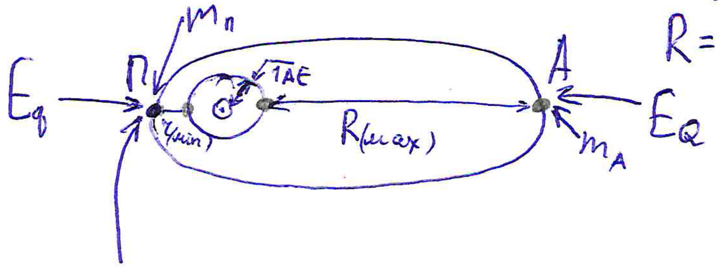
(1)

Дано:
$T = 3{,}9$ лет
$\Delta m = 2{,}5^m$

$e = ?$



$r = q - a_\oplus = a(1-e) - a_\oplus$

$R = Q - a_\oplus = a(1+e) - a_\oplus$

В великом противостоянии (П) энергия доходящая до астероида, а затем отражённая, доходящая до Земли максимальна. Расстояние в этот момент до Земли минимально. Из этого всего ~~н~~ наибольшая яркость наблюдается в точке П (минимальная m)

По симметричным причинам в точке A наблюдается наименьшая яркость (максимальная m)

III закон Кеплера: $\dfrac{T^2}{T_\oplus^2} = \dfrac{a^3}{a_\oplus^3}$ $\quad T_\oplus^2 = 1 год^2$, $\underbrace{a_\oplus^3}_{1АЕ^3}$ $\Rightarrow T^2 = a^3$

$a = \sqrt[3]{T^2} = \sqrt[3]{3{,}9^2} = \sqrt[3]{15{,}21} \approx \sqrt[3]{1{,}5 \cdot 10^3} = 10\sqrt[3]{1{,}5}$

$$\begin{array}{r} 3{,}9 \\ \times\ 3{,}9 \\ \hline 351 \\ +117 \\ \hline 1521 \end{array}$$

подгоняем... $1{,}1^3 = 1{,}331 < 1{,}5$ $\quad (1{,}1^2 = 1{,}21;\ 1{,}21 \cdot 1{,}1 = 1{,}331)$

$1{,}2^3 = 1{,}728$: $\quad 1{,}5 < 1{,}728$ $\quad (1{,}2^2 = 1{,}44;\ 1{,}44 \cdot 1{,}2 = 1{,}728)$

$\sqrt[3]{1{,}5} \simeq 1{,}15 \Rightarrow a = 10\sqrt[3]{1{,}5} \simeq 10 \cdot 1{,}15 = 11{,}5$ АЕ

$L_\odot = 4\pi R_\odot^2 \cdot \sigma T^4$

$E_q = \dfrac{L_\odot}{4\pi q^2}$ – мощность, рассеявшаяся по сфере до точки П

$E_Q = \dfrac{L_\odot}{4\pi Q^2}$ – – – до точки A

$L_q = E_q \cdot \pi r_{ас.}^2$, где $r_{ас.}$ – радиус астероида; L_q – мощность от Солнца, пришедшая на всю лицевую сторону астероида

$L_Q = E_Q \cdot \pi r_{ас}^2$, аналогичн.

$E_{\oplus q} = \dfrac{L_q \cdot A \cdot \Phi}{2\pi r_{min}^2} = \dfrac{L_q A \Phi}{2\pi (q - a_\oplus)^2}$, где $E_{\oplus q}$ – ~~о~~ освещённость, дошедшая до Земли от астероида, A – альбедо астероида, Φ – фаза ($= 1$ в обоих случаях)

(см. далее →)

$L_q \cdot A$ – мощность, отражённая астероидом

$2\pi r_{min}^2$ – мощность отражённая расходится по полусфере с такой площадью

Ещё умножаем на фазу Φ, т.к. в теории могла быть видна не вся поверхность освещённая астероида (если не в противостоянии)

$$E_{\oplus Q} = \frac{L_Q \cdot A \Phi}{2\pi R_{max}^2} = \frac{L_Q \cdot A\Phi}{2\pi (Q-a_\oplus)^2}$$

$$\frac{E_{\oplus Q}}{E_{\oplus q}} = \frac{L_Q \cancel{A\Phi} \cdot \cancel{2\pi}(q-a_\oplus)^2}{\cancel{2\pi}(Q-a_\oplus)^2 \cdot L_q \cancel{A\Phi}} = \frac{(q-a_\oplus)^2}{(Q-a_\oplus)^2} \cdot \frac{L_Q}{L_q} = \left(\frac{q-a_\oplus}{Q-a_\oplus}\right)^2 \cdot \frac{E_Q \cdot \cancel{\pi r_{ac.}^2}}{E_q \cdot \cancel{\pi r_{ac.}^2}} =$$

$$= \left(\frac{q-a_\oplus}{Q-a_\oplus}\right)^2 \cdot \frac{\cancel{L_\odot} \cdot \cancel{4\pi} q^2}{\cancel{4\pi} Q^2 \cdot \cancel{L_\odot}} = \left(\frac{q(q-a_\oplus)}{Q(Q-a_\oplus)}\right)^2$$

$$\frac{E_{\oplus Q}}{E_{\oplus q}} = \left(\frac{q(q-a_\oplus)}{Q(Q-a_\oplus)}\right)^2 = 10^{-0,4\Delta m}$$

