



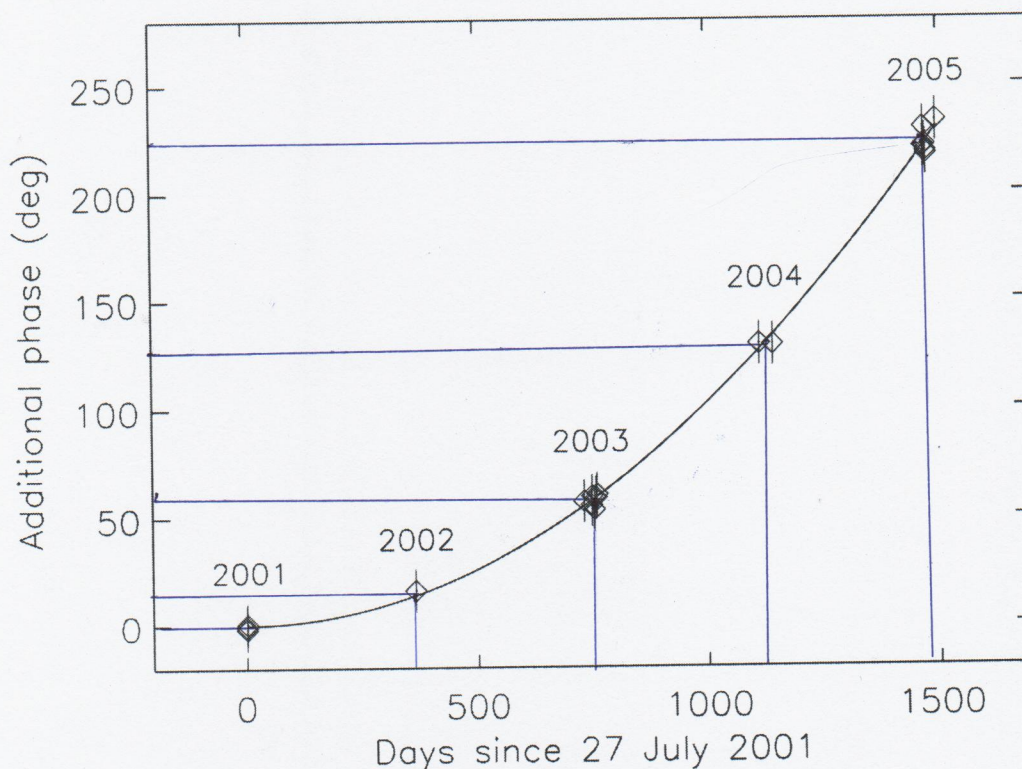
XXVI Санкт-Петербургская  
астрономическая олимпиада  
практический тур

2019  
3  
марта

81

11 класс

1. Астероид 54509 YORP неравномерно вращается вокруг своей оси. На графике ниже показана поправка к фазовому углу в градусах (как функция времени), которую необходимо добавлять к зависимости фазового угла от времени для равномерного вращения, чтобы результат соответствовал наблюдательным данным. Определите вид зависимости наблюдаемого фазового угла от времени и найдите параметры этой зависимости. Предложите возможные причины подобной неравномерности.

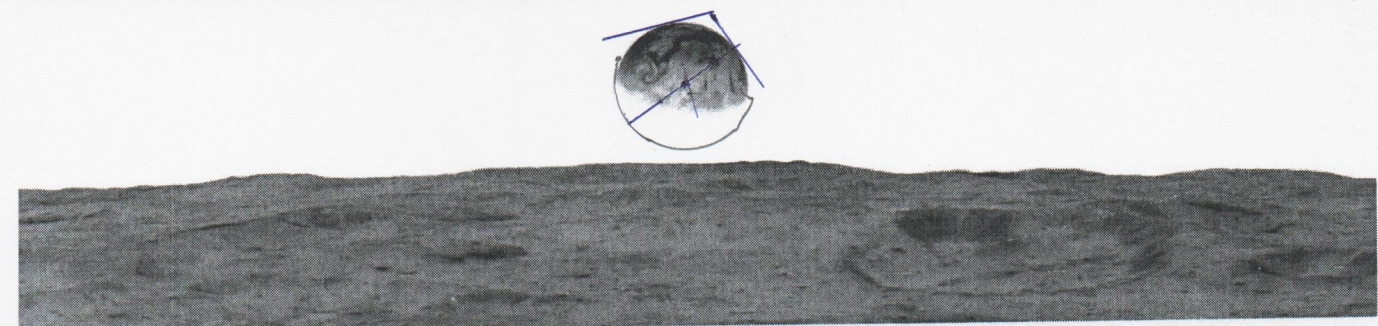
