№ 3

Дано:
17 марта
$e = 0{,}184$
$T = 134^m$
$i = 34{,}2^\circ$ $A = 1$
Когда лучше видно спутник?

Решение:
1. Найдем большую полуось a спутника по 3 з. Кеплера

$$\left(\frac{a_Л}{a}\right)^3 = \left(\frac{T_Л}{T}\right)^2 \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{a_Л^3 \cdot T^2}{T_Л^2}} \Rightarrow a = a_Л \cdot \sqrt[3]{\frac{T^2}{T_Л^2}}$$

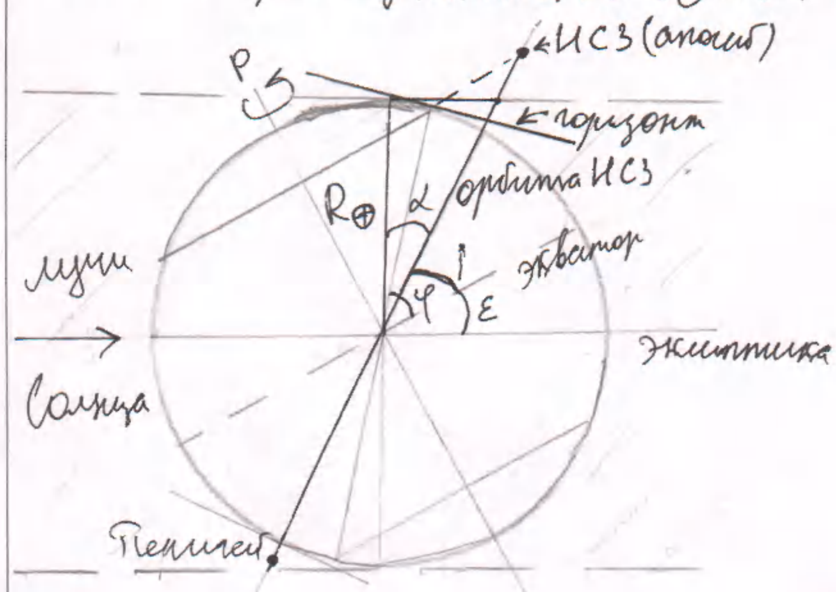
$T_Л = 27{,}3^d \approx 650^h$
$T = 134^m \approx 2{,}2^h$
$a_Л \approx 3{,}8 \cdot 10^5$ км

$$\Rightarrow a = 3{,}8 \cdot 10^5 \cdot \sqrt[3]{\frac{4{,}8}{420000}} \Rightarrow a = 3{,}8 \cdot 10^5 \cdot \sqrt[3]{\frac{1{,}1}{100000}}$$

$$a = 3{,}8 \cdot 10^5 \cdot \frac{1}{10} \cdot \sqrt[3]{\frac{1{,}1}{10}} \approx 38000 \sqrt[3]{\frac{1}{100}}$$

$$a = 38000 \cdot \frac{1}{4{,}5} \approx 8500 \text{ км}$$

17 марта означает, что запуск был сделан вблизи дня весеннего равноденствия $\Rightarrow \delta_\odot \approx 0^\circ$. Широта Петербурга $\varphi = 60^\circ$



$r_П = a(1-e) = 8500(1-0{,}184)$

$r_A = a(1+e) = 8500(1+0{,}184)$

$r_П \approx 6800$ км

$r_A \approx 10200$ км

Спутник будет хорошо видно, только если он освещен Солнцем. Заштрихованная область – область возможной тени Земли.

Определим, будет ли ИСЗ вылетать из этой области, находясь в перигее своей орбиты. Для этого $r_П > \frac{R_\oplus}{\cos\alpha}$, где $\alpha = 90 - (i+\varepsilon)$

$r_П > \frac{6400}{\cos 32{,}3} \approx \frac{6400}{\cos 30} \approx \frac{6400 \cdot 10}{8} \approx 8000$ км. Заметим, что $8000 > 6800 \Rightarrow$ в момент наблюдений (ночью) ИСЗ будет в тени Земли и на него не будет попадать свет. Заметим также, что $r_A > 8000$, значит в афелии орбиты спутник будет освещён