, где $\Delta m = m_A - m_\Pi = 2,5^m$, т.к. $m_A > m_\Pi$

$$m_A - m_\Pi = -2,5 \lg \frac{E_{\oplus Q}}{E_{\oplus q}}$$

$$\cancel{2,5} = -\cancel{2,5} \lg \frac{E_{\oplus Q}}{E_{\oplus q}}$$

$$\lg \frac{E_{\oplus Q}}{E_{\oplus q}} = -1$$

$$10^{-1} = \frac{E_{\oplus Q}}{E_{\oplus q}} = \frac{1}{10} \Rightarrow \left(\frac{q(q-a_\oplus)}{Q(Q-a_\oplus)}\right)^2 = \frac{1}{10}$$

$\cancel{10 E_{\oplus Q} = E_{\oplus q}}$

$q = a(1-e)$

$Q = a(1+e)$

$$\frac{q(q-1)}{Q(Q-1)} = \frac{1}{3,2} = \frac{5}{16}$$

$\sqrt{10} \approx 3,2$

$3,2 \cdot 3,2 = 6\,4 + 96 = 10,24$

$$\frac{a(1-e)(a(1-e)-1)}{a(1+e)(a(1+e)-1)} = \frac{5}{16}$$

$$\frac{1-e}{1+e} \cdot \frac{11,5(1-e)-1}{11,5(1+e)-1} = \frac{5}{16}$$

$11,5 \cdot 16 = 690 + 115 = 184,0$; $22 \cdot 16 = 132 + 22 = 352$; $10,5 \cdot 16 = 690 + 105 = 174,0$; $11,5 \cdot 5 = 57,5$; $184 - 57 = 127$; $174 - 57 = 117$

$$\frac{1-e}{1+e} \cdot \frac{10,5 - 11,5e}{10,5 + 11,5e} = \frac{5}{16}$$

$$\frac{(1-e)(10,5-11,5e)}{(1+e)(10,5+11,5e)} = \frac{10,5 - 11,5e - 10,5e + 11,5e^2}{10,5 + 11,5e + 10,5e + 11,5e^2} = \frac{11,5e^2 - 22e + 10,5}{11,5e^2 + 22e + 10,5} = \frac{5}{16}$$

$$184e^2 - 352e + 174 = 57,5e^2 + 110e + 57,5$$

$$126,5e^2 - 462e + 116,5 = 0$$

$$1265e^2 - 4620e + 1165 = 0$$

$$253e^2 - 924e + 233 = 0$$

(см. далее →

Дал-29 | лист 2 из 3 |

$253e^2 - 924e + 233 = 0$

$D = 924^2 - 4\cdot 253\cdot 233 \simeq 620000 = 62\cdot 10^4$

$\simeq 850000 \quad 230000$

$\sqrt{D} \simeq \sqrt{64}\cdot 10^2 = 800$

$e = \frac{924 \pm 800}{506} = \frac{124}{506} = \frac{248}{1012} \simeq \frac{248}{1000} \simeq 0{,}25$

$\boxed{e<1}$

Ответ: $e \simeq 0{,}25$.

$\begin{array}{r} 23 \\ \cdot 23 \\ \hline 75 \\ +50 \\ \hline 575 \\ \cdot 4 \\ \hline 2300 \end{array}$

$\begin{array}{r} 924 \\ \cdot 924 \\ \hline 3696 \\ 1848 \\ 8316 \\ \hline 853776 \end{array}$

---

(5)

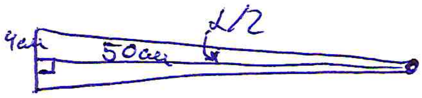
Дано:
$\varphi = 60°$ (Петербург)
$A = 160°$

звезд?

8см

рука

расст. до руки $\simeq$ 50см.



