XXVI Санкт-Петербургска олимпиада по Астрономия

Практически тур

03. III. 2019

Задача 1 Нека $\varphi(t) = \omega t + f(t)$

t[d]	$f(t)$[°]
500	25
1000	100
1500	230

$\left(\frac{1000}{500}\right)^2 = \frac{100}{25}$

$\left(\frac{1500}{500}\right)^2 \approx \frac{230}{25}$

$\Big\}$ $f(t) = \alpha t^2$, α е константа

$\alpha = \frac{f(t)}{t^2}$

t[d]	$f(t)$[°]	α[°·d^{-2}]
500	25	10^{-4}
750	60	$1{,}1 \cdot 10^{-4}$
1000	100	10^{-4}
1250	160	10^{-4}
1500	230	10^{-4}

$\alpha \approx 10^{-4}$

Ако на астероида действа постоянен въртящ момент, то

$\varphi(t) = \omega t + \frac{\ddot{\varphi} t^2}{2} \Rightarrow \frac{\ddot{\varphi}}{2} = \alpha \Rightarrow \ddot{\varphi} = 2\alpha \approx 2 \cdot 10^{-4}$ °/d^2

$\Rightarrow$ Астероидът има ъглово ускорение $2 \cdot 10^{-4}$ °·d^{-2}

$\Leftarrow$ На астероида действа постоянен въртящ момент, най-вероятно предизвикан от изпускане на газ. Началото на това изпускане е $\frac{2}{3}$ около 27 ноем, защото там е върхът на параболата.

Задача 2) От неравностите по хоризонта се вижда, че ~~от~~ равнината Земята е в равнината на орбитата на спътника (при тези снимки спътникът се движи към Земята)

Между втората и последната снимка Земята се е преместила с 1,35 cm, а собственият ѝ диаметър е 1,6 cm

От Земята ъгловият размер на Луната

$\delta_{\mathbb{C}} = 0,5 \Rightarrow$ От Луната ъгловият размер на Земята

$\delta_{\oplus} = \delta_{\mathbb{C}} \frac{R_{\oplus}}{R_{\mathbb{C}}} \approx 2^{\circ}$

$\Rightarrow$ 1,6 cm $\rightarrow 2^{\circ}$

0,8 cm $\rightarrow 1^{\circ}$

$\Rightarrow$ Земята се е изместила на $\frac{1,35}{0,8} \approx 1,7$ за 32 s, времето между втората и последната снимка.

Ъгловата скорост на спътника около Луната

$\omega_{сп} = \frac{1^{\circ},7}{32s} = 1,7 \frac{3600}{32} {}^{\circ}/_{h} \approx 1,7 \cdot 15 \cdot 12 {}^{\circ}/_{d}$

Ъгловата скорост на Луната около Земята

$\omega_{л} = \frac{360^{\circ}}{27,3} {}^{\circ}/_{d} \approx \frac{40}{3} {}^{\circ}/_{d}$

$\omega_{л}^2 r_{зл} = \frac{\gamma M_{\oplus}}{r_{зл}^2} \Rightarrow \omega_{л}^2 = \frac{\gamma M_{\oplus}}{r_{зл}^3}$

$\omega_{сп}^2 r_{сп} = \frac{\gamma M_{л}}{r_{зл}^2} = \frac{\gamma M_{\oplus}}{81 r_{сп}^2} \Rightarrow \omega_{сп}^2 = \frac{\gamma M_{\oplus}}{81 r_{сп}^3}$

$$81 \cdot \left(\frac{R_{cm}}{R_{31}}\right)^3 = \left(\frac{\omega_1}{\omega_{cm}}\right)^2$$

$$\left(\frac{\frac{R_{cm}}{R_\oplus}}{\frac{R_{31}}{R_\oplus}}\right)^3 = \frac{1}{81}\left(\frac{\omega_1}{\omega_{cm}}\right)^2 \qquad \frac{R_{31}}{R_\oplus} \approx 60$$

$$\Rightarrow \left(\frac{R_{cm}}{R_\oplus}\right)^3 = \frac{60^3}{81}\left(\frac{\omega_1}{\omega_{cm}}\right)^2$$

$$\frac{R_{cm}}{R_\oplus} \cdot \frac{R_{cm}}{R_\oplus} = \frac{R_{cm}^4}{R_\oplus} \approx \frac{29.2}{27}$$

$$\Rightarrow \frac{R_\oplus + h}{R_\oplus} = \frac{29.2}{27}$$

$$\Rightarrow h \approx \frac{2.2}{27} \cdot R_\oplus \approx 8.1\% R_\oplus \approx 2\% R_\oplus = \frac{6371\,km}{50} \approx 120\,km$$

