Задача 1. Причины неравномерности вращения.

1. Неправильная форма астероида
2. ЯОРП - эффект
3. Давление света.

Первые два пункта взаимосвязаны. Астероид вследствие своей неправильной формы нагрет неравномерно. Та его часть на которую приходится больше света => больше нагревается. Всякое нагретое тело излучает фотоны. ~~Поэтому~~ По закону сохранения импульса, излученный фотон передает импульс астероиду (реактивное движение). Т.к. астероид нагрет неравномерно, ~~одна~~ некоторая его часть излучает больше фотонов, что дает астероиду дополнительный момент вращения.

Давление света ($p = (1+A)\frac{E}{c}$) также вносит вклад в изменение периода осевого вращения. Сила давления $F = p \cdot S$ - зависит от площади, а астероид имеет неправильную форму => на него действует в каждый момент времени разная сила, что также изменяет период вращения.

Функция изменения фазового угла внешне напоминает часть параболы. Проверим так ли это. Возьмем функцию $y = ax^2 + bx + c$, в точке 0 по оси дней, поправка также равна 0 => коэффициент $c = 0$, тогда найдем коэффициенты a и b подставив значения в точках $(500^d; 25^\circ)$ и $(1000^d; \approx 100^\circ)$ - из графика

$$\begin{cases} 25^\circ = a\cdot(500^d)^2 + b\cdot 500^d \Rightarrow b = \dfrac{25 - 250000^d a}{500} \ (1) \\ 100^\circ = a(1000^d)^2 + b\cdot 1000^d \ (2) \end{cases}$$

$(1) \longrightarrow (2)$:

$$100^\circ = a\cdot 10^{6d} + 1000^d\left(\frac{25^\circ - 250000^d a}{500}\right)$$

$$100^\circ = a\cdot 10^{6d} + 50^d - 500000^d a$$

$$50^\circ = 500000\, a \Rightarrow a = 0{,}0001$$

Найдем b, $b = \dfrac{25 - 250000\cdot 0{,}0001}{500} = 0$

Имеем: $y = 0{,}0001 x^2$ или $f(t) = 0{,}0001\cdot t^2$

Проверим истинность этой функции подставив значение $(1500^d; 225^\circ)$

$\underbrace{225 = 0{,}0001\cdot 1500^2}_{225} \Rightarrow$ В первом приближении функция работает.

Ответ: $f(t) = 0{,}0001\cdot t^2$

Неравномерность изменения фазового угла, вероятно вызвана тем, что в 2004-2005 г астероид проходил ближе к Солнцу, чем в 2001-2002 г. Поэтому если его орбита замкнута, можно ожидать, что через некоторое время график изменения фазового угла пойдет вниз (астероид начнет удаляться от Солнца, на него будут действовать меньшие силы, давление света уменьшается с квадратом расстояния, кол-во тепла, полученное астероидом, тоже $E = \frac{L_0}{4\pi r^2}$). Однако период времени 2001 - 2005 г хорошо описывается функцией $f(t) = 0{,}0001\cdot t^2$

