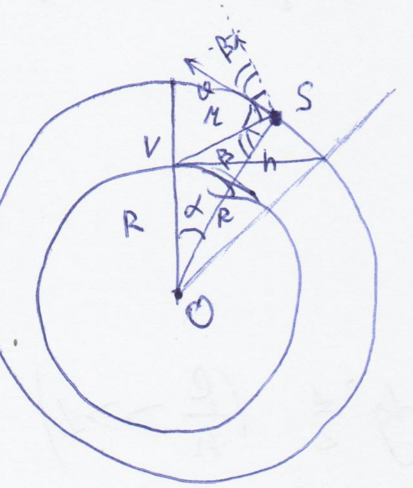
186

(1) Максимальная видимая угловая скорость ИСЗ будет, когда тангенциальная скорость спутника максимальна и расстояние от точки наблюдения до него минимально. Т.е. он должен находиться в зените

$\omega_{max} = \frac{v}{h}$ (далее ω – вид. угл. скорость; Ω – угловая скорость ИСЗ на орбите)



В произвольный момент времени вид. угловая скорость спутника равна

$$\omega = \frac{v\cos\beta}{r}$$

По т. косинусов из ΔOVS:

$$r^2 = R^2 + (R+h)^2 - 2R(R+h)\cos\alpha$$

$$r^2 = 2R^2 + 2Rh + \cancel{h^2} - 2R^2\cos\alpha - 2Rh\cos\alpha$$ (пренебрегаем h^2)

$$r^2 \approx 2R^2(1-\cos\alpha) + 2Rh(1-\cos\alpha)$$

$$r^2 \approx (1-\cos\alpha)\cdot(2R^2+2Rh)$$

$$r^2 \approx 4\sin^2\frac{\alpha}{2}\cdot(R^2+Rh)$$ (пренебрежем слагаемым Rh)

$$r \approx 2R\sin\frac{\alpha}{2}$$

~~Тогда~~ Из этого же треугольника по т. синусов получим

$$\frac{\sin\beta}{R} = \frac{\sin\alpha}{r}; \quad \sin\beta = \frac{\sin\alpha}{2\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{1-\cos^2\alpha}{1-\cos\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1+\cos\alpha} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\cdot\cos\frac{\alpha}{2} = \cos\frac{\alpha}{2}$$

$$\cancel{\cos\beta = \sqrt{1-\cos^2\frac{\alpha}{2}} = \sqrt{1-\frac{1+\cos\alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}}$$

$$\cos\beta = \sqrt{1-\cos^2\frac{\alpha}{2}} = \sqrt{1-1+\sin^2\frac{\alpha}{2}} = \sin\frac{\alpha}{2}$$

Очевидно что мы получили что-то очень странное...

Видимо пренебрежение слагаемым Rh было лишним

$$r \approx 2\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{R^2+Rh}$$

$$\frac{\sin\beta}{R} = \frac{\sin\alpha}{r}; \quad \frac{R}{\sqrt{R^2+Rh}}\cos\frac{\alpha}{2} = \sin\beta \Rightarrow \cos\beta = \sqrt{1-\frac{R^2}{R^2+Rh}\cos^2\frac{\alpha}{2}} = \sqrt{1-\frac{R}{R+h}\cos^2\frac{\alpha}{2}} =$$

$$= \sqrt{1-\frac{R}{R+h}+\frac{R}{R+h}\sin^2\frac{\alpha}{2}} \approx \sqrt{\frac{h}{R}+\sin^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$\cancel{\omega = \frac{v\sqrt{1-\frac{R}{R+h}\sin^2\frac{\alpha}{2}}}{2\sqrt{R^2+hR}\sin\frac{\alpha}{2}}} =$$

$$\omega = \frac{v\sqrt{\frac{h}{R}+\sin^2\frac{\alpha}{2}}}{2\sqrt{R^2+hR}\sin\frac{\alpha}{2}} = \cancel{\frac{v}{2}\sqrt{\ }}$$

$$\omega = \frac{\upsilon \sqrt{\frac{h+R\sin^2\frac{\alpha}{2}}{R+h}}}{2\sqrt{R}\sqrt{R+h}\,\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{\upsilon}{2}\sqrt{\frac{h+R\sin^2\frac{\alpha}{2}}{(R+h)^2\cdot R\sin^2\frac{\alpha}{2}}} = \frac{\upsilon}{2(R+h)}\sqrt{\frac{h}{R\sin^2\frac{\alpha}{2}}+1}$$

