



XXVI Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
практический тур

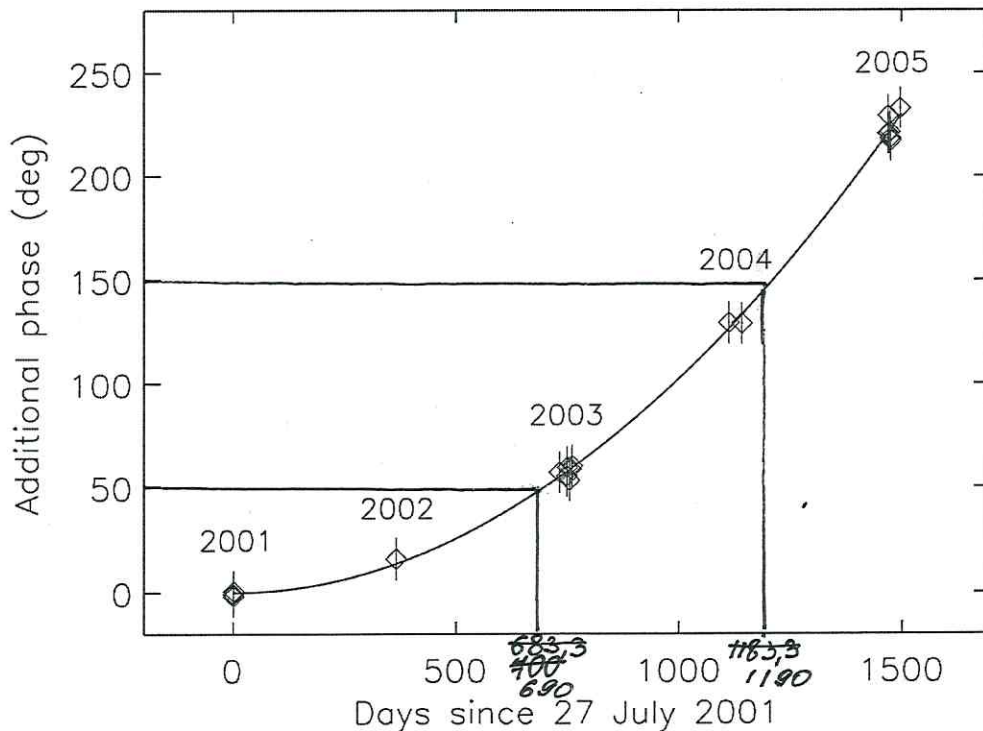
Стр. 4

2019

3
марта

11 класс

1. Астероид 54509 YORP неравномерно вращается вокруг своей оси. На графике ниже показана поправка к фазовому углу в градусах (как функция времени), которую необходимо добавлять к зависимости фазового угла от времени для равномерного вращения, чтобы результат соответствовал наблюдательным данным. Определите вид зависимости наблюдаемого фазового угла от времени и найдите параметры этой зависимости. Предложите возможные причины подобной неравномерности.



По оси абсцисс отложено время в сутках (начиная с 27 июля 2001 года), по оси ординат — поправка к фазовому углу в градусах. Подписи к точкам на графике — год получения соответствующих данных.

2. Серия снимков Земли на следующей странице была сделана космическим аппаратом, движущимся по круговой орбите вокруг Луны. Оцените, на какой высоте над поверхностью Луны летел аппарат, если известно, что интервал времени между соседними снимками равняется 8 секундам. Можно считать, что масса Луны в 81 раз меньше массы Земли, а диаметр — в 4 раза меньше диаметра Земли.

Решения задач и результаты олимпиады смотрите на сайте

<http://school.astro.spbu.ru>

1) 1) Внимательно взглянув на график, можно предположить он является ветвью параболы, вершина которой находится в точке (0;0). (то есть график функции типа $y = ax^2$).

Подставив значения некоторых точек ((690; 50) и (1190; 150)) узнаем, что график соответствует нашим предположениям ведь в этих (и некоторых других) проверенных точках значение параметра a (из $y = ax^2$) одинаково и равно примерно 10^{-4} .

2) Сказано что прибавляя $\Delta\varphi = a t^2$ к значениям равномерного вращения получили действительные значения для астероида.