$tg\frac{\alpha}{2} \simeq \frac{4}{50} = 0{,}08 \simeq \frac{\alpha}{2}$ [рад]

$\alpha \simeq 0{,}16$

$180° - \pi$

$x° - 0{,}16$

$x° = 180°\cdot\frac{0{,}16}{\pi} = 180°\cdot\frac{16}{314} = 180°\cdot\frac{8}{157} \simeq \frac{8}{180} = 180°\frac{1}{20} = 9°$

Расст. меж. звездами (угловое) $< 9°$

2-ая звезда:

$\cos A = -\frac{\sin\delta_2}{\cos\varphi} = -2\sin\delta$

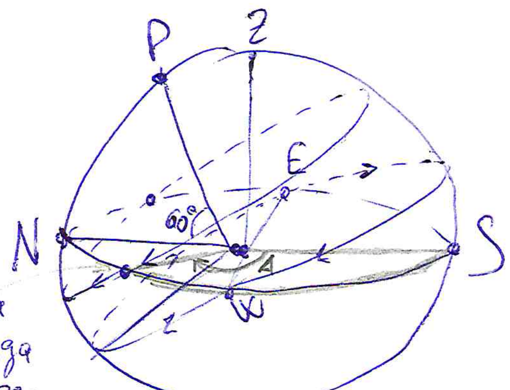
$\cos 60° = \frac{1}{2}$

$\cos 160° = -2\sin\delta_2 \simeq \cos 150° = -\cos 30° = -\frac{\sqrt{3}}{2} \simeq -\frac{1{,}7}{2} = -0{,}85$

$\sin\delta_2 \simeq \frac{0{,}85}{2} \simeq 0{,}425 \simeq 0{,}5$

$\boxed{\delta_2 \simeq 30°}$

чуть меньше $\boxed{\delta_2 \simeq 25°}$



---

(2)

Дано:
$\nu = 2\text{-}3$ кГц

R=?

Размеры областей повышенной плотности $R \geq \lambda_{\text{длина волн}}$

$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3\cdot 10^8 \frac{м}{с}}{2\text{-}3\cdot 10^3 \frac{1}{с}} = 1\text{-}1{,}5\cdot 10^5$

$R_{min} = \lambda_{min} = 10^5$ м

Ответ: $R = 10^5$ м $= 100$ км.

Шел-29 | лист 3 из 3

(4)

Дано
$a = 0{,}5\ АЕ$
$T = 0{,}25$ лет
$S_1 = 1\ м^2$
$S_2 = 2\ м^2$
$\eta = 30\% = 0{,}3$
$\alpha = 10^{-14}$
$v = 4\cdot 10^2$ км/с

$\dfrac{E_{излуч.}}{E_{частиц}} = ?$

III обобщённый закон Кеплера для систем (звезда + звездолёт) и (Солнце + Земля). Массами звездолёта и Земли пренебрежём.

$$\frac{T^2\cdot M_з}{\underbrace{T_\odot^2}_{1\ год^2}\cdot M_\odot} = \frac{a^3}{\underbrace{a_\odot^3}_{1\ АЕ^3}} \to \frac{T^2\cdot M_з}{M_\odot} = a^3$$

$$M_{з.} = \frac{M_\odot\cdot a^3}{T^2} = \frac{16}{8}M_\odot = 2M_\odot$$

P.S. з. - звезда

m - потеря массы в год

$$m = \alpha\cdot M_{з.} = 2\alpha M_\odot\left[\frac{кг}{год}\right]$$

$\frac{m}{4\pi a^2}$ - масса рассеивается по сфере в год. Это формула массы на единицу площади в год на расстоянии $a=0{,}5АЕ$

$\frac{m}{4\pi a^2}\cdot S_1$ - масса улавливаемая за год звездолётом.

$$E_{кин.\ частиц\ за\ год\ запасаемая} = \frac{\left(\frac{mS_1}{4\pi a^2}\right)\cdot v^2}{2}$$

$$L \sim M^4 \Rightarrow \frac{L_з}{L_\odot} = \frac{M_з^4}{M_\odot^4} = \frac{16M_\odot^4}{M_\odot^4} = 16$$

$$L_з = 16L_\odot$$

E - мощность на единицу площади на расстоянии $a=0.5АЕ$

$$E = \frac{L_з}{4\pi a^2} = \frac{16L_\odot}{4\pi a^2}$$

$\eta\cdot E\cdot S_2 = \eta\frac{16L_\odot}{4\pi a^2}S_2$ — ~~для~~ запасаемая мощность излучения

За год запасено будет $E_{излуч.} = E\cdot\eta\cdot S_2\cdot t$ [Дж], $t = 1$ год.

$$\frac{E_{излуч.}}{E_{частиц.кин.}} = \frac{\eta \cdot S_2 \cdot t \cdot 16 L_\odot \cdot \cancel{2 4\pi a^2}}{\cancel{4\pi a^2} \cdot m \cdot S_1 v^2} = \frac{\eta\, S_2 \cdot t \cdot 16 \cdot 4\pi R_\odot^2 \cdot \sigma T^4 \cdot \cancel{2}}{\cancel{2} \cdot 2 M_\odot S_1 v^2} \ominus$$

