$\boxed{\cos\alpha = \frac{l}{2h}} \quad \frac{5}{8\cdot 6400}.$$

$$\frac{81250 \cdot \frac{1}{2}}{6400 \cdot 6400} =$$

Т-ма косинусов: $\sqrt{\frac{5}{8\cdot 6400}} =$

0,4 см

$R_\oplus^2 = (R_\oplus+h)^2 + l^2 - 2(R_\oplus+h)l\cos\alpha =$

$81250 : 2 = 40625$

$= (R_\oplus+h)^2 + l^2 - \frac{2(R_\oplus+h)l^2}{2h}$

0,3

Ответ:

$l^2 = R_\oplus^2 + (R_\oplus+h)^2 - 2(R_\oplus+h)R_\oplus\cos\beta$

$81250 : 400 = 202 \approx 203$

$$\cos\beta = \frac{R_\oplus^2 + (R_\oplus+h)^2 - l^2}{2(R_\oplus+h)R_\oplus}$$

0,5

$6600^2 + l^2 - \frac{2\cdot 6600\cdot l^2}{200}.$

$$\sqrt{\frac{1}{6400\cdot 2}} = \frac{1}{80}\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{80\sqrt{2}} = \frac{293}{400} \approx \frac{80}{2} \quad 1,4$$

$$\cos\beta = \frac{6400^2 + 6600^2 - 81250}{2\cdot 6400\cdot 6600} =$$

$6600^2 - l^2(1 - 33) = 6400^2$

$$= \frac{6400}{2\cdot 6600} + \frac{6600}{2\cdot 6400} - \frac{10\cdot 5^4\cdot 13}{2\cdot 64\cdot 100\cdot 66\cdot 100} = \frac{65}{64\cdot 66\cdot 2^4} = \frac{65}{66\cdot 1024}$$

13000 вдоль...

12,8 см

$(6600 - 6400)(6600 + 6400) =$

$$= \frac{64}{132} + \frac{66}{128} - \frac{65}{64\cdot 66\cdot 2^4} \approx \frac{1}{65\cdot 2^4} = 32l^2$$

$80 \cdot 1,4 = 112 \quad \frac{1}{112}$

$\frac{16}{33} \approx \frac{1}{2}$

$65\cdot 16$

$2600000 : 32 = 81250$

$32\cdot 7 = 210 + 14 = 224$

А вообще, $1 + \frac{1}{2112} - \frac{4(32^2+33^2)}{1040}$ это приблизительно 0,9995

$$6400^2 + 6600^2 = \frac{10000(64^2+66^2)}{2\cdot 66\cdot 64\cdot 10000}$$

$32\cdot 8 = 256$

ну это прямо 200... нет...

$65 \times 16 = 390 + 650 = 1040$

$\frac{1}{211}$

$$\frac{32^2+33^2}{2\cdot 32\cdot 33} = \frac{1024+1089}{2\cdot 1056}$$

$\sqrt{81250}$ ... хрен с ним.

$= \frac{2113}{2112}$ да это же единица! почти.

$33 \times 32 = 1056$

$32 \times 32 = 1024$

$33 \times 33 = 1089$

$1056 \times 2 = 2112$

$8125 : 5 = 1625$

$1625 : 5 = 325$

$325 : 5 = 65$

$65 : 5 = 13$

$81250 = 10\cdot 5\cdot 5\cdot 5\cdot 5\cdot 13 \ldots$

Черновик
Лист 2

Бел 20
11 кл.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(6600000)^3}{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot 6\cdot10^{24}}} = 2\pi\sqrt{\frac{66^3\cdot 10^{15}}{6\cdot 6{,}67\cdot 10^{13}}} = 2\pi\sqrt{\frac{66\cdot66\cdot66\cdot100}{6\cdot 6{,}6}} = 2\pi\sqrt{\frac{1000}{6}\cdot 66^2}$$

$$T = \pi\, 66\sqrt{\frac{1000}{6}} = 660\sqrt{\frac{10}{6}} \approx 858\,c \cdot 2\pi =$$

$660 \cdot 13$: 198, 66, 858

$= 1716 \cdot 3{,}1 = 5148$, т.к. π чуть больше 3,

$T = 5200$ (c)

$1716 \cdot 3$ = 5148

$2 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 6400}{24 \cdot 3600} = \frac{4000}{24}\cdot 3{,}14 = 2\cdot 1000 = \frac{3140}{3600} = \frac{9}{8}\cdot 6 =$

57 c.

