1. Т.к. большая полуось это высота над Землёй + радиус Земли, найдём период из Закона Кеплера

$a = 6400 км + 200 км = 6600 км = 6,6 \cdot 10^6$ м

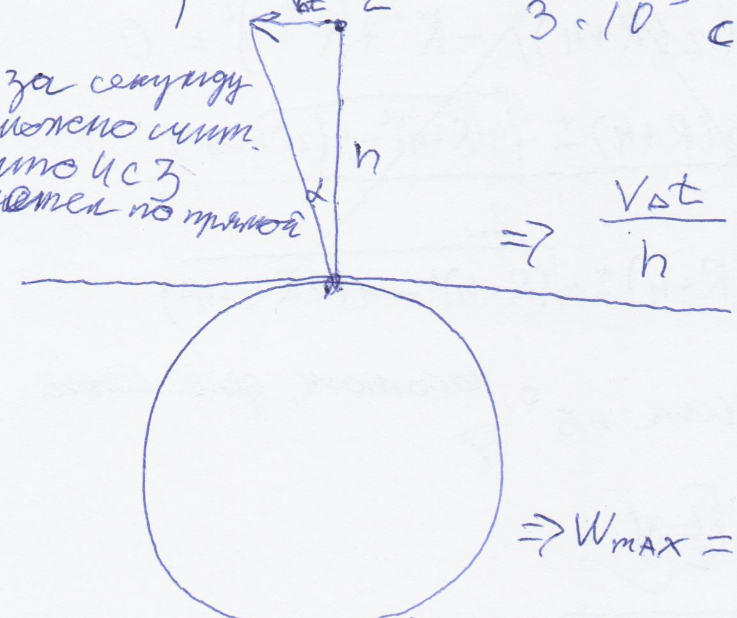
187

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi}{GM_\oplus} \quad T = \sqrt{\frac{4\pi a^3}{GM_\oplus}} =$$

$$= \sqrt{\frac{4 \cdot 3 \cdot (6,6 \cdot 10^6)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}} \approx \sqrt{\frac{12 \cdot 3 \cdot 10^2 \cdot 10^{18}}{4 \cdot 10 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{24}}} \approx \sqrt{9 \cdot 10^6} =$$

$= 3 \cdot 10^3$ с Заметим, что в зените максим. вид. угловая скорость. т.к. луч. скорость ИСЗ рав. нулю, найдём её. Для нач. найдём её скорость на орбите.

$$\frac{2\pi a}{T} = \frac{6 \cdot 6,6 \cdot 10^6 м}{3 \cdot 10^3 с} = 13,2 \cdot 10^3 м/с = 13,2 км/с$$



$13,2$ км $<< 200$ км

$\Rightarrow \alpha << 1^\circ$

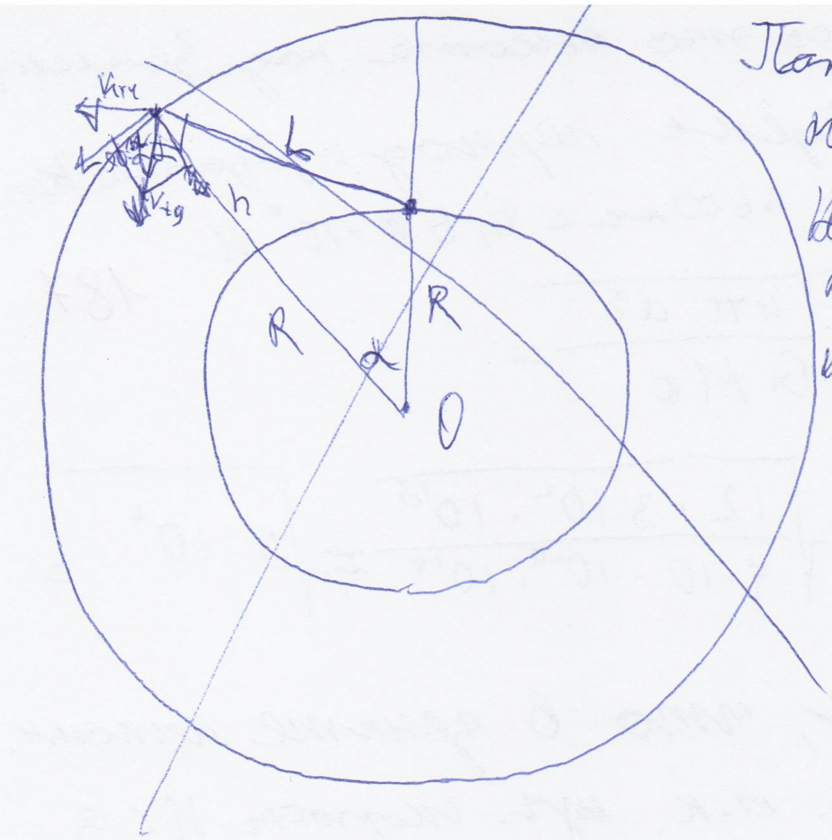
$$\Rightarrow \frac{V\Delta t}{h} = tg\,\alpha$$

