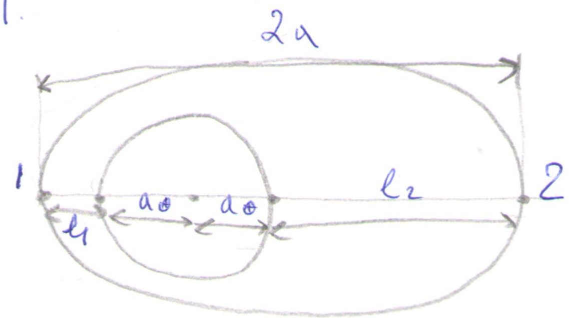
№1.



Т.к. наблюдения производились в момент каждого противостояния, то были и такие наблюдения, когда противостояние было в апоцентре и перицентре. Именно в этих точках амплитуда изменения блеска астероида максимальна, т.к. он ближе/дальше к Солнцу и ближе/дальше к Земле.

Сначала найдем его большую полуось:

$$\frac{T^2}{T_\oplus^2} = \frac{a^3}{a_\oplus^3}$$ – 3-й закон Кеплера.

если измерять T в годах и a в а.е., то

$$a = T^{\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{3,9}\right)^2 = \sqrt[3]{3,9^2} \approx \sqrt[3]{15,2} \approx 2,5 \text{ а.е.}$$

Теперь запишем выражения для освещенностей, создаваемых астероидом на Земле.

$$\cancel{E_1 = \frac{L_1}{4\pi l_1^2}}$$

$$E = \frac{L}{4\pi l^2}, \quad L = \frac{L_\odot \cdot S \cdot A}{4\pi (a_\oplus + l)^2} \Rightarrow E = \frac{L_\odot \cdot S \cdot A}{16\pi^2 (a_\oplus + l)^2 l^2}$$

$$\Rightarrow E_1 = \frac{L_\odot \cdot S \cdot A}{16\pi^2 (a_\oplus + l_1)^2 l_1^2}, \quad E_2 = \frac{L_\odot S A}{16\pi^2 (a_\oplus + l_2)^2 l_2^2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{(a_\oplus + l_2) l_2}{(a_\oplus + l_1) l_1}\right)^2$$

По ф-ле Погсона:

$$\lg \frac{E_1}{E_2} = 0,4\Delta m, \text{ где } \Delta m = 2,5^m.$$

$$\Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = 10^{0,4\Delta m} \Rightarrow \left(\frac{(a_\oplus + l_2) l_2}{(a_\oplus + l_1) l_1}\right)^2 = 10^{0,4\Delta m} \Rightarrow \underbrace{\frac{(a_\oplus + l_2) l_2}{(a_\oplus + l_1) l_1} = 10^{0,2\Delta m}}_{1}$$

Из рисунка видно: $2a = 2a_\oplus + l_1 + l_2 \Rightarrow \underbrace{l_1 + l_2 = 2(a - a_\oplus)}_{2}$

ТОМ-1. 1стр

№1 (продолжение)

Надо решить систему, чтобы найти l_1 и l_2: $\begin{cases} \dfrac{(a_\oplus + l_2) l_2}{(a_\oplus + l_1) l_1} = 10^{0,2\Delta m} \\ l_1 + l_2 = 2(a - a_\oplus). \end{cases}$

Чтобы легче было решать обозначим: $A = 2(a - a_\oplus) = 2 \cdot 1,5 = 3$ а.е

$\alpha = 10^{0,2\Delta m} = 10^{0,2 \cdot 2,5} = 10^{0,5} = \sqrt{10} \approx 3,2.$

$\Rightarrow l_1 = A - l_2 \Rightarrow \dfrac{(a_\oplus + l_2) l_2}{(a_\oplus + A - l_2)(A - l_2)} = \alpha$; В общем виде будет большое выражение $\Rightarrow$ подставим числа $\begin{pmatrix} a_\oplus = 1 \text{ а.е} \\ A = 3 \text{ а.е.} \\ \alpha = 3,2. \end{pmatrix}$

$\dfrac{(1 + l_2) l_2}{(1 + 3 - l_2)(3 - l_2)} = \alpha$;

$(1 + l_2) l_2 = \alpha(4 - l_2)(3 - l_2)$;

$l_2 + l_2^2 = \alpha(12 - 4l_2 - 3l_2 + l_2^2)$;

$l_2 + l_2^2 = 12\alpha - 7\alpha l_2 + \alpha l_2^2$;

$l_2^2(\alpha - 1) - l_2(7\alpha + 1) + 12\alpha = 0$;

$D = (7\alpha + 1)^2 - 4 \cdot 12\alpha \cdot (\alpha - 1) = (7 \cdot 3,2 + 1)^2 - 48 \cdot 3,2(3,2 - 1) \approx 23^2 - 340 \approx 484 - 340 \approx 189$