$$\omega = \frac{\omega_{max}}{2} \qquad \frac{1}{\sin^2\frac{\alpha}{2}} = 1+ctg^2\frac{\alpha}{2}$$

$$\cancel{\omega =} \frac{\upsilon}{2h} = \frac{\upsilon}{2(R+h)}\sqrt{\frac{h}{R\sin^2\frac{\alpha}{2}}+1}$$

$$\left(\frac{R+h}{h}\right)^2 = \frac{h}{R}\left(1+ctg^2\frac{\alpha}{2}\right)+1$$

$$\Omega = \sqrt{GM(R+h)} \approx \sqrt{7\cdot10^{-11}\cdot6\cdot10^{24}\cdot6{,}6\cdot10^{6}} = 5\cdot10^{10}\,c^{-1}$$

$$\left(\left(\frac{R}{h}+1\right)^2-1\right)\frac{R}{h}-1 = ctg^2\frac{\alpha}{2} \qquad \left(\frac{R}{h}>>1\right)$$

$$2^{15}$$

$$\left(\frac{R}{h}\right)^3-1 = ctg^2\frac{\alpha}{2}$$

$$ctg^2\frac{\alpha}{2} \approx \left(\frac{R}{h}\right)^3$$

$$tg^2\frac{\alpha}{2} \approx \frac{1}{2^{15}} \qquad \alpha = \Omega t$$

$$\frac{\alpha}{2} \approx \frac{1}{2^{15}}$$

$$t = \frac{1}{2^{14}\cdot\Omega}$$ Очень мало...

(5) По ф-ле Циолковского:

$$\Delta v = v_0 \ln\frac{m_0}{m} = 4500\cdot\ln\frac{7{,}4}{1} = 9000 \text{ м/с}$$

уд. импульс

$7{,}4 \approx e^2$

(6) Орбита геостационарного спутника лежит в пл-ти экватора и его период равен периоду обращения Земли вокруг оси. Его скорость равна:

$$v = \frac{2\pi a}{T} = 2\cdot3\cdot\frac{4{,}3\cdot10^7 \text{ м}}{86400 \text{ с}} = \frac{6\cdot4{,}3}{8{,}64}\cdot10^3\,\frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{25{,}8}{8{,}64}\cdot10^3\,\frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 4\cdot10^3\,\frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 4 \text{ км/с}$$

$$a = a_{☽}\left(\frac{1}{27}\right)^{2/3} \approx a_{☽}\cdot\frac{1}{9} = \frac{385000}{9} \approx 43000 \text{ км}$$

(7) Получается что аппарат достигнет скорости около 13 км/с, если включит двигатель один раз и сразу потратит все топливо ~~(двигатель включит в момент, когда он находится на противоположной Солнцу стороне)~~

$$\cancel{g' = \frac{GM}{(a+R)^2} = \frac{7\cdot10^{-11}\cdot6\cdot10^{24}}{25\cdot10^{14} \text{ м}} \approx \frac{42}{25}\cdot10^{-1}\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}}$$

~~g' – уск. своб. Солнцем на расст. a~~

Аппарат покинет Солн. систему, если его скорость будет больше, чем

$$v = \sqrt{\frac{2GM_{☉}}{a_{⊕}}} = \sqrt{\frac{2\cdot7\cdot10^{-11}\cdot2\cdot10^{30}}{1{,}5\cdot10^{11}}} = \sqrt{\frac{25{,}4}{1{,}5}}\cdot10^4\,\frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 20 \text{ км/с}$$

Максимальная скорость аппарата около 13 км/с, что значительно меньше, чем требуется для того, чтобы покинуть Солнечную систему. Но это притом условии, что аппарат сразу же израсходует все топливо.

Есть другой вариант полета: можно по Гомановской орбите долететь до Юпитера, там, совершив грав. маневр, ~~разогн.~~ и потратив оставшееся топливо улететь ~~из~~ (или всё-таки не улететь) из Солнечной Системы.

3

$a_г = \frac{5,2+1}{2} = 3,1$ а.е.