$\frac{S_2}{S_1} = 2$

$L_\odot = 4\pi R_\odot^2 \sigma T^4$ $\qquad v = 400 \frac{км}{с} = 400000\ м/с = 4 \cdot 10^5\ м/с$

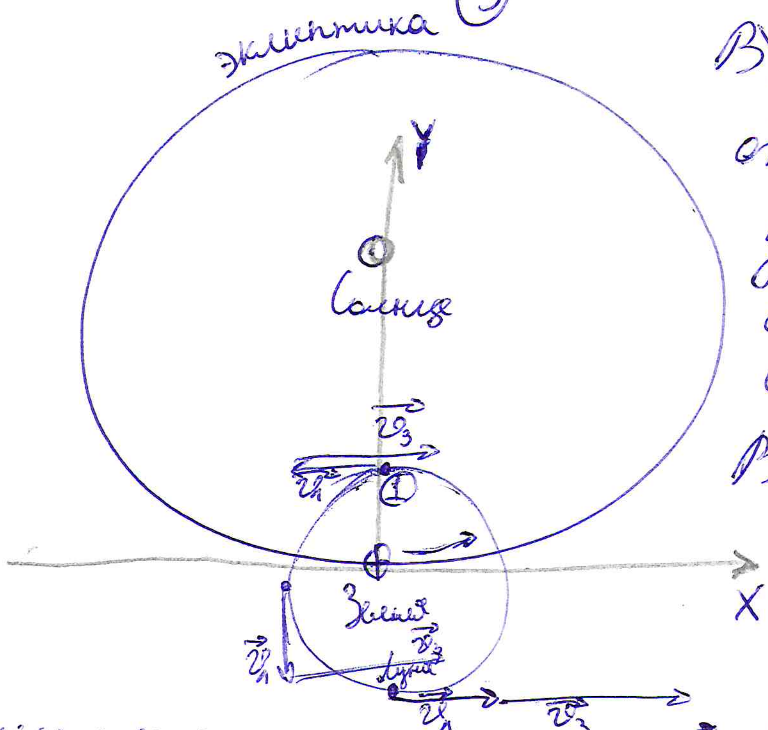
$m = 2\alpha M_\odot$

$$\ominus \frac{2\eta \cdot t \cdot 16 \cdot 4\pi R_\odot^2 \cdot \sigma T^4}{\alpha \cdot M_\odot v^2} = \frac{\cancel{2} \cdot 0{,}3 \cdot \underbrace{\pi \cdot 10^7}_{секунд\ в\ году} \cdot \cancel{16} \cdot \pi \cdot 4 \cdot 7^2 \cdot 10^{16} \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 6^4 \cdot 10^{12}}{10^{-14} \cdot \cancel{2} \cdot 10^{30} \cdot \cancel{4} \cdot 10^{10}} \ominus$$

$$\ominus\ 0{,}3 \cdot \underbrace{\pi^2}_{\approx 10} \cdot 4 \cdot \underbrace{7^2}_{\approx 50} \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 6^4 \cdot 10^9 \approx 7{,}8 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^2 \cdot 10^9 \cdot 10^{-8} = 4{,}7 \cdot 10^{15} \cdot 10^{-8} = 4{,}7 \cdot 10^7$$

Ответ: $4{,}7 \cdot 10^7$ раз.

3



~~В положении 1 относительно Солнца у Луны минимальна скорость если ... против~~

В любой момент

$$\vec{v}_{л\ отн.\ Солнца} = \vec{v}_{л\ отн.\ Земли} + \vec{v}_{Земли\ отн.\ Солнца}$$

Если мы докажем, что проекция $\vec{v}_{л\ отн.\ Солнца}$ ~~всегда~~ на ось X в системе координат с центром в Земле и осью Y направлен. на Солнце, если координата проекции конца вектора $\vec{v}_{л\ отн.\ Солнца}$ на ось X больше координаты проекции начала этого вектора, то Луна движется отн. Солнца в проекции на эклиптику только по час. стрелке.

$|\vec{v}_3| = 30\ км/с$

$|\vec{v}_л| = \frac{2\pi a_л}{T_л} = \frac{2\pi \cdot 384000}{27{,}3 \cdot 24 \cdot 3600} \approx \frac{1}{11} \approx 0{,}09\ км/с$

В положении 1 достиг. минимум $|\vec{v}_л|$ отн. Солнца

$|\vec{v}_л|_{отн.С.\ min} = |\vec{v}_3| - |\vec{v}_л| = 30 - 0{,}09 > 0 \Rightarrow$ нет самопересечений