$2\cdot\frac{3140\cdot 8}{6\cdot 9}$

$\frac{520\cdot 4}{36\,9} = $ 520 | 9: 45, 70, 63, 70 → 57 777...54

465

$1{,}22$, $\frac{5\cdot 10^{-7}}{5} =$

$= 1{,}22\cdot10^{-7}$ рад.

$\sqrt{4\cdot 6{,}67} \approx 2{,}67\cdot 6{,}67$

$2{,}7\cdot 6{,}6$

$11{,}5 = \frac{m}{2}$, $\frac{8}{m} = 2{,}67$

10^{-4} 5lg D, в см.

$\sqrt{2\cdot 2\cdot 6{,}67\cdot 10^{-8}}$

$1{,}5\cdot10^{7}$

$m_1 = 1^m$

галактики – Млечный

Путь.

2520 | 54: 216, 352, 324, 280 → 465

$54 \times 6 = 324$

$\frac{13{,}75}{2} \approx 8{,}3$

$\frac{6{,}25 + 12{,}5}{2} =$

0,3088

$\lg l = 2,$

$\frac{165}{16}$ $11 + 5 + 20 = \frac{36}{5}$

$l = 10^{2} = 10^{2}\cdot 10^{\frac{1}{5}} =$

$l_2 = \frac{R}{p} = \frac{36}{5} = 7{,}2$

$1{,}5^5 = $ [illegible] $=$

$l = 10^{5}\cdot 1{,}5$ пк.

$\approx \frac{3^5}{2^5} = \frac{243}{32} \approx$

$1{,}22\cdot10^{-7}\cdot 206265$

$=$

243 | 32: 224, 190 → 7,5

7,5...

Приблизительно 10

Чуриван.
6 Лист 3

Бел 20
11 кл.

$m = 5 \lg D = M - 5 + 5\lg$

$\frac{0,8}{1,22} = 0,8$

8500×82

$15,6\ldots$

$M = m + 5 - 5\lg D$

$m = M$ 8500×816

$\frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{a^3}{GM}$

$M = 15,6 + 5 - 5\lg l_2$

$a = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{}$

$1,22 = \frac{61}{50}$ $\beta = \frac{R}{l_2}$

$\sqrt[3]{\frac{8040^2 \cdot 6,6 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}}$ $\pi^2 = 3,14^2$

$\frac{50}{61} \cdot 0,8 =$

36

$85 \times 82 = 170$

$8500 \cdot 1,2 = 8500 + 1700 = 10200$

$40 \quad 61 \quad 680 \quad 134 \quad 69706 \quad 804 \cdot 10 = 8040$ $x\ 7000$ км

сутки меньше, т.к. $1,184 < 1,2$

185 × 185...

$\sqrt[3]{10^{13}} = 10^4 \sqrt[3]{10}$

$8040^2 = a^3\ldots$

$10^4 \sqrt[3]{10} \cdot 400 \cdot 1,85$

$20^3 = 8000 \Rightarrow \sqrt[3]{8040^2} \approx 400$

$400 \cdot 1,8 \cdot 10^4 \cdot \sqrt[3]{10} \cdot 1,8 \cdot 10^8 =$

$10^4 \cdot 400$

$R = 8$

$= 400 \cdot 3,24 \cdot 2 \cdot 10^4 = 10^5 \cdot 6,48\ldots$

8500 км

$= 8000$ км.

$4 \cdot 10^7$

$\sqrt[3]{\frac{6,48 \cdot}{3,14^2 \approx 10}}$

$\sqrt[3]{40} \approx 3,5\ldots$

$16,5 \cdot 2,5 = 33 + 8,25 = 41,25$

$\frac{6 \cdot 10^{-24}}{16 \cdot 3,1^2 \cdot 10^{22}} = \frac{0,06^2}{16 \cdot 3100000^2} = 0,25 \cdot 10^{-16}$

$16 \cdot 3,1 \approx 50$

$\frac{36}{16 \cdot 3,1^2} = \frac{36}{50} = 0,25$ $-16 + 40,25$ $\frac{1}{510}$