$r_п = 1 = 3,1(1-e)$

$e = 1 - \frac{1}{3,1} = \frac{21}{31}$

$$v_п = \sqrt{\frac{GM_\odot}{a_г}} \cdot \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} = \sqrt{\frac{7\cdot10^{30}\cdot2\cdot10^{-11}}{3,1\cdot1,5\cdot10^{11}}}\sqrt{5,2} =$$

$$= \sqrt{\frac{14}{3,1\cdot1,5}}\sqrt{10^{8}} \cdot \sqrt{5,2} = 10^{4} \cdot \sqrt{\frac{5,2\cdot14}{3,1\cdot1,5}} = 10^4\sqrt{\frac{78}{4,5}} =$$

$$\frac{e+1}{1-e} = \frac{52}{10}$$

$$= 10^4 \cdot \sqrt{10,7} \simeq 3\cdot10^4 \text{ м/с} \approx 30 \frac{км}{с}$$

скорость, кот. нужно развить вперед, чтобы долететь до Юпитера по орбите Гомана

До Юпитера долететь не получится.

Если мы полетим к Солнцу то потом мы точно от него не улетим.

Значит, у него не получится покинуть солнечную систему с таким маленьким запасом топлива.

③ Для нахождения большой полуоси спутника, сравним его с Луной

$$a = a_D\left(\frac{T}{T_D}\right)^{2/3} \approx a_D\left(\frac{1}{270}\right)^{2/3} \approx \frac{1}{36} a_D \approx 10700 \text{ км}$$

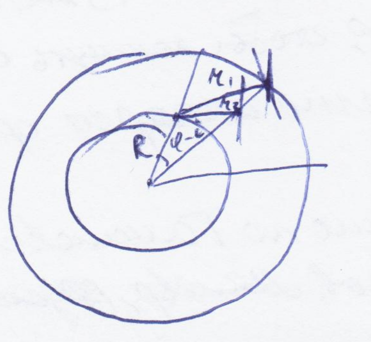
(т.к. $134^m \approx 0,1^d$)

~~384000~~

$r_п = a(1-e) \approx 0,8a \approx$ ~~8600~~ 8500 км

$r_a = a(1+e) \simeq 1,2a \approx 12900$ км

$\varphi - i = 60° - 34°,2 \approx 25°,8$



$$E = \frac{L}{4\pi r^2} = \frac{L_\odot}{4\pi a_\oplus^2} \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{1}{4\pi r^2} =$$

$$= \frac{L_\odot D^2}{64 a_\oplus^2 \pi r^2}$$

$r_1^2 = R^2 + r_a^2 - 2Rr_a\cos 25°,8$

$r_2^2 = R^2 + r_п^2 - 2Rr_п\cos 25°,8$

186

$$\frac{E_\alpha}{E_\pi} = \left(\frac{r_\pi}{r_\alpha}\right)^2 = \frac{R^2 + r_\pi^2 - 2Rr_\pi \cos 25{,}8^\circ}{R^2 + r_\alpha^2 - 2Rr_\alpha \cos 25{,}8^\circ} = \frac{6{,}4^2\cdot 10^6 + 8{,}5^2\cdot 10^6 - 2\cdot 6{,}4\cdot 8{,}5\cdot 10^6\cdot 0{,}9}{6{,}4^2\cdot 10^6 + 12{,}9^2\cdot 10^6 - 2\cdot 6{,}4\cdot 12{,}9\cdot 10^6\cdot 0{,}9}$$

$$\cos 25{,}8^\circ = \cos(30^\circ - 4{,}2^\circ) = \cos 30^\circ \cos\frac{4{,}2}{58} + \sin 30^\circ \sin\frac{4{,}2}{58} \approx \cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 0{,}072 +}$$

$$\cancel{+\sin 30^\circ = 0{,}86\cdot 0{,}072 + 0{,}5 = 8{,}6\cdot 7{,}2\cdot 10^{-3} + 0{,}5 = 0{,}062 + 0{,}5 \approx 0{,}562.}$$

$$\approx \frac{\sqrt{3}}{2} + 0{,}5\cdot 0{,}072 \approx 0{,}86 + 0{,}036 \approx 0{,}9$$

$$\approx \frac{41 + 72 - 100}{41 + 169 - 150} \approx \frac{13}{60} \approx 0{,}25$$