$h \approx 120\,km$

ZEPHOBA

$\varphi = \omega t + \alpha t^2$

~~$\frac{230}{50} \cdot \frac{23}{5} = 4,4$~~

$\frac{230}{25} \cdot \frac{230 \cdot 4}{100} = \frac{23}{10} \cdot 4 \cdot 9,2$

1,35 cm за 32 s

0,8 cm → 1° $13,5 : 8 \approx 1,7$

$\sim 1,7°$ за 32 s

$\omega_{cm} = \frac{1,7}{32}\,°/s = \frac{1,7 \cdot 60}{32} = \frac{1,7 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5}{2^5} = \frac{1,7 \cdot 15}{2^3}\,°/min$

$= \frac{1,7 \cdot 15^2}{2}\,°/h = 1,7 \cdot 15^2 \cdot 12\,°/d$

$\omega_1 = \frac{40}{3}\,°/d$

$\omega_1^2 R_1 = \frac{\gamma M_\oplus}{R_1^2}$ $\omega_1^2 = \frac{\gamma M_\oplus}{R_1^3}$

$\omega_{cm}^2 R_{cm} = \frac{\gamma M_\oplus}{81 R_{cm}^2} \Rightarrow \omega_{cm}^2 = \frac{\gamma M_\oplus}{81 R_{cm}^3}$

$\left(\frac{\omega_{cm}}{\omega_1}\right)^2 = \frac{R_1^3}{81 R_{cm}^3}$ $R_{cm}^3 = \frac{R_1^3}{81} \cdot \left(\frac{\omega_1}{\omega_{cm}}\right)^2$

$\left(\frac{R_{cm}}{R_3}\right)^3 = \frac{60^3}{81} \cdot \left(\frac{40}{3 \cdot 1,7 \cdot 15^2 \cdot 12}\right)^2$

$\left(\frac{R_{cm}}{R_3}\right)^3 = \frac{(3 \cdot 2^2 \cdot 5)^3}{3^4} \cdot \left(\frac{5 \cdot 2^3}{3 \cdot 1,7 \cdot 5^2 \cdot 5^2 \cdot 2^2 \cdot 3}\right)^2$

$$\left(\frac{R_{cm}}{R_S}\right)^3 = \frac{(3\cdot 2^2\cdot 5)^3}{3^4}\cdot\left(\frac{5\cdot 2^3}{3^4\cdot 5^2\cdot 2^2\cdot 1{,}7}\right)^2 = \frac{3^3 2^6 5^3}{3^4}\cdot\frac{5^2\cdot 2^6}{3^8\cdot 5^4\cdot 2^4\cdot 1{,}7^2}$$

$$= 2^8\cdot 3^{-9}\cdot 5\cdot (1{,}7)^{-2}$$

$$\left(\frac{R_{cm}}{R_S}\right)^3 = \frac{2^8}{3^5}\,5\,(1{,}7)^{-2}$$

$$\frac{R_{cm}}{R_S} = \frac{2^2}{3^3}\sqrt[3]{\frac{5}{1{,}7^2}} \qquad \frac{2^2}{3^3}\sqrt[3]{\frac{20}{1{,}7^2}} = \frac{4}{27}\cdot\sqrt[3]{6{,}7} \approx \frac{4\cdot 1{,}7}{27}$$

$$\frac{R_{cm}}{R_1} \approx \frac{16\cdot 1{,}7}{27} \approx \frac{29{,}2}{27}$$

$$h = \frac{2{,}2}{27}R_1 \approx \frac{1}{12}R_1$$

16·17
132
16
292

220 : 27 = 8,1
216
40

~~2500~~
2
75·75
375
525
5625

64
64250

ZEPHOBA

1)

2,3 cm → 3,65 cm за 32 s

2° → 16 mm

1° → 8 mm

⇒ изместване за 1 s: $\left(\frac{1,35}{0,8}\right)^\circ = \left(\frac{13,5}{8}\right)^\circ \approx 1,68^\circ$

$138 : 80 = 1,68$

$= \frac{5}{B} \cdot 5,8 \cdot 30 \cdot 24 \, ^\circ/\text{d} = 25 \cdot 30 \, 24 =$

