

N5

изменение

Найдём ~~необходимую~~ скорость космического аппарата:

$$\Delta V \approx I \cdot \ln\left(\frac{M_1 + M_2}{M_1}\right), \text{ где } I - \text{удельный импульс, } M_1 - \text{масса аппарата без топлива}$$

$$\Delta V \approx 4500 \cdot \ln 7,4 \approx 4500 \cdot 2 = 9000 \text{ м/с} \approx 9 \text{ км/с.}$$

Теперь необходимо найти ~~не~~ третью космическую скорость для данной орбиты. Она определяется как:

$$V_{III} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)V_{\oplus}^2 + V_{II}^2}, \text{ где } V_{II} - \text{вторая космическая, } V_{\oplus} - \text{скорость Земли на орбите}$$

Поскольку известно, что орбита геостационарная, то

$$V_{II}^2 = \frac{2GM}{R_{орб}}; \quad R_{орб} = \sqrt[3]{\frac{T_{\oplus}^2}{R_{орб}^3} = \frac{4\pi^2}{6M_{\oplus}}} \Rightarrow R_{орб} = \sqrt[3]{\frac{T_{\oplus}^2}{4\pi^2} \cdot 6M_{\oplus}}$$

$$V_{II}^2 = \frac{2GM}{\sqrt[3]{\frac{T_{\oplus}^2}{4\pi^2} \cdot 6M_{\oplus}}} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{4G^2 M_{\oplus}^2 \cdot 4\pi^2}}{T_{\oplus}} = \sqrt[3]{\frac{(6,67 \cdot 10^{-11})^2 \cdot 4 \cdot 3,14^2}{(24 \cdot 3600)^2}} \approx \sqrt[3]{\frac{45 \cdot 6^2 \cdot 10^{26} \cdot 4 \cdot 3,14^2}{6^2 \cdot 4^2 \cdot 64 \cdot 10^4}}$$

$$\approx \sqrt[3]{\frac{45 \cdot 10^{24} \cdot 3^2}{4 \cdot 3^4 \cdot 2^4}} = \sqrt[3]{\frac{5 \cdot 3^4 \cdot 10^{24}}{2^6 \cdot 3^4}} = \sqrt[3]{\frac{5 \cdot 10^{24}}{2^6}} = \frac{\sqrt[3]{5} \cdot 2}{4} \cdot 10^8 \text{ м/с}^2 \approx \frac{1,7}{4} \cdot 10^8 \approx 0,425 \cdot 10^8$$

$$\approx \frac{1,7}{2} \cdot 10^8 \approx 0,85 \cdot 10^8$$

$$V_{\oplus} \approx 30 \text{ км/с} = 3 \cdot 10^4 \text{ м/с} \rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{III} = \sqrt{0,4 \cdot 8 \cdot 10^8 + 8,25 \cdot 10^7} \approx \sqrt{\frac{4025 \cdot 10^7}{1,445}} \approx 27 \cdot 10^4 \text{ м/с} = 27 \text{ км/с}$$

$\Delta V < V_{III}$, значит аппарат не сможет покинуть Солнечную систему. Однако можно учесть взаимодействие аппарата с другими планетами. Аппарат сможет покинуть систему, если пролетит около Юпитера и с помощью эффекта "гравитационного броска".

при плотности планеты ρ наберет дополнительную скорость. Найдем, сможет ли он догнать орбиту Юпитера по галактическому эллипсу. $a_{Ю} \approx 5 a_{\oplus} \rightarrow a_{орб} = \frac{1+5}{2} = 3 a_{\oplus}$

$$\text{В } a_{\oplus} = a_{орб}(1-e) \rightarrow e = 1 - \frac{a_{\oplus}}{a_{орб}} = 0,66.$$

Тогда, чтобы аппарат догнал по этой орбите, ему необходима скорость в перигелии:

$$v_p = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{a_{орб}} \cdot \frac{1+e}{1-e}} = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{3a_{\oplus}} \cdot \frac{1,66}{0,33}} = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{a}} \cdot \sqrt{\frac{5}{3}} = v_{\oplus} \cdot \sqrt{\frac{5}{3}} \approx 1,3 v_{\oplus};$$

Тогда $v_{\oplus} + \Delta v$ (будем считать скорость обращения спутника вокруг Земли меньшей по сравнению, чем v_{\oplus} и Δv)

$$= 30 + 9 = 39 \text{ км/с} \rightarrow \frac{v_{\oplus} + \Delta v}{v_{\oplus}} = 1 + \frac{9}{30} = 1,3 v_{\oplus} = v_p$$

Получается, что аппарат может поринуть сепарацию системы, прозавладебствовав с Юпитером.