(2) KA3-12

Найдем $m_и$ ИСЗ. $E_и = \dfrac{\dfrac{L_\odot}{4\pi r_\odot^2} \cdot 2\pi\left(\dfrac{D}{2}\right)^2 \cdot A}{2\pi r_и^2}$, $E_\odot = \dfrac{L_\odot}{4\pi r_\odot^2}$

$$m_и - m_\odot = -2{,}5 \lg \frac{E_и}{E_\odot} = \frac{\frac{L_\odot}{4\pi r_\odot^2} \cdot 2\pi R^2 \cdot A \frac{1}{2\pi r^2}}{\frac{L_\odot}{4\pi r_\odot^2}} = -2{,}5 \lg \frac{R^2 \cdot A}{r_и^2},\ A=1$$

$$m_и = m_\odot - 2{,}5 \lg \frac{R^2}{r_и^2} = -26{,}8^m - 5 \lg \frac{R}{r_и} = \cancel{-26{,}8 + 5\lg} =$$

$R = 0{,}08$ см, $r_и = r_A = 10200$ км $\qquad = -26{,}8 - 5 \lg \dfrac{0{,}08}{10200}$

$$m_и = -26{,}8^m - 5\lg 10^{-5} = -26{,}8 + 25 \Rightarrow m_и \approx -1{,}8^m.$$

Блеск, достаточно яркий чтобы видеть ИСЗ днем, однако это сделать проще ~~сделать~~ ночью, когда ИСЗ находится в апогее своей орбиты и над горизонтом.

Ответ: в апогее, $m_и \approx -1{,}8^m$

№4

Дано	Решение
$n \approx 20T^3$	
Найти: N - ?	

Решение

Звезды в галактике находятся очень очень далеко друг от друга относительно своего размера. Пространство между ними можно считать вакуумом. Самая низкая температура во Вселенной составляет 2,7 K - температура реликтового фона. Однако для оценки температуры в галактике, с учетом свечения $\approx 10^{11}$ звезд примем эту температуру, как в два раза большую, тогда.

$T = 2 \cdot 2{,}7 \approx 6$ K, $\quad n = 20 \cdot 216 \approx 4000$ см$^{-3}$ $= 4 \cdot 10^9$ м$^{-3}$

$n = \dfrac{N}{V}$. Так как звезды светят во все стороны равномерно будем считать объем галактики как $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, где R - примем за R Млечного пути, т.е. $R = 15000$ пк, тогда.

$V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot (15000 \cdot 206265 \cdot 150 \cdot 10^9)^3 \, м^3 = 4 \cdot (4{,}5 \cdot 10^{20} м)^3 = 4 \cdot 10^{60} \cdot 91 \, м^3$

КАЗ-12

$V = 3{,}6 \cdot 10^{61} м^3$, $n = 4 \cdot 10^9 м^{-3}$, $N = nV$

$N = 4 \cdot 10^9 \cdot 3{,}6 \cdot 10^{61} = 1{,}4 \cdot 10^{71}$

Ответ: $N \approx 1{,}4 \cdot 10^{71}$

учитывая, что число атомов в Видимой Вселенной $\simeq 10^{80}$, ответ $N \approx 10^{71}$ более менее правдоподобен

№ 1

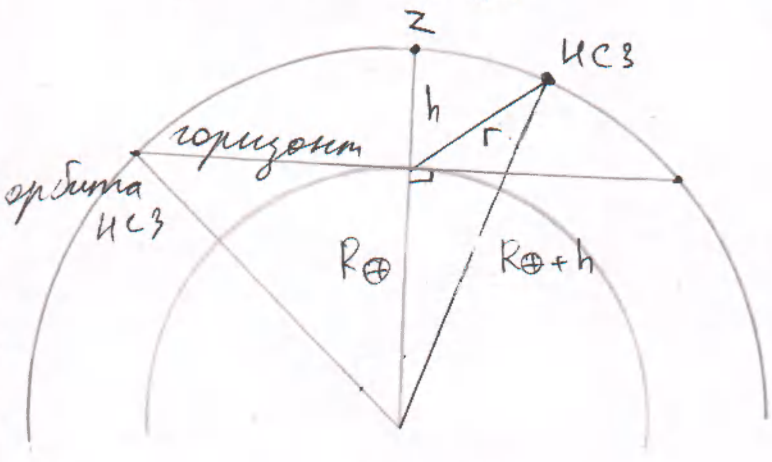
Дано	Решение
$h = 200$ км	$a = R + h = 6400 + 200 = 6600$ км – бол. полуось орб. ИСЗ
Найти: t – ?	