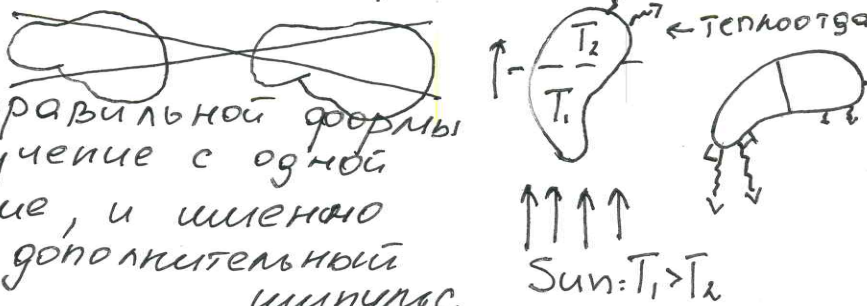
Равномерное вращение: $\varphi = \omega t$ ($\varphi_0 = 0$)

Равноускоренное вращение: $\varphi = \omega t + \frac{\epsilon t^2}{2}$

Тогда нетрудно заметить, что астероид вращается равноускоренно, при чем $\frac{\epsilon t^2}{2} = a t^2 \Rightarrow \epsilon = 2 \cdot 10^{-4} (\text{°/с}^2)$ - угловое ускорение ранее нами найденное.

3) Астероид 54509 YORP небезызвестен. Причиной изменения скорости его вращения, его тепловое излучение:

за счет неправильной формы тепловое излучение с одной стороны больше, и именно оно придает дополнительный импульс.



Можно было бы предположить, что изменение угловой скорости есть результат гравитационного возмущения. Но тогда наблюдались бы скачки роста угл. скорости (около массивных тел), а не равномерное увеличение.

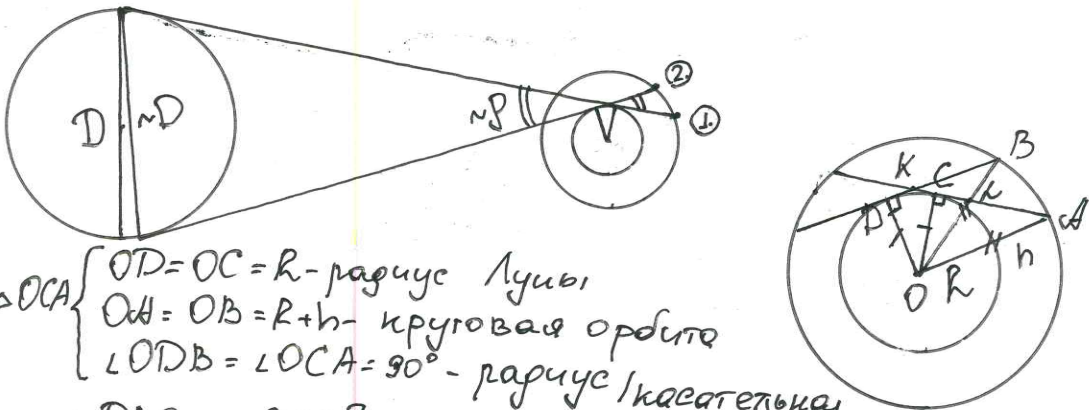
Термодинамический эффект может наблюдаться при маленькой массе m , что важно, при небольшой начальной угловой скорости вращения.

верь чем мерлением он вращается тем лучше прогревается дневная и охлаждается "ночная" сторона, что даёт большее увеличение шипульса.

4. Сделаем несколько предположений насчет параметров данного астероида, и произведем расчет для его ч. выходы.

2. Восход Земли дается смитанные секунды, поэтому можем считать неизменными либрации луны, и то что восход Земли происходит именно по причине движения спутника.

2.



$$\triangle OPB = \triangle OCA \begin{cases} OD = OC = R - \text{радиус Луны} \\ OA = OB = R + h - \text{круговая орбита} \\ \angle ODB = \angle OCA = 90^\circ - \text{радиус / касательная} \end{cases}$$

Откуда $\left. \begin{matrix} \angle DBO = \angle CAO \\ \angle KLB = \angle OLA \end{matrix} \right\} \angle OBA = 180 - (\angle OLA + \angle CAO) = 180 - (\angle KLB + \angle DBO) = \angle BKL$

То есть дуга, которую пролетел спутник, равна угловому диаметру Земли: он в 4 раза больше чем Лунной при наблюдении с Земли: $4r_1 = r_3 \approx R^\circ$.