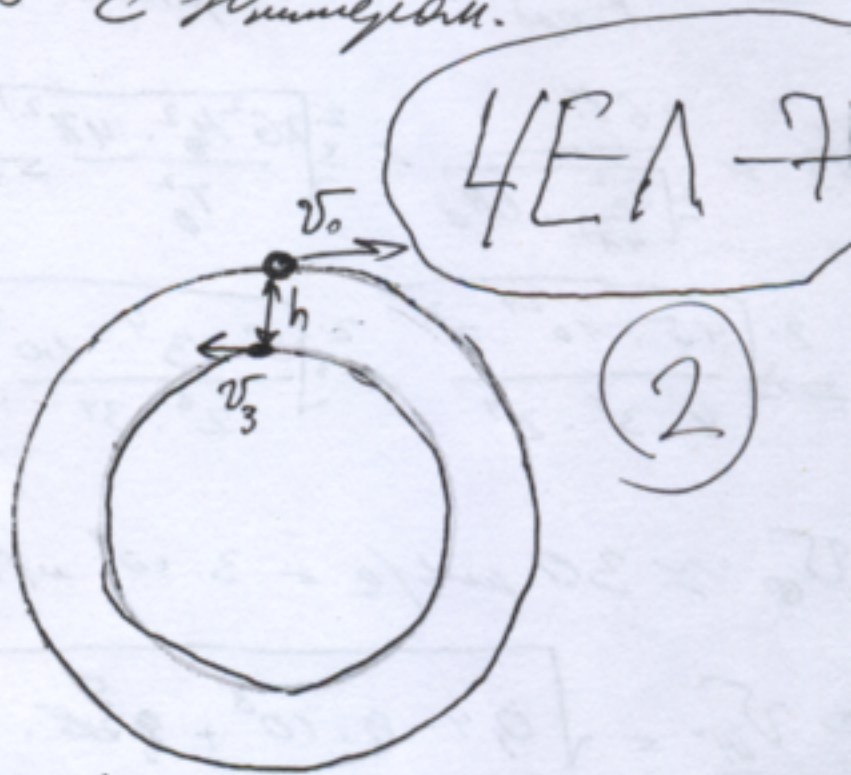
N1

Оценим $\omega_{\text{макс}}$ - максимальную угловую скорость спутника.

$$\text{Она равна: } \omega_{\text{макс}} = \frac{v_{отн}}{h}$$

$v_{отн}$ - относительная скорость спутника $= v_3 + v_0$, где v_0 - орбитальная скорость спутника, v_3 - скорость вращения Земли вокруг своей оси (предполагаем, что спутник движется в обратном направлении Земли на направлении).

$$v_{0\text{макс}} = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{R_{\oplus} + h}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 6 \cdot 10^{24}}{6,6 \cdot 10^6}} \approx 8 \text{ км/с}, \quad v_3 = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6,4 \cdot 10^6}{24 \cdot 3600} \approx 400 \text{ м/с}$$



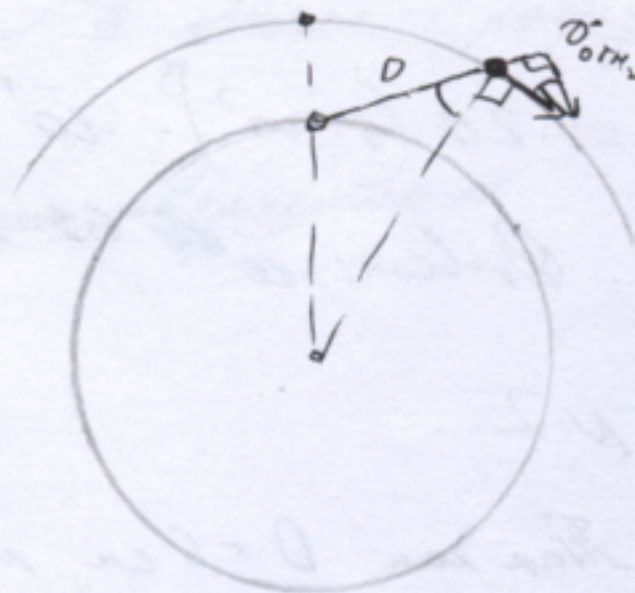
ЧЕЛ - 7

(3)

$$\omega_{\text{MAX}} = \frac{v_0 + v_3}{h} = \frac{8,4 \text{ м/с}}{200 \text{ мм}} = 4,2 \cdot 10^{-2} \text{ рад/с}$$