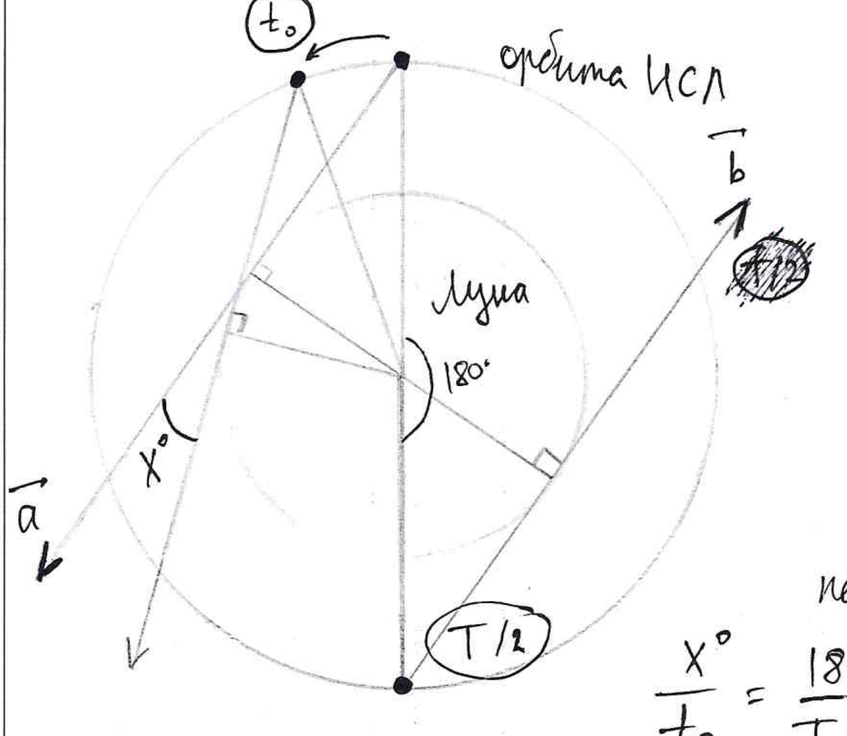
Задача 2 Каз-2

1. Определим масштаб фотографии. Угловой размер Земли при наблюдении с Луны: $d_\oplus \approx \frac{2R_\oplus}{r}$, $d_\oplus \approx \frac{12800\text{ км}}{384400\text{ км}} = \frac{1}{3}$ рад

$d_\oplus = \frac{1}{3}$ рад $\approx 2°$. На фотографии $D_\oplus \approx 18$ мм

2. Определим разность между положениями Земли (в мм) на двух последовательных фотографиях: $\Delta d = 4$ мм, заметим, что это изменение соответствует $t_0 = 8^s$. Сопоставим изменения на снимках в мм, с изменением в °.

$$\frac{2°}{18\text{ мм}} = \frac{X°}{4\text{ мм}} \Rightarrow X° = \frac{8°}{18} = \frac{4°}{9}$$ – за $t_0 = 8^s$. Изобразим эту ситуацию на схеме. Заметим, что когда ИСЛ пролетает половину своей орбиты (180°), угол между направлениями на горизонт также меняется на 180° ($\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$). Исходя из этого и зная время пролета X°, найдем период обращения ИСЛ:



$$\frac{X°}{t_0} = \frac{180°}{T/2} = \frac{360°}{T} \Rightarrow T = \frac{t_0 \cdot 360°}{X°}$$

$$T = \frac{8^s \cdot 360° \cdot 9°}{4°} = 90 \cdot 72^s = 6480^s$$

3. Найдем радиус орбиты ИСЛ: $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM_Л}$, откуда:

$$a = \sqrt[3]{\frac{T^2 G M_л}{4\pi^2}}, \quad M_л = \frac{1}{81} M_⊕ = \frac{6\cdot 10^{24}}{81} кг,$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{(6480 с)^2 \cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}}{40\cdot 81}} = \sqrt[3]{\frac{42000000\cdot 6{,}7\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}}{320}}$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{4{,}2\cdot 10^{7}\cdot 6{,}7\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}}{3{,}2\cdot 10^{2}}} = \sqrt[3]{\frac{4{,}2\cdot 6}{3{,}2}\cdot 10^{18}} = 10^6 \sqrt[3]{\frac{4{,}2\cdot 6}{3{,}2}}$$

$$a = 10^6 \cdot \sqrt[3]{8} \approx 2\cdot 10^6 \text{ м} \approx 2000 \text{ км}$$

$$\cancel{h = a - R_л = 2000 км - 1740 км = 260 км}$$

~~Ответ: h ≈ 300 км~~

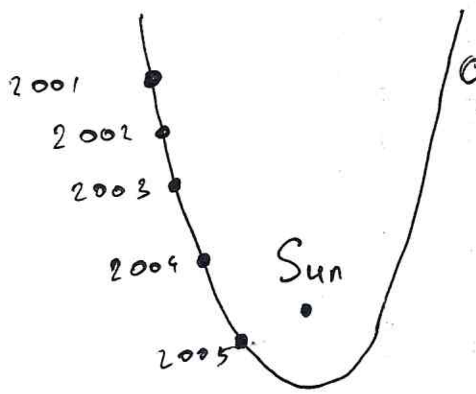
$$R_л = \frac{R_⊕}{4} = \frac{6400 км}{4} = 1600 км$$

$$h = a - R_л = 2000 км - 1600 км = 400 км.$$

Ответ: высота ≈ 400 км.

~~Заметим, что в это~~

Пояснение к задаче 1:



Чем ближе астероид к Солнцу, тем большее отклонение фазового угла он приобретает ($F_{грав} \sim \frac{1}{r^2}$, $E \sim \frac{1}{r^2}$)

$$r \downarrow \Rightarrow F_{грав} \uparrow$$
$$\Rightarrow E \uparrow$$