$\Rightarrow \sqrt{D} \approx 14.$

$\Rightarrow l_2 = \dfrac{(7 \cdot 3,2 + 1) \pm 14}{2(3,2 - 1)} \approx \dfrac{23 \pm 14}{4,4} \approx 9,4; 2$ а.е. Но $2a = 5$ а.е

$\Rightarrow 9,4$ а.е. не подх т.к. $l_2 < 2a \Rightarrow l_2 = 2$ а.е. $\Rightarrow l_1 = A - l_2 = 3 - 2 = 1$ а.е

Q и q – апо и пери – центрические расстояния

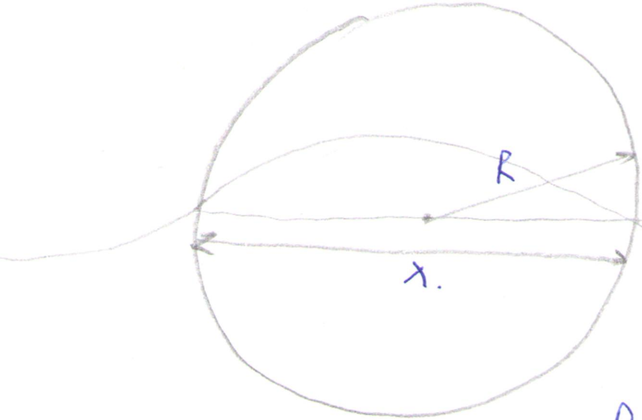
$\Rightarrow \begin{matrix} q = a(1 - e) \\ Q = a(1 + e) \end{matrix} \Rightarrow \dfrac{q}{Q} = \dfrac{1 - e}{1 + e}$; $q + qe = Q - Qe$; $e(q + Q) = Q - q$;

$e = \dfrac{Q - q}{q + Q} = \dfrac{Q - q}{2a} = \dfrac{a_\oplus + l_2 - a_\oplus - l_1}{2a} = \dfrac{l_2 - l_1}{2a} = \dfrac{1}{2 \cdot 2,5} = \dfrac{1}{5} = 0,2.$

Ответ: 0,2.

№2

Допустим, что такая область ~~поворотной~~ плотности — шар.



Если c — скорость ~~волны~~ в плазме, то

$c = \lambda \nu$, где $\lambda = \frac{\ell}{n}$ ($\ell = 2R$) (чтобы укладывалось целое число волн).

$\Rightarrow c = \frac{2R\nu}{n}$;

$R = \frac{cn}{2\nu}$ ⇒ как мы видим,

R — минимально, когда n — минимально, и это n = 1

$\Rightarrow R_{min} = \frac{c}{2\nu}$.

~~$c \approx 3\cdot10^8 \frac{м}{с}$ (т.к. магнито-звуковые волны)~~

~~$\Rightarrow R_{min} = \frac{3\cdot10^8}{2\cdot3\cdot10^3} = \frac{1}{2}\cdot10^5$ м $= \frac{1}{2}\cdot10^2$ км $= 50$ км — Ответ.~~

~~Осталось найти скорость волны в такой среде.~~

~~Т.к. волны — магнито-звуковые, можно предположить, что такие волны источником возмущений являются электромагнитные колебания, которые передаются со скоростью света $c = 3\cdot10^5 \frac{км}{с}$~~

~~$\Rightarrow R_{min} = \frac{3\cdot10^5 \frac{км}{с}}{2\cdot3\cdot10^3 \frac{1}{с}} = \frac{1}{2}\cdot10^2$ км $= 50$ км~~

Плазма — смесь протонов и электронов ⇒ т.к. $m_{электрона} << m_{протона}$ ⇒ $M = 0{,}5$ г/моль.
Температура в плазме может лежать в больших пределах, но ограничимся диапазоном от 10^4 К до 10^5 К. ⇒ Предположим, что скорость звука в газе порядка скорости молекул. Для воздуха например это хорошо соблюдено ⇒ $c \approx \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3\cdot8{,}3}{0{,}5\cdot10^{-3}}\cdot(10^4\div10^5)} =$

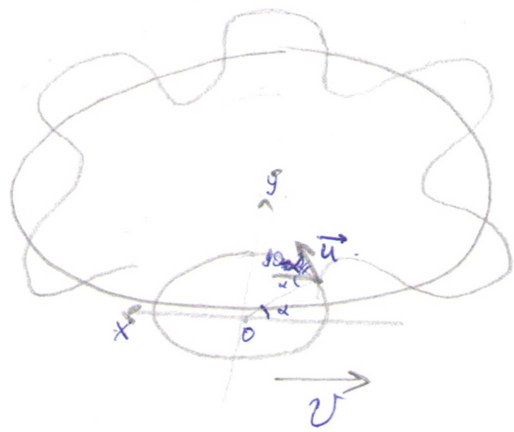
$= \sqrt{(6\cdot8{,}3)\cdot(10^7\div10^8)} = 10^3\cdot\sqrt{50\cdot(10\div10^3)}$ ⇒ $c \in [2{,}2\cdot10^4 \frac{м}{с}; 2{,}2\cdot10^5 \frac{м}{с}]$.