по 3. з. Кеплера: $\left(\frac{a}{a_Л}\right)^3 = \left(\frac{T}{T_Л}\right)^2 \Rightarrow T = T_Л \cdot \sqrt{\frac{a^3}{a_Л^3}}$, как уже было написанно ранее $T_Л = 27{,}3^d$, $a_Л = 3{,}8 \cdot 10^5$ км

$T = 27{,}3^d \sqrt{\frac{6600^3}{(3{,}8 \cdot 10^5)^3}} = 27{,}3^d \sqrt{\frac{2{,}6 \cdot 10^{11}}{5{,}4 \cdot 10^{16}}} = 27{,}3^d \sqrt{\frac{1}{2} \cdot 10^{-5}} =$

$\Rightarrow T = 27{,}3^d \cdot \frac{1}{100} \sqrt{\frac{1}{20}} = 27{,}3^d \cdot \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{4{,}5} = \frac{27{,}3 \cdot 24^h}{450} = \frac{655^h}{450} = 1{,}44^h$

$T = 1{,}44^h \approx 86^m$ Найдем ~~время~~ скорость ИСЗ



$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi \, 6600}{86 \cdot 60} = \frac{700}{86} \approx 8$ км/с

Найдем максимальную угловую скорости:

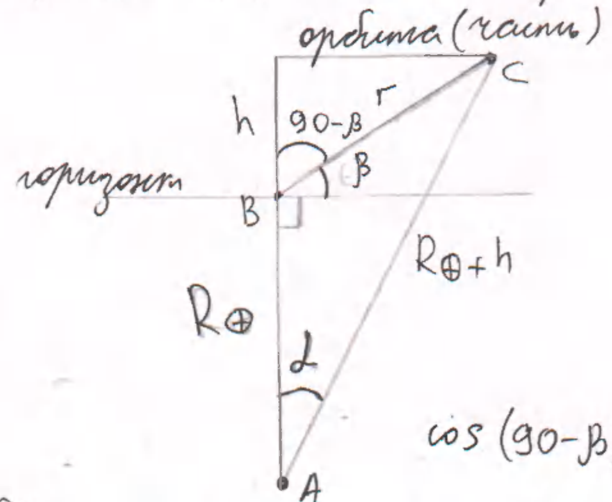
$\omega_{max} = \frac{v}{h} = \frac{8}{200} = 0{,}04$ рад

$\omega_{max} = 0{,}04$ рад$^{-1}$ $\Rightarrow \frac{\omega_{max}}{2} = 0{,}02$ рад$^{-1}$, таким образом нам нужно, чтобы $\omega \geq 0{,}02$ рад$^{-1}$ $\Rightarrow$ расстояние до ~~объек~~ ИСЗ должно быть в 2 раза больше 4, $r = 2h$, $r = 400$ км. КАЗ-12

Теперь найдем время, в течение которого $\omega \le 0{,}02$ рад$^{-1}$

Т.к. высота орбиты спутника много меньше $R_\oplus$,

нарисуем упрощенный чертеж. Тогда: времени, в течение которого ИСЗ $\omega \le 0{,}02$ рад$^{-1}$ соответствует угол 2α



$$\frac{2\alpha}{X^m} = \frac{360°}{T} \quad (1)$$

, поэтому найдем $\angle 2\alpha$.

$$\cos(90-\beta) = \frac{h}{r} \Rightarrow \sin\beta = \frac{h}{r} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle\beta = 30°$$

Тогда по теореме синусов для $\triangle ABC$: $\frac{r}{\sin\alpha} = \frac{R_\oplus + h}{\sin(\beta+90°)}$

$$\angle\alpha = \arcsin\left(\frac{r\cdot\sin 120}{R_\oplus + h}\right) = \arcsin\left(\frac{400\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{6600}\right) =$$

$$= \arcsin\left(\frac{0{,}85\cdot 400}{6600}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{20}\right) \approx 0{,}05 \text{ рад}, \text{ т.к.}$$

$\sin\alpha \approx \alpha$ рад, $\alpha \ll 1$, $\frac{1}{20} \ll 1$

из уравнения (1) найдем X^m, $X^m = \frac{2\alpha\cdot T}{2\pi} = \frac{\alpha T}{\pi}$

$$X^m = \frac{0{,}05\cdot 86^m}{3{,}14} = \frac{4{,}3^m}{3{,}14} \approx 1{,}4^m$$

Ответ: $X^m = t = 1{,}4^m$

№ 2

Дано	Решение
$D_1 = 6$ см $N_1 = 28$ Найти: N_2 - ?	1. Определим $m_{пр_1}$ – для телескопа Месье ($d_{гл} = 6$ мм, $m_{гл} = 6^m$)

$$m_{пр_1} = m_{гл} + 5\lg\frac{D_1}{d_{гл}} = 6^m + 5\lg\frac{60}{6} = 11^m$$

2. Определим $m_{пр_2}$ – для современных телескопов.

$$m_{пр} = m_{гл} + 5\lg\frac{D_2}{d_{гл}} = 6^m + 5\lg\frac{6000}{6} = 2^m,$$ примем $D_2 = 60$ м.