$$\alpha = \frac{V\Delta t}{h} = \frac{13,2 \text{ км/с} \cdot \text{сек}}{200 \text{ км}} =$$

$= 0,066$ рад.

$\Rightarrow W_{max} = 0,066$ рад/с

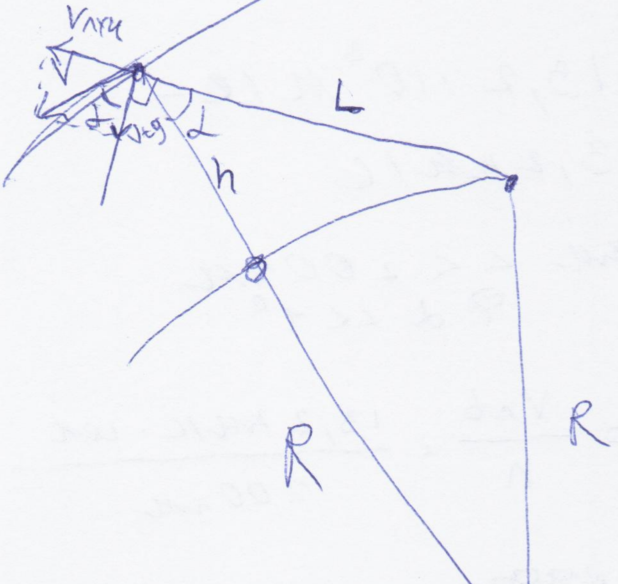
$\Rightarrow$ нам нужно найти участки где $w \geq 0,033$ рад/с $= w_{min}$



Пользуясь рисунком, найдём V_{tg} ИСЗ

~~И если α это угол наблюд., из Зем., ИСЗ, то~~ $\cancel{V_{tg} = V\cos(90-\alpha)}$

α – угол наблюд., ИЗС, из Земли



$$\cancel{R^2 = (R+h)^2 + L^2 - 2(R+h)L\cdot\cos\alpha}$$

$$\cancel{L^2 - L(2(R+h)\cos\alpha) - R^2 + (R+h)^2 = 0}$$

$$\cancel{L = \frac{2(R+h) \pm \sqrt{4(R+h)^2 - 4(2Rh+h^2)}}{2} = (R+h) \pm \sqrt{(R+h)^2 - 4(2Rh+h^2)}}$$

α в мах 45°; касатом. дале нельз. ⇒

$$V_{tg} = \frac{\sqrt{2}}{2}V$$

по теор. пиф

$$L = \sqrt{2hR + h^2} \approx 480 \text{ км}$$

$$(h+R)^2 = R^2 + L^2 \Rightarrow \beta = \frac{V_{tg}\Delta t}{L} = \frac{13{,}2\text{ км/с}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\text{с}}{480} =$$

$\approx 0{,}02$ рад ⇒ это тот момент захода над гориз.