⇒ ~~[illegible]~~ можно сказать, что $R_{min} = \frac{c}{2\nu} = \frac{2{,}2\cdot(10^4\div10^5)}{2\cdot(2\div3)\cdot10^3}$ ⇒

⇒ $R_{min} \approx \frac{1}{(2\div3)}\cdot(10\div10^2)$ м ≈ 50 м. — Ответ.

Ответ: 50 м.

№3.



Принебрежем наклоном орбиты Луны и плоскости эклиптики. (Он мал (5°)).

В системе координат в данный момент времени с центром в Земле (XOY) Луна участвует в двух движениях: вокруг Земли и вокруг Солнца

=> Запишем проекции скорости относительно Солнца.

$v_x = v - u_x$, где $u_x = u\cos(90-\alpha) = u\sin\alpha$

$v_y = u_y$, где $u_y = u\sin(90-\alpha) = u\cos\alpha$

=> $v_x = v - u\sin\alpha$

$v_y = u\cos\alpha$. Но $v_y = \frac{dy}{dt}$ т.к. $v_y \sim \cos\alpha \Rightarrow y \sim \sin\alpha$ => это движение по синусоиде.

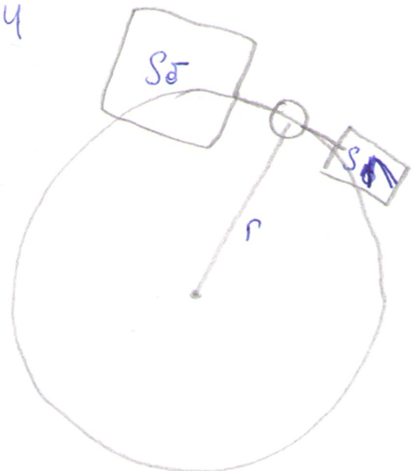
Аналогично для X, только тут есть константа v, которая складываясь или вычитаясь с $u\sin\alpha$ дает меньшую или большую скорость. Но в принципе $u\sin\alpha$ с хорошей точностью можно принебречь, т.к. $u \approx 1\frac{км}{с}$, $v \approx 30\frac{км}{с}$. Это также доказывает, что самопересечений не будет, т.к. $v_x > 0$ всегда.

=> Можно сказать, что траектория Луны будет похожа на синусоиду, но которой в некоторых местах будет сужение (если мы не принебрегаем членом u_x)

=> в каждый момент в такой системе координат - это синусоида => все время это будет синусоида, которая поворачивается относительно Солнца. Как известно, синусоида не имеет самопересечений и всегда выпукла наружу (можно увидеть из графика) => траектория обладает такими же свойствами.

Только через год она все же пересечется т.к. в один год не укладывается целое число оборотов Луны.

№4



Сначала найдем параметры звезды (L, M).

Из 3-го закона Кеплера:

$$\frac{T^2 M}{r^3} = \frac{T_\odot^2 M_\odot}{r_\odot^3}$$, измеряя T в годах M в $M_\odot$, а r в а.е.

$$\frac{T^2 M}{r^3} = 1;$$

$$M = \frac{r^3}{T^2} = \frac{(0,5)^3}{(0,25)^2} = \frac{1}{2^3} : \frac{1}{4^2} = \frac{4^2}{2^3} = \frac{2^4}{2^3} = 2M_\odot$$

Для звезд главной последовательности $L \sim M^4$.

$$\Rightarrow L = L_\odot \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^4 = 16 L_\odot$$

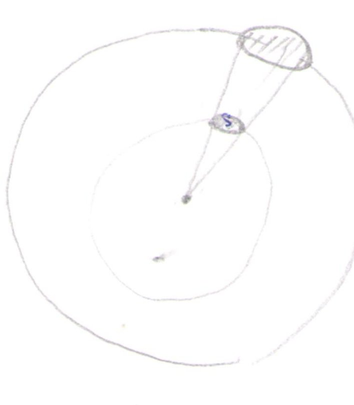
Запишем энергию, получаемую за счет изл. (t – время).

$$E_{изл} = \frac{L}{4\pi r^2} \cdot S_б \cdot \eta \cdot t$$

Запишем энергию получаемую за счет солн. ветра.