$m_\alpha - m_\pi = -2{,}5 \lg 0{,}25$

$m_\pi - m_\alpha = -2{,}5 \lg 4$ $\qquad \lg 2{,}512 \approx \frac{2}{5}$

$m_\pi - m_\alpha \approx -2{,}5\cdot 0{,}6$ $\qquad \lg 4 \approx 0{,}6$

$m_\pi - m_\alpha = -1{,}5.$

Это происходит, если мы не учитываем поглощение атмосферы. Спутники находятся на разных высотах в перигее и апогее.

$$\frac{\sin(h_\alpha + 90^\circ)}{r_\alpha} = \frac{\sin(\varphi - i)}{r_z}$$

$$\frac{\sin(h_\pi + 90^\circ)}{r_\pi} = \frac{\sin(\varphi - i)}{r_z}$$

Слишком много надо считать, а времени осталось слишком мало

Мне кажется, что учет поглощение атмосферы несильно повлияет на ответ. Но вблизи спутник находится у горизонта, там поглощение сильнее, чем на других высотах

~~Однако более важное свет от спутника проходит большее расстояние, чем в перигее => поглощение больше~~

Еще роль может сыграть фазовый эффект, но учитывать его сложнее

5

Вообще, ~~...~~ Петербург не лучший город для наблюдения...

~~Иди так, создаваемая спутником.~~

А так получаем, что в перигее спутник явно видем ярче, чем в апогее => его лучше видно(%

4) $n \approx 20T^3$ $n \approx 2\cdot10^7 T^3$ $[м^{-3}]$ $см^{-3} = \frac{1}{см^3} = \frac{1}{м^3\cdot10^{-6}} = 10^6 \frac{1}{м^3}$

В Галактике ~ 10^{11} звезд. Они примерно похожи на наше Солнце. R галактики $\approx 7{,}5$ пк, $h \approx 1$ пк

~~$V_{галактики} = \pi R^2 h \approx 3\cdot 7{,}5^2\cdot 1 \approx 170$ пк^3~~

$V_{галактики} = \pi R^2 h \approx 170$ пк^3 $= 1{,}7\cdot10^2\cdot 27\cdot10^{48} = \approx 10^{50}$ м^3

$M_r = -21^m \Rightarrow L \approx 10^{11} L_\odot$

Примем Галактику за АЧТ. Тогда для нее справедлив з-н Стефана-Больцмана

$2\cdot10^5$ а.е. $= 3\cdot10^{16}$

т.к. излучается с пов-ти цил.

$L = (2\pi R^2 + 2\pi R h)\sigma T^4$

$10^{11}\cdot 4\pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4 = 2\pi(R^2+Rh)\sigma T^4$

$\frac{10^{11}\cdot 2R_\odot^2}{R^2+Rh}\cdot T_\odot^4 = T^4$

$\frac{10^{11}\cdot 2\cdot 49\cdot 10^{16}}{(3\cdot10^{16})^2\cdot 7{,}5^2 + 7{,}5\cdot 3\cdot10^{16}} = \frac{10^{13}}{3\cdot60+22{,}5} \approx 10^{11}$

$T^4 \approx 10^{11} T_\odot^4$

$T \approx T_\odot \sqrt[4]{10^3}\cdot10^2 \approx 5800\cdot\sqrt[4]{1000}\cdot10^2 = 5{,}8\cdot10^5\cdot10^{3/4} \approx 10^6$ K

$n \approx 2\cdot10^7\cdot10^{18} \approx 2\cdot10^{25}$ м$^{-3}$

$N = V\cdot n \approx 10^{75}$ фотонов.

6

186

(2) ~~[illegible]~~ $\alpha = 1{,}22 \cdot \frac{5{,}5 \cdot 10^{-7} м}{6 \cdot 10^{-2} м} \approx 10^{-5}$ рад – угл. разрешение рефрактора Мессье

Нужно как-то получить зависимость $N(m)$ – кол-ва галактик от их вид. зв величины

Пусть работает т. Зеемана или как его там.

$N(m+1) = N(m) \cdot 4$

$N(11) = 28$

$m_т - m_г = -5 \lg \frac{D_г}{D_т}$

$m_т = m_г + 5 \lg \frac{D_т}{D_г} =$

$= 6^m + 5 \lg 10 \approx 11^m$ – такую зв. величину мог наблюдать Мессье

Соврем. опт. телескоп с диаметром, на порядок выше, чем был у Мессье

$m_т = 16^m$

$N(x) = 28 \cdot 4^5 \approx 10^5$ галактик

7