3). Выразим h из соотношений III з-на Кеплера и

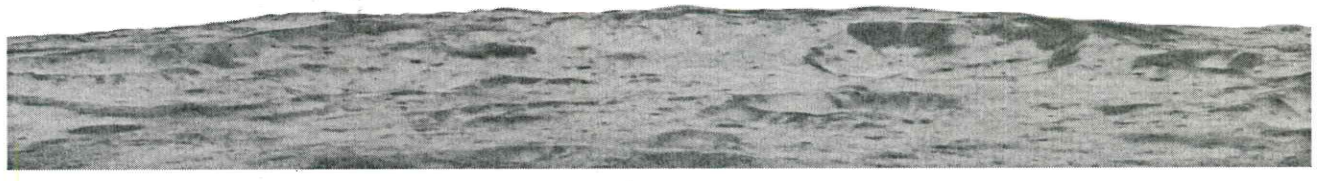
$$\omega = \frac{\Delta\psi}{t} = \frac{P_3}{t_B} = \frac{v_0}{R+h} = \sqrt{\frac{GM_L}{(R+h)^3}} \quad \text{3-ия Всемириная теорема}$$

где v_0 - круговая скорость спутника,
 t_B - время восхода Земли

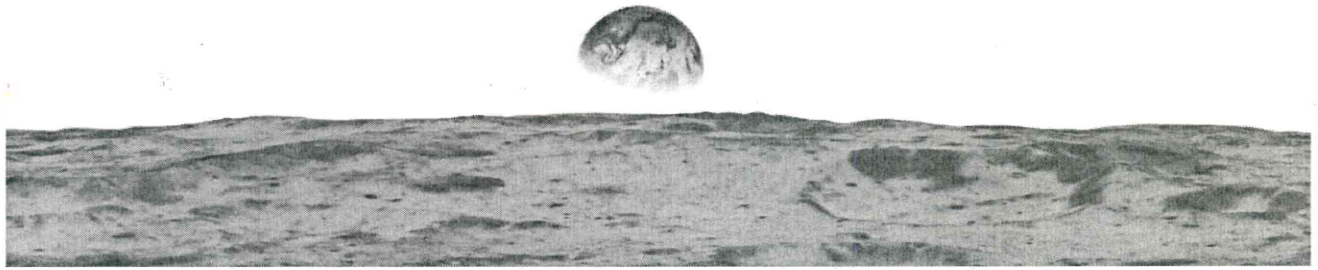
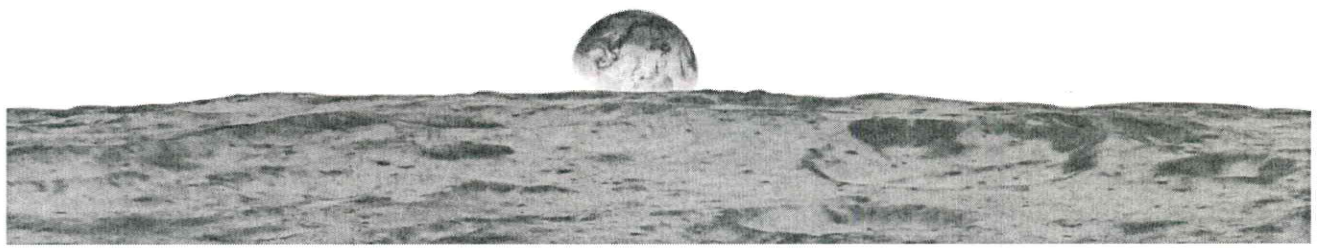
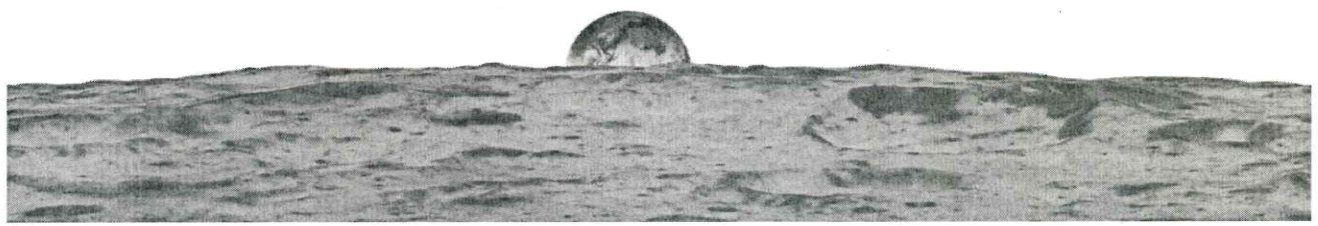
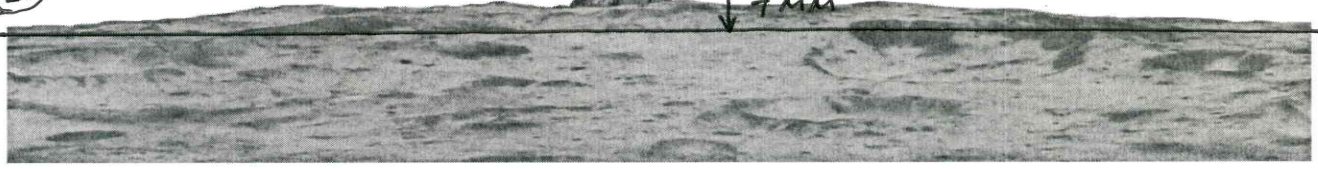
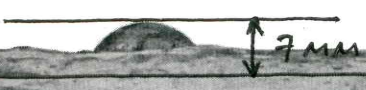
$$M_L = \frac{M_3}{31} \approx 7,4 \cdot 10^{22} \text{ (кг)}, \quad R = R_3/4 = 1600 \text{ (км)}$$

$$(R+h)^3 = \left(\frac{\omega^2}{GM_L} \right)^{-1} \Rightarrow h = \left(\sqrt[3]{\frac{\omega^2}{GM_L}} \right)^{-1} R = \left(\sqrt{\frac{\Delta\psi^2 P_3^2}{t_B^2 GM_L}} \right)^{-1} R$$

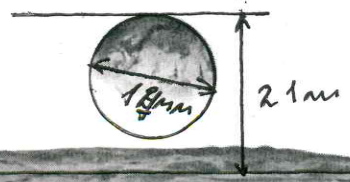
CTe-4



3.



4.



4). По предложенным фото определим угловую скорость вращения спутника

$$r_3 = 2^\circ \approx 17 \text{ км}$$

$\Delta\varphi = \frac{14}{17} \cdot 2^\circ = 1,6^\circ$ - за 14 мин = (21 км - 7 км) - изменили высоты верхнего края лунного диска за 32 с
(32 с = 8 с · 4 - разность во времени между (3) и (4)).

$$\omega = \frac{\Delta\varphi \cdot 3600}{206265 \cdot t} \approx 8,7 \cdot 10^{-4} \text{ (рад/с)}$$

$$\begin{aligned} 5). \quad h &= \sqrt[3]{\frac{GM_n}{\omega^2}} - R = \sqrt[3]{\frac{8,7^2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 74 \cdot 10^{22}}{8,7^2 \cdot 10^{-8}}} - 1,6 \cdot 10^6 = \\ &= \sqrt[3]{0,65 \cdot 10^{19}} - 1,6 \cdot 10^6 = \sqrt[3]{6,5 \cdot 10^6} - 1,6 \cdot 10^6 = (18,5 - 16) \cdot 10^6 = \\ & \quad 19^3 = 6859 \uparrow \\ & \quad 18^3 = 5832 \end{aligned} = 2,5 \cdot 10^5 \text{ (м)}$$

$$h = 250 \text{ (км)}$$

Ответ. 250 км

4). По предложенным фото определим время восхода Земли

$$p_3 = 2^\circ \sim 17 \text{ мин за } t_b$$

$$\Delta\varphi \sim (21 \text{ мин} - 7 \text{ мин}) = 14 \text{ мин} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{14}{17} 2^\circ \approx 1,6^\circ \text{ за } t = 4,8 \text{ с} = 32 -$$

время между фото (3) и (4), где высота верхнего края Земли над горизонтом 7 мин и 21 мин соответств.

$$\text{То есть } \frac{p_3}{t_b} = \frac{\Delta\varphi}{t} \approx 0,073 (\text{°/с}) = 262,8 (\text{"/с}) \approx 1,27 \cdot 10^{-3} (\text{рад/с}).$$

$$\text{Следовательно } h = \left(\sqrt[3]{\frac{\omega^2}{GM_n}} \right)^{-1} R = \left(\sqrt[3]{\frac{1,27^2 \cdot 10^{-6}}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,4 \cdot 10^{22}}} \right)^{-1} \cdot 16 \cdot 10^6 =$$
$$= \left(\sqrt[3]{\frac{1,6129}{6,67 \cdot 7,4 \cdot 10^{17}}} \right)^{-1} \cdot 16 \cdot 10^6 = \sqrt[3]{3} \cdot 10^6 - 1,6 \cdot 10^6.$$

В вычислениях закралась ошибка, но можно точно сказать, что спутник вращается на низкой околоземной орбите