~~$E_в = \frac{\mu v^2}{2} \cdot t$, где μ – кол-во получаемого в-ва в секунду $\left(\frac{кг}{с}\right)$.~~

~~Т.к.~~ Звезда симметрична, то вещество распределяется по всему объему равномерно.



Из всей массы корабль получает лишь часть.

Как видно из рисунка – это $\frac{S}{S_{полн}} = \frac{S}{4\pi r^2}$, где r – расстояние до него.

$\Rightarrow$ Общая масса, которую он получает за год

$$m = \Delta M \cdot \frac{S}{4\pi r^2} \qquad E_к = \frac{m v^2}{2} \Rightarrow \quad E_к = \Delta M \frac{S v^2}{2 \cdot 4\pi r^2}, \text{ где } \Delta M = 10^{-14} M.$$

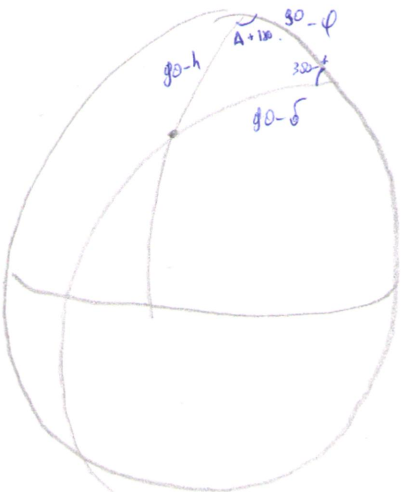
$$\Rightarrow \frac{E_{изл}}{E_к} = \frac{L S_б \eta t}{\cancel{4\pi r^2}} \cdot \frac{\cancel{4\pi r^2} \cdot 2}{\Delta M S_п v^2} = \frac{2 L S_б \eta t}{10^{-14} M S_п v^2} =$$

$$= \frac{2 \cdot 16 L_\odot \cdot S_б \cdot \eta \cdot t}{10^{-14} \cdot \cancel{2} M_\odot \cdot S_п \cdot v^2} = \frac{16 \cdot 4 \cdot 10^{26} \cdot 2 \cdot 0,3 \cdot 3,1 \cdot 10^7}{10^{-14} \cdot 2 \cdot 10^{30} \cdot 1 \cdot 4^2 \cdot 10^{10}} = \cancel{(0,3 \cdot 3,1)} \cdot$$

$$= (4 \cdot 0,3 \cdot 3,1) \cdot \frac{10^{26} \cdot 10^7}{10^{-14} \cdot 10^{30} \cdot 10^{10}} = 4 \frac{10^{33}}{10^{26}} = 4 \cdot 10^7 = 40 \text{ млн. раз} — \text{Ответ}$$

ТОм-1. 5стр.

N°5.



Из теоремы cos для произвольной звезды:

$\sin h = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t$ => при $h = 0$.

$\cos t = -tg\varphi\, tg\delta$.

Из теоремы синусов:

$\frac{\sin A}{\cos\delta} = \frac{\sin t}{\cos h}$ => при $h=0$; $\sin t = \frac{\sin A}{\cos\delta}$.

$$\Rightarrow + \begin{cases} \cos^2 t = tg^2\varphi\, tg^2\delta \\ \sin^2 t = \frac{\sin^2 A}{\cos^2\delta} \end{cases}$$

$1 = tg^2\varphi\, tg^2\delta + \sin^2 A(1 + tg^2\delta)$; => если $\varphi = 60° \Rightarrow tg\varphi = \sqrt{3}$.

$A = 160° \Rightarrow \sin A = \sin 20° \approx \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{3}$.

=> $1 = 3tg^2\delta + \frac{1}{9}(1+tg^2\delta)$;

$9 = 27tg^2\delta + 1 + tg^2\delta$;

$28 tg^2\delta = 8$;

$tg^2\delta = \frac{2}{7} \Rightarrow tg\delta = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$, $\delta << 1 \Rightarrow \delta° \approx \frac{60°\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{7}} \approx \frac{60\cdot 1{,}4}{2{,}6} \approx \frac{14\cdot 6}{2{,}6} = \frac{7\cdot 6}{1{,}4} = \frac{42}{1{,}4}$

$\approx 30°$. ($\delta > 0$, т.к. $A_{захода} > 90°$)

=> $\delta_2 = 30°$. 4 кольца не пересекаются => расстояние меньше $10°$.

=> $\delta_1 \in [20°; 40°]$

$\beta_1 = \pm 10° \Rightarrow \beta_2 \in [-20°; 20°]$. Это недалеко от точки летнего солнцестояния.

А вблизи нее такими близкими звездами являются Кастор и Поллукс.

=> исходя из экл. широты 1 звезда - Кастор, 2-я - Поллукс. ~~Т.к.~~

Т.к. Поллукс ярче => Ответ: 2.

ТОМ-1. 6 стр.