$\cancel{l = \frac{L}{t}}$

2. С помощью формулы проницающей силы найдём максимальную звёздную величину галактики, которую можно увидеть в эти телескопы:

$$m = m_0 + 5\lg\frac{D}{d} = 6^m + 5\lg\frac{60\text{ мм}}{5\sim7\text{ мм}} = 11^m$$

где m_0 макс. вид. зв. вел. для глаза
D - диаметр отвер. телеск
d - диам. зрачка глаза, равн. 5~7 мм

Давайте поймём, что случайное распределение галактик в пространстве также случайно, как и у звёзд ⇒ можно воспользоваться формулой Зеелигера для случайного распред. звёзд. (в нашем случае галактик)

$$\frac{N(m+1)}{N(m)} \approx 4$$, где $N(m)$ - кол. галактик у кот. зв. велич. меньше m

Известно $N(11) = 26$

$$N(n) = 4^{n-11} N(11) = 4^{n-11} \cdot 26$$

Однако мы не можем наблюдать ~~от~~ отдельные звёзды в центре галактики, ~~только~~ т.к. большая засветка ⇒ только на краях ⇒ ~~их~~ их видимый угловой размер галактики должен быть больше предельного угла ~~на~~ разрешения телескопа.

187

3. Найдём большую полуось орбиты с помощью III закона Кеплера:

$$\frac{T^2}{a^3}=\frac{4\pi^2}{GM_\oplus} \qquad T = 134\ \text{мин} \approx 8\cdot10^3\ \text{с} \qquad M_\oplus = 6\cdot10^{24}\ \text{кг}$$

$$\frac{T^2 G M_\oplus}{4\pi^2}=a^3 \qquad a=\sqrt[3]{\frac{T^2 G M_\oplus}{4\pi^2}}=\sqrt[3]{\frac{(8\cdot10^3)^2\cdot 6{,}67\cdot10^{-11}\cdot 6\cdot10^{24}}{4\cdot 3^2}}=$$

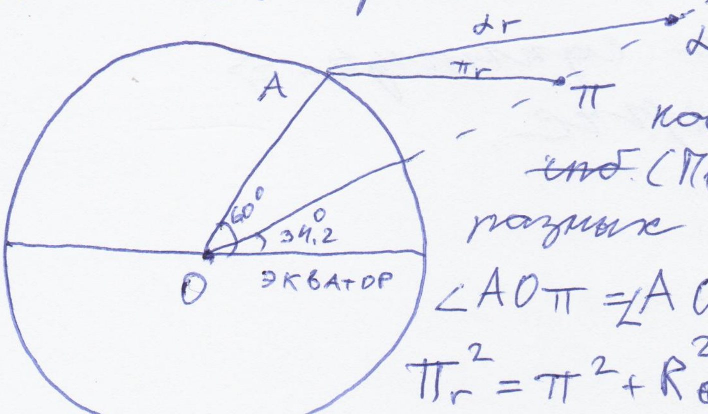
$$\approx\sqrt[3]{\frac{64\cdot42\cdot10^6\cdot10^{-11}\cdot10^{24}}{36}}=\sqrt[3]{\frac{2628\cdot10^{19}}{36}}=\sqrt[3]{730\cdot10^{18}}\approx 9\cdot10^6\ \text{м}=9\cdot10^3\ \text{км}$$

Посчитаем афелийное и перигелийное расстояние

$$\alpha = a(1+e) = 9\cdot10^3(1{,}184) = 10656\ \text{км} \approx 11\cdot10^3\ \text{км}$$

$$\pi = a(1-e) = 9\cdot10^3(0{,}816) = 7344\ \text{км} \approx 7\cdot10^3\ \text{км}$$

Самая лучшая яркость спутника при наблюдении из СПБ будет достигнута когда совпадут их долготы и по широте максимально приближен. Широта СПБ $\approx 60^\circ$. Изобразим ситуацию



С помощью теоремы косинусов оценим расст. от ~~что~~ СПБ ~~в разных частях~~ до разных положений спутника.

$$\angle AO\pi = \angle AO\alpha = 60^\circ - 34{,}2^\circ = 25{,}8^\circ$$

$$\pi_r^2 = \pi^2 + R_\oplus^2 - 2\pi R_\oplus \cos 25{,}8^\circ$$

грубо оценим $\cos 25{,}8^\circ$ как $\cos 30^\circ$

$$\pi_r^2 = \pi^2 + R_\oplus^2 - \cancel{2}\pi R_\oplus\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}$$

