Задача № 1

Для начала определим характер зависимости. Больше всего график похож на параболу. Проверим: Возьмем 3 точки на графике с координатами $(t_1; \Delta\varphi_1)$; $(t_2; \Delta\varphi_2)$; $(t_3; \Delta\varphi_3)$. Если график имеет форму параболы ($\Delta\varphi = at^n$), то $a = const$, $n = const$.

$$\frac{\Delta\varphi_1}{\Delta\varphi_2} = \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^n; \quad n = 2$$

$$\frac{\Delta\varphi_2}{\Delta\varphi_3} = \left(\frac{t_2}{t_3}\right)^n; \quad n = 2$$

$$\frac{\Delta\varphi_1}{\Delta\varphi_3} = \left(\frac{t_1}{t_3}\right)^n; \quad n = 2$$

Значения:

$\Delta\varphi_1 = 25^\circ$ $\quad t_1 = 500^d$

$\Delta\varphi_2 = 100^\circ$ $\quad t_2 = 1000^d$

$\Delta\varphi_3 = 160^\circ$ $\quad t_3 = 1250^d$

По результатам всех трех проверок $n = 2$, следовательно зависимость имеет вид $\Delta\varphi = at^2$.

Определим a:

$$\left.\begin{aligned} a_1 &= \frac{\Delta\varphi_1}{t_1^2} = 10^{-4}\ {}^\circ/d^2 \\ a_2 &= \frac{\Delta\varphi_2}{t_2^2} = 10^{-4}\ {}^\circ/d^2 \\ a_3 &= \frac{\Delta\varphi_3}{t_3^2} = 1{,}02\cdot 10^{-4}\ {}^\circ/d^2 \end{aligned}\right| \Rightarrow a \approx 10^{-4}\ {}^\circ/d^2 \Rightarrow \Delta\varphi = 10^{-4}\ {}^\circ/d^2 \cdot t^2$$

Зависимость фазового угла от времени без поправки:

$\varphi = \omega t$ – ω - угловая скорость вращения астероида, $\omega = const$

Добавим поправку:

$\varphi = \omega t + \Delta\varphi = \omega t + 10^{-4}\ {}^\circ/d^2 \cdot t^2$ – вид зависимости фазового угла от времени.

Нельзя не отметить схожесть данного уравнения с уравнением равноускоренного движения ($x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$). Скорость ~~двиг~~ вращения этого астероида вокруг ~~его~~ оси постоянно увеличивается. Это может оказаться следствием неравномерного распределения массы в нем, неправильной формы или эффекта Ярковского.

Задача №2

Известным фактом является то, что угловой размер Луны с Земли равен приблизительно 0,5°. Т.к. диаметр Земли в 4 раза больше, значит Земля видна с Луны как 2°. Воспользовавшись этим, найдем угловое расстояние, на которое сдвигается ~~Луна~~ Земля в каждом следующем кадре относительно горизонта. Для точности измерим расстояние до горизонта на первом и последнем кадре; и разделим на 5 т.к. между первым и последним кадром было ещё 4.

$l_1 = 9{,}5$ мм - расстояние от центра Земли до горизонта на последнем кадре

$l_2 = 8{,}5$ мм - расстояние от центра Земли до горизонта на первом кадре.

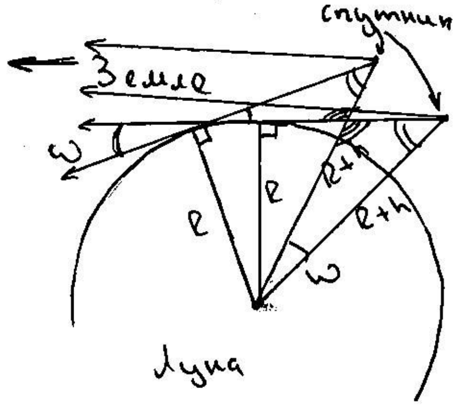
$L = 18$ мм - ~~радиус~~ диаметр Земли на каждом из кадров

$$\frac{L}{2^\circ} = \frac{l_1 + l_2}{5 \cdot \alpha}$$, где α - угловое расстояние, что проходит Земля между кадрами.