KA3-12

(5)

3. Оценим абсолютную звездную величину средней спиральной галактики. По современным оценкам, в таких галактиках находится $\approx 10^{11}$ звезд. ~~Пусть все~~ Примем Солнце за среднестатистическую звезду ($M \approx 5^m$), тогда,

$$M_г - M_{\odot} = 2{,}5 \lg \frac{L_{\odot}}{10^{11} L_{\odot}} \Rightarrow M_г = 5 + 2{,}5 \cdot \lg 10^{-11}$$

$M_г = 5 - 27{,}5 = -22{,}5^m$. теперь, зная $M_г$ и $m_{пр_1}$, найдем максимальное расстояние, на котором Мессье видел галактики.

$$M_г = m_{пр_1} + 5 - 5\lg r \Rightarrow 5\lg r = m_{пр_1} + 5 - M$$

$$r = 10^{\frac{m_{пр_1}+5-M}{5}}, \quad r = 10^{\frac{11+5+22{,}5}{5}} = 10^{7{,}7} \approx 10 \text{ Мпк},$$

оценка занижена, т.к. Мессье должен был ещё отличить галактику от звезды.

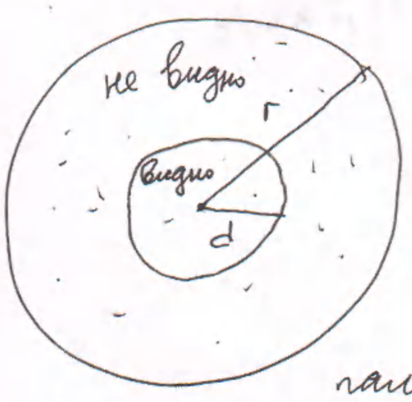
Зная расстояние до галактик и предельную разрешающую способность ~~от~~ современных телескопов, оценим можно ли рассмотреть яркие звезды в других галактиках. Примем яркую звезду, за звезду с $M = -1^m$, найдем видимую величину этой звезды на расстоянии r и сравним $m_{пр_2}$.

$$m = M - 5 + 5\lg r = -1 - 5 + 5\lg 10^7 = -6 + 35 = 29^m$$

$29^m < 2\ ^m \Rightarrow$ в очень далеких галактиках мы звезды пока увидеть не можем.

(6) КАЗ-12

Пусть мы находимся в центре сферы $R = r = 10^7$ Мпк и внутри этой сферы равномерно распределены 28 галактик. Определим на каком расстоянии ~~видн~~ видимая звездная величина ярких звезд станет 21^m как раз такой чтобы могли их увидеть $(M = -1^m)$



$$M = m_{пр2} + 5 - 5\lg d$$

$$5\lg d = m_{пр2} + 5 - M$$

$$d = 10^{\frac{m_{пр2}+5-M}{5}} = 10^{\frac{21+5+1}{5}} = 10^{5,2}$$

$d \approx 10^5$ пк. Из предположения, что галактики распределены равномерно следует, что кол-во ~~звезд~~ галактик в ~~это~~ сфере ~~относительно~~ пропорционально R^3 этой сферы, тогда: $\frac{N_1}{N_2} = \frac{r^3}{d^3} = \frac{10^4}{10^{15}} = 10^6$

$N_2 = \frac{N_1}{10^6} = \frac{28}{10^6} << 1$. Из этого можно сделать вывод что разглядеть звезды мы можем только в одной, очень близкой галактике, Туманности Андромеда (М31)

Ответ: 1 галактика.

N 5

Дано	Решение
$\frac{\Delta p}{\Delta m} = 4500 \frac{м}{с}$ $m_T = 6400$ кг $m_A = 1000$ кг Найти: способ улетения	1. Найдем скорость КА. $V = \frac{2\pi R}{T}$, где $R \approx 42000$ км, $T \approx 24^h = 86400^s$ $V = \frac{2\pi \cdot 42000}{86400} \approx \frac{2\pi}{2} \approx 3$ км/с

2 Найдем скорость, которую необходимо развить, чтобы КА улетел из Солнечной системы (V_{III})

$V_{III\odot} = V_{II\odot}$, $V = \sqrt{\frac{2GM_\odot}{R_\odot}}$, где $R = 1$ а.е.

$$V = \sqrt{\frac{2\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 2\cdot 10^{30}}{150\cdot 10^{9}}} \approx 13{,}7 \text{ км/с}$$