Подставим значения:

$$\pi_r = \sqrt{(7\cdot10^3)^2+(6\cdot10^3)^2-1{,}7(7\cdot10^3)(6\cdot10^3)} =$$

$$\approx 10^3\sqrt{49+36-71} \approx 4\cdot10^3\ \text{км}$$

аналогично посчитаем $\pi_\alpha = \sqrt{\alpha^2 + R_\oplus^2 - \sqrt{3}\,\alpha R_\oplus}$

$$\pi_\alpha = \sqrt{(11\cdot10^3)+(6\cdot10^3)^2-1{,}7(11\cdot10^3)(6\cdot10^3)} =$$

$$\approx 10^3\sqrt{121+36-112} \approx 7\cdot10^3\ \text{км}$$

Считаем, что свет от Солнца идёт одинак. раст. т.к. его большая полуось << 1 а.е.
посчитаем освещённости

$$E_\pi = \frac{L_\odot}{4\pi r^2} \cdot \frac{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot A \cdot \varphi}{4\pi (r_\pi)^2}$$ (где A - альбедо спутника

$r - 1$ а.е

φ - фаза спутника наблюд. из (ПБ) D - диаметр спут.

$L_\odot$ - мощь Солнца

замет. т.к. (.)(ПБ (.) α (.) π находятся на одной прямой, то фазы равны $\Rightarrow$

$$E_\alpha = \frac{L_\odot}{4\pi r^2} \cdot \frac{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 A \varphi}{4\pi (r_\alpha)^2}$$

чтобы узнать что ярче посмотрим на отношение освещённостей

$$\frac{E_\pi}{E_\alpha} = \frac{\frac{L_\odot}{4\pi r^2} \cdot \frac{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 A \varphi}{4\pi (r_\pi)^2}}{\frac{L_\odot}{4\pi r^2} \cdot \frac{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 A \varphi}{4\pi (r_\alpha)^2}} = \left(\frac{r_\alpha}{r_\pi}\right)^2 = \left(\frac{7 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^3}\right)^2$$

эта величина больше единицы $\Rightarrow$ в перигелии спутник ярче.

187

1. ~~Оценим~~ Мы можем рассмотреть нашу галактику Млечный Путь. ~~Оценим массу внутри галактики с помощью формулы для скорости на орбите, считаем орбиту солнца круговой~~

$$~~u^2 = \frac{GM}{R} \Rightarrow M = \frac{u^2 R}{G} = \frac{(200\,км/с)^2 (26000\,св.лет)}{6{,}67\cdot10^{-11}\,м^3/с^2 кг} =~~$$

R – раст. от солнца до центра
u – касат. скор. солн. относ. галактики

в году ≈ $2{,}7\cdot10^7$ сек

$$~~R = 26000\cdot 2{,}7\cdot10^7 \cdot 3\cdot10^5\,км =~~$$
$$\approx 1{,}8\cdot10^{16}\,км$$

$$~~M = \frac{4\cdot10^4\cdot1{,}8\cdot10^{16}\,км^3/с^2}{6{,}67\cdot10^{-11}\,м^3/с^2\cdot кг} = \frac{4\cdot1{,}8\cdot10^{20}\cdot(10^3)^3\,м^3/с^2}{6{,}67\cdot10^{-11}\,м^3/с^2\cdot кг} =~~$$

$$~~= \frac{4\cdot1{,}8}{6{,}67}\cdot10^{40}\,кг \approx 10^{40}\,кг = 5\cdot10^{9} M_\odot~~$$ Считаем, что практически вся масса галактики сосредоточена внутри галактики, зная массу галактики $M = 5\cdot10^{11} M_\odot$ и зная количество звёзд в галактике ~~пол~~ $N = 4\cdot10^{11}$ оценим среднюю массу звезды

$$m = \frac{5\cdot10^{11} M_\odot}{4\cdot10^{11}} = 1{,}25 M_\odot$$ Можно сделать грубую оценку, что средняя масса $\approx M_\odot$

~~В бол~~ Большинство звезд находится на главной послед $\Rightarrow$ звёзды с массой $M_\odot$ имеют T на поверх. рав. $T_\odot$

$$n \approx 20 (T_\odot)^3 = 20\cdot(6\cdot10^3)^3 = 432\cdot10^{10}\,см^{-3} \approx 4\cdot10^{12}\,см^{-3}$$

Будем считать те фотоны, которые находятся на глубине звезды 1 см, ост. фотоны в не звезды быстро улетают из центра галактики