$\alpha = 0{,}4^\circ$

Зная, что между кадрами проходит время $t = 8$с, определим угловую скорость Земли относительно горизонта:

$$\omega = \frac{\alpha}{t} = 0{,}05°/с$$



Из чертежа видно, что угловая скорость спутника так же равна ω. Следовательно период обращения спутника:

$$T = \frac{360^\circ}{\omega} = 7200\,с$$

Согласно III закону Кеплера:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM}}$$ - где M - масса Луны; a - полуось орбиты спутника; $a = R + h$

$a = 1860$ км; $R = \frac{R_\oplus}{4} = 1600$ км; $h = a - R = 260$ км.

Ответ: 260 км.

Черновик лист 1 Бел-3 11 класс

$\Delta\varphi = a x^n$

$\frac{\Delta\varphi_1}{\Delta\varphi_2} = \left(\frac{x^n}{x^n}\right)$

$\frac{100}{1000^2} = 10^{-4}$

$\frac{160}{1250^2} =$

1250^2
$\times 1250$
625
250
125
1562500

$\frac{25}{100} = \left(\frac{500}{1000}\right)^n; \; n = 2$

$= \frac{160}{156} \cdot 10^{-4} \approx 10^{-4}$

$\Delta\varphi = a x^2$

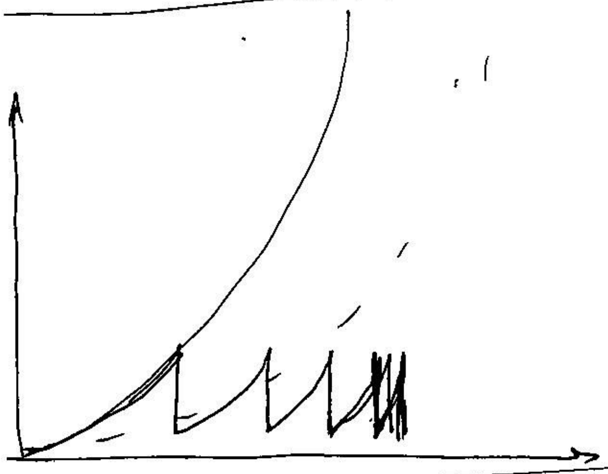
$25 = a \cdot 500^2 = a \cdot 250000$

$a = \frac{25}{250000} = 10^{-4}$

$160 \,|\, 156$
$156 \;\; 1,0$
400

156

$\boxed{\varphi(t) = \omega t + \Delta\varphi(t) = \omega t + 10^{-4} t^2}$



3,5

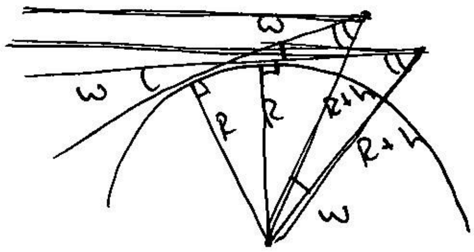
$18 \,|\, 5$
$15 \;\; 3,6$ мин
30

$\frac{3,6}{9} = \frac{x}{1^\circ}$

$x = 0,4^\circ/\text{мин}$

$\omega = \frac{x}{t} = \frac{0,4^\circ}{8c} = 0,05^\circ/c$

$6400 \,|\, 4$
1600



$T = \frac{360^\circ}{\omega} = 360 \cdot 20 = 7200$ с

$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM}}$

$\frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{a^3}{GM}; \; a^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2} =$

$= \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 72^2 \cdot 10^4}{81 \cdot 4 \cdot \pi^2} = \frac{6,67 \cdot 6 \cdot 72^2 \cdot 10^{17}}{81 \cdot 4 \cdot 10}$

Черновик лист 2 Бел-3 11 кл.

$= \frac{6{,}67 \cdot 6 \cdot 8}{5} \cdot 10^{17} \approx \frac{40}{5} \cdot 8 = 6{,}4 \cdot 10^{18}$ ....

$a^3 = 6{,}4 \cdot 10^{18}$

$a \approx \sqrt[3]{6{,}4} \cdot 10^6$

$h \approx a - R \approx 1860\,км - 1600\,км \approx$

$\approx 260\,км$

```
  4 4
 ×6,67
     6
 40,02

   6           8
  1,8         1,9
 ×1,8        ×1,9
  144         171
  1,8         5 1 8
  3,24        3,61
 ×1,8        ×1,9
  2592        3249
  324         361
  5,832       6,859

   5 3
  1,86
 ×1,86
  1116
  1488
  186
  3,4596
   2 3
  3,46
 ×1,86
  2076
  2768
  346
  6,4356
```