Соответственно, $\frac{\omega_{\text{MAX}}}{2} = \omega_0 = 2,1 \cdot 10^{-2} \text{ рад/с}$

$$\omega_0 = \frac{v_{\text{отн}2}}{D} = 2,1 \cdot 10^{-2} \text{ рад/с}$$



№4

Оцени светимость Галактики. $M_{\text{М.П.}} = -21,5^m$, $M_{\odot} = 4^m$

$$L_{\text{М.П.}} = 10^{0,4(4,7+21,5)} \cdot L_{\odot} = 10^{10,5} L_{\odot} \approx 3,3 \cdot 10^{10} L_{\odot}, \quad L_{\text{М.П.}} - \text{Светимость}$$

Пусть $T_{\text{М.П.}}$ - температура тела, светимости которого равна $L_{\text{М.П.}}$, а мощность $S_{\text{М.П.}} = \pi R_{\text{М.П.}}^2 + 2\pi R_{\text{М.П.}} \cdot h$, где $R_{\text{М.П.}}$ - радиус Млечного пути, h - толщина Млечного пути. Считаем, что Млечный путь по форме - плоский цилиндр.

Тогда $L_{\text{М.П.}} = S_{\text{М.П.}} \cdot \epsilon_{\text{М.П.}}$

$$L_{\text{М.П.}} \sim S_{\text{М.П.}} \cdot T_{\text{М.П.}}^4$$

$$10^{10,5} L_{\odot} \sim S_{\text{М.П.}} T_{\text{М.П.}}^4$$

$$10^{10,5} \cdot S_{\odot} \cdot T_{\odot}^4 \sim S_{\text{М.П.}} T_{\text{М.П.}}^4 \rightarrow T_{\text{М.П.}} = T_{\odot} \cdot \sqrt[4]{\frac{10^{19,5} \cdot S_{\odot}}{S_{\text{М.П.}}}}$$

Тогда $n = 20 \cdot T_{\text{М.П.}}^3$. Количество фотонов $N = n \cdot V$, где V - объем Млечного пути. Тогда

$$N = n \cdot V = 20 \cdot T_{\odot}^3 \cdot \left(\frac{10^{10,5} \cdot S_{\odot}}{S_{\text{М.П.}}}\right)^{3/4} \cdot \pi R_{\text{М.П.}}^2 \cdot h = 20 \cdot (6^3 \cdot 10^3) \cdot \left(\frac{10^{10,5} \cdot 4 \cdot \pi \cdot 7 \cdot 10^{22}}{\pi \cdot 10^4 \cdot 206265}\right)^{3/4}$$

$$\left(\frac{10^{11}}{10^4}\right)^{3/4} \cdot \pi \cdot (10^4 \cdot 206265 \cdot 1,5 \cdot 10^{13})^2 \cdot 10 \cdot 206265 \cdot 1,5 \cdot 10^{13} \approx$$

ЧЕЛ-7

(4)

$$= 20 \cdot (6 \cdot 10^3)^3 \cdot 10^{-12} \cdot \pi \cdot 2,5 \cdot 10^{57} \approx 10^{55} \text{ фотонов.}$$

Ответ: 10^{56}

N2

Так как $D = 6 \text{ см}$, то максимальная звездная величина, которую мы можем наблюдать Лесьюе равно:

$$M_{\text{max}} = M_0 + 5 \lg \frac{D}{d_{\text{зр.}}} = 6^m + 5 \lg \frac{60 \text{ см}}{6 \text{ см}} = 11^m$$

Современные телескопы достигают диаметра объектива 6 м. Если предположить, что диаметр входного зрачка равен диаметру зрачка человека, то

$$m_{\text{max}} = M_0 + 5 \lg \frac{D}{d_{\text{зр.}}} = 6^m + 5 \lg 10^3 = 26^m$$

~~Оценить число видимых в современной телескопической галактики~~ Чтобы звезду можно было наблюдать отдельно, как мышь, необходимо, чтобы её звездная величина была больше. Во Вселенной крайний случай, очень яркая звезда с $M_{\text{абс}} = -4^m$.

$$\text{Тогда } \frac{L_{\text{виз}}}{L_{\text{абс}}} = \frac{R^2}{10^2} = 10^{0,4 \cdot 30} = \frac{R^2}{10^2} \cdot 10^{12} \rightarrow R = 10^7 \text{ ПК} = 10 \text{ МПК} -$$

- с в. современ. телескопа

~~Лесьюе же мы заметим не дальше, чем на~~

~~$R = 10^7 \cdot 10^5 = 10^{12}$~~ Предположим, что звезды распределены равномерно. Тогда число галактик, видимых современным телескопом равно: $N = N_0 \cdot 10^{0,4 \cdot (26-11)} = 28 \text{ млн. галактик.}$

УЕА-7

6

$L \propto d^2$ ~~дан~~ $d \cosh \rightarrow \min$

$d \cosh = R_{\text{опт}} \ln(e-1) \rightarrow \min$ при $R_{\text{опт}} = a(1-e)$,

по лемме В. не имеет.

Ответ: В. не имеет.