$N_{\Phi} = N \cdot V \quad n = 4 \cdot 10^{11} \cdot (4\pi \cdot (385\,000\,км)^2 dR)\, 4 \cdot 10^{12}\, см^{-3} =$

$V = \frac{4}{3}\pi R_0^3 - \frac{4}{3}\pi (R_0 - 1км)^3 \approx 4\pi R_0^2\, dR$

изменение объема пропор. его дифференциалу

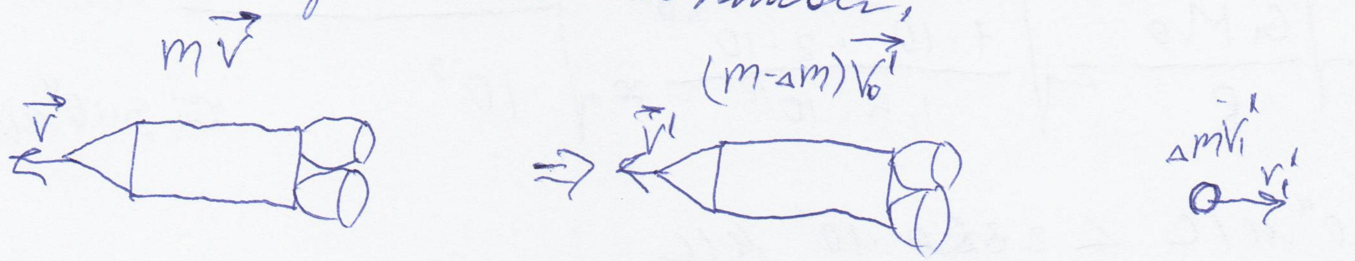
$dR = 1км$

$= 4 \cdot 10^{11} \cdot (4\pi (4 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 10^2)^2) \cdot 4 \cdot 10^{12} =$

$= 16 \cdot 10^{23} (12 (4 \cdot 10^{10})^2) = 2 \cdot 10^{25} \cdot (16 \cdot 10^{20}) =$

$= 3 \cdot 10^{46}$ фотонов

5. Удельный импульс топлива значит, что 1кг топлива он преобразует в 4500 кг·м/с импульс топлева вылет. из аппарата. ⇒ нужно узнать конечный импульс аппарата. ~~ра~~ Рассмотрим ~~в~~ закон сохранения импулься для малого кусочка топлива;



$$mV = (m-\Delta m)V_0' - \Delta m V_1'$$

$$\cancel{mV = mV_0' - \Delta m(V_0'+V_1')}$$

Из закона сохранения импулься следует, что без разницы, что мы выкидываем из аппарата маленькие кусочки или выкинем всё топливо сразу, то конечный импульс ~~ит~~ аппарата один и тоже ⇒

$$Mv_0 = (M-m)V_1 - mV_2$$

где M - масса аппарата с топливом
v_0 - нач. скор. аппарата
V_1 - конеч. скор. аппар.
mV_2 - конечный импульс топлива
m - масса топлива

~~Итого~~ Подставим значения

$$7.4\cdot 0 = (7.4-6.4)V_1 - 6.4\cdot V_2$$

1кг. топлива разгоняется до 4500 м/с ⇒

$$0 = V_1 - 6.4\cdot 4500$$

$1\cdot V_1 = 288\,000$ тонн·м/с ⇒ скорость аппарата $V_1 = 288000$ м/с

~~Из закона сохранения энергии найдём конечную скорость аппарат на бесконечность от солнца~~

$$\cancel{\frac{mV_0^2}{2} - \frac{GMm}{R} = \frac{mV_1^2}{2} - \frac{GMm}{\infty}}$$

Сравним вторую космическую для солн. сист

$$u = \sqrt{\frac{GM_\odot}{R}} = \sqrt{\frac{7\cdot10^{-11}\cdot 2\cdot10^{30}}{1,5\cdot10^{11}}} \approx \sqrt{10^{9}} \approx 3\cdot10^{4}\ м/с$$

$$3\cdot10^{4}\ м/с < 28810\cdot10^{4}\ м/с$$

=> у аппарата достаточная скорость, чтобы вылететь из солнечной системы. Например аппарат может лететь в противоположную сторону движения Земли и включить двигатель. Вторую космическую скорость Земли он с лёгкостью преодолеет и будет летет так в бесконечность.