$\omega = \frac{1,68}{8} \, ^\circ/\text{s} = 1,68 \cdot \frac{60}{8} \, ^\circ/\text{min} = 1,68 \cdot \frac{15}{2} \, ^\circ/\text{h} = 1,68 \cdot 15 \cdot 30 \, ^\circ/\text{d} = 168 \cdot 15 \cdot 30 \cdot 24 \, ^\circ/\text{d}$

$\omega^2 R = \frac{\gamma M_1}{R^2}$ $\quad R^3 = \frac{\gamma \cdot M_1}{\omega^2} = \gamma \frac{M_2}{64} \cdot \frac{1}{\omega^2}$

$R^3 = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(1,68)^2} \cdot 64 = 10^{13} \cdot \frac{64 \cdot 6,67}{(1,68)^2}$

$\approx 10^{13} \cdot 128 \cdot 6,67 = 10^{13} \cdot 2^7 \cdot 2 \cdot 3 = 10^{13} \cdot 2^8 \cdot 3$

$R = 10^4 \cdot 2^2 \cdot \sqrt[3]{4 \cdot 10 \cdot 3} = 4 \cdot \sqrt[3]{120} \cdot 10^4 \, \text{m} = 4 \cdot \sqrt[3]{120} \cdot 10 \, \text{km}$

$R_\text{з} = \frac{6371}{4} = 1600 \, \text{km}$

$\omega_\text{з} = \frac{360}{27,3} \, ^\circ/\text{d} = \frac{40}{3} \, ^\circ/\text{d}$

$360 : 27 =$ $\quad 36 : 27 = 1,33(3)$

$\frac{27}{90}$

$\frac{81}{9}$

$\left(\frac{R_3}{4}+h\right)^3$ $\omega_{cn}^2\left(\frac{R_3}{4}+h\right) = \frac{\gamma M_\oplus}{\left(\frac{R_3}{4}+h\right)^2}$

$\left(\frac{R_3}{4}+h\right)^3 = \frac{\gamma M_\oplus}{81\omega_{cn}^2}$

$R_1^3 = \frac{\gamma M_3}{\omega_1^2}$

$\frac{\left(\frac{R_3}{4}+h\right)^3}{R_1^3} = \left(\frac{\omega_1}{\omega_{cn}}\right)^2$

$\frac{R_1^3}{\left(\frac{R_3}{4}+h\right)^3} = \left(\frac{\omega_{cn}}{\omega_1}\right)^2$ $\frac{R_1^3}{\left(\frac{R_3}{4}\right)^3\left(1+3\cdot\frac{4h}{R_3}\right)} = \left(\frac{\omega_{cn}}{\omega_1}\right)^2$

$64\left(\frac{R_1}{R_3}\right)^3\cdot\left(\frac{\omega_1}{\omega_{cn}}\right)^2 = \left(1+\frac{12h}{R_3}\right)$

$64\cdot 60^3\cdot\left(\frac{40}{3\cdot 25\cdot 30\cdot 24}\right)^2 = 1+\frac{12h}{R_3}$

$\frac{64\cdot 6^3\cdot 10^3\cdot 16\cdot 10^4}{3\cdot 25\cdot 3\cdot 10\cdot 24^1} = 10^4\cdot\frac{64\cdot 6^3\cdot 16}{5\cdot 25\cdot 24} = 10^4\cdot\frac{2^6\cdot 2^3\cdot 3^3\cdot 2^4}{3^1\cdot 5^2\cdot 3\cdot 2^3}$

$\frac{\left(\frac{R_1}{R_3}\right)^3}{\left(\frac{1}{4}+\frac{h}{R_3}\right)^3} = \left(\frac{25\cdot 30\cdot 24\cdot 3}{40}\right)^2$ $\left(\frac{1}{4}+\frac{h}{R_3}\right)^3 \approx \frac{1}{10}$

$\frac{60^3\cdot 40^2}{(25\cdot 30\cdot 24\cdot 3)^2} = \left(\frac{1}{4}+\frac{h}{R_3}\right)^3$

$10^5\cdot\frac{6^3\cdot 4^2}{(5^1\cdot 3\cdot 2^3\cdot 3\cdot 3\cdot 10)^2} = 10^3\,\frac{6^3 4^2}{5^4\cdot 3^4\cdot 2^6} = \frac{3^3\cdot 2^3\cdot 2^4\cdot 10^3}{5^4\cdot 3^4\cdot 2^6} = \frac{2\cdot 10^3}{5^4\cdot 3^3} = \frac{2\cdot 2^3\cdot 5^3}{5^4\cdot 3^3}$

$= \frac{16}{5\cdot 27}$

$\approx \frac{1}{10}$