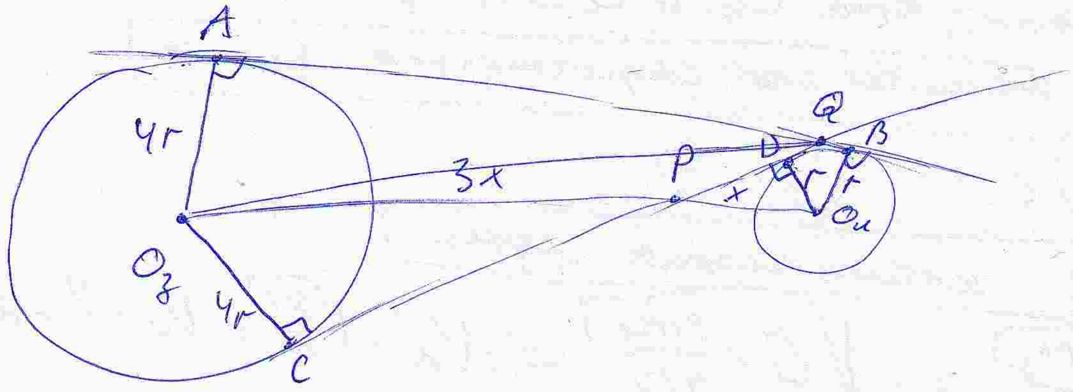
МАЙ-2 9 КЛАСС

① Посчитаем угол, который проходит спутник за 32 секунды (время за которое Земля полностью показывается из-за горизонта).




Пусть угол между прямыми AB и CD $\alpha$, тогда

$\angle AQO_з = \frac{\alpha}{2} = \angle CQO_з$

$CP = \sqrt{9x^2 - 16r^2}$

$PD = \sqrt{x^2 - r^2}$

$CQ = CP + PD + \underbrace{DQ}_{\text{маленькая длина (можно пренебречь)}} \approx CP + PD = \sqrt{9x^2 - 16r^2} + \sqrt{x^2 - r^2}$

$tg\frac{\alpha}{2} = \frac{4r}{CQ} = \frac{4r}{\sqrt{9x^2-16r^2} + \sqrt{x^2-r^2}}$ – число очень маленькое

значит можно сказать, что $tg\frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{\pi}{180}$

$\alpha \cdot \frac{\pi}{360} = tg\frac{\alpha}{2}$

$\alpha = \frac{tg\frac{\alpha}{2} \cdot 360}{\pi}$

$4r \approx 6400$ км $\quad r = 1600$ км $= 16 \cdot 10^2$ км

$3x \approx 360\,000$ км $\quad x \approx 120\,000$ км $= 12 \cdot 10^4$ км

$tg\frac{\alpha}{2} = \frac{6400}{\sqrt{9 \cdot 144 \cdot 10^8 - 16 \cdot 16^2 \cdot 10^4} + \sqrt{144 \cdot 10^8 - 16^2 \cdot 10^4}} =$

$= \frac{6400}{\sqrt{13 \cdot 10^{10}} + \sqrt{144 \cdot 10^8}} = \frac{6400}{3{,}5 \cdot 10^5 + 12 \cdot 10^4} = \frac{64 \cdot 10^2}{10^2 \cdot 10^4 \cdot 47} = \frac{64}{4700}$ ①

$\alpha = \frac{tg\frac{\alpha}{2} \cdot 360^\circ}{\pi} = \frac{64 \cdot \cancel{360}^{12}}{470\cancel{0} \cdot \cancel{3}} = \frac{64 \cdot 12}{470} = \frac{768}{470} \approx 1{,}5^\circ$ МАЙ-2

т.к. расстояние между Луной и Землей сильно больше их радиусов, то будем считать, что спутник прошел 1,5° по своей орбите

[ если считать, что $O_л$ и $O_з$ совпадают )

(7) $\boxed{V_з \text{ - первая космическая скорость на Земле}}$

$V_з \approx 8$ км/с

$\boxed{V_л \text{ - первая космическая луны}}$

$V_з = \sqrt{G \cdot \frac{M_з}{r_з}} = \sqrt{G \cdot \frac{81 M_л}{4 r_л}} = V_л \cdot \sqrt{\frac{81}{4}} = V_л \cdot \frac{9}{2} = 8$

$V_л = \frac{8 \cdot 2}{9} = \frac{16}{9} \approx 1{,}8$ км/с $\approx 2$ км/с

~~Если спутник луны очень близко к её ~~поверхности~~, то он двигался со скоростью ~~1,8~~ 2 км/с по орбите длинной $2\pi r_л = 6 \cdot 16 \cdot 10^2$ км $= 9600$ км~~

~~$\frac{9600 \text{ км}}{\cancel{1{,}8}\ 2 \text{ км/с}} \cdot \cancel{1{,}5^\circ} = \cancel{7200}$ 4800 с на оборот (т.е. 360°)~~

~~$\frac{\cancel{4800}^{84} \text{ с}}{\cancel{360}^{\cancel{6}\ 3}{}^\circ} \cdot 1{,}5 = \frac{40}{32} \cdot 1{,}5 = 20$ с~~ - слишком мало т.к должно получатся около 32 с

$\boxed{V_{л2} \text{ - скорость спутника}}$

МАЙ-2

$V_л = \sqrt{G\frac{M_л}{r_л}} \approx 2$ км/с

$M_л = \frac{4\cdot r_л}{G}$

$M_л = \frac{6400}{6\cdot 10^{-11}} = 10^{11}\cdot\frac{6400}{6} = 10^{14}$

$2^2$ $10^3$

Чтобы посчитать ~~...~~ за сколько времени спутник пройдет 1,5° на высоте h выведем формулу

$\frac{(r_л+h)\cdot 2\pi}{V_{л_2}}$ – за сколько он пройдет 360°

$\frac{(r_л+h)\cdot 2\pi\cdot 1{,}5^\circ}{V_{л_2}\cdot 360^\circ}$ – за сколько он пройдет 1,5°

По условию это 32 с.

$$\frac{(r_л+h)\cdot 2\pi\cdot 1{,}5^\circ}{V_{л_2}\cdot 360^\circ} = 32\text{ с.}$$

Пусть $r_л+h=x$, тогда $V_{л_2}=\sqrt{G\frac{M_л}{x}}$

$$\frac{x\cdot 2\pi\cdot 1{,}5^\circ}{\sqrt{G\frac{M_л}{x}}\cdot 360^\circ} = 32$$

Найдем $x$:

$$\frac{x^2\cdot 2^2\pi^{2\approx 9}\cdot 1{,}5^{2\approx 2}}{G\cdot\frac{M_л}{x}\cdot 360} = 32^2$$

$$\frac{x^3\cdot 4\cdot 9\cdot 2}{6\cdot 10^{-11}\cdot 10^{14}\cdot 36^2\cdot 10^2} = \cancel{10}\, 2^{10}$$

МАЙ-2

$$\frac{x^3 \cdot 36 \cdot 2}{3\,\cancel{6} \cdot 10^5 \cdot 36^2} = \cancel{10}\,2^{10}$$

$$x^3 = \cancel{2}^{10} \cdot 3 \cdot 10^5 \cdot \underbrace{36}_{2^2 \cdot 3^2}$$

$$x^3 = 3^3 \cdot 2^{12} \cdot 10^5$$

$$x = 3 \cdot 2^4 \cdot 10 \cdot \sqrt[3]{\underbrace{100}_{2^2\,5}}$$

$$x = 48 \cdot 5 \cdot 10$$

$$x = 2400 \text{ км} = r_Л + h$$

$\Leftrightarrow$ $1600 \text{ км} + h = 2400 \text{ км}$

$h = 800 \text{ км}$

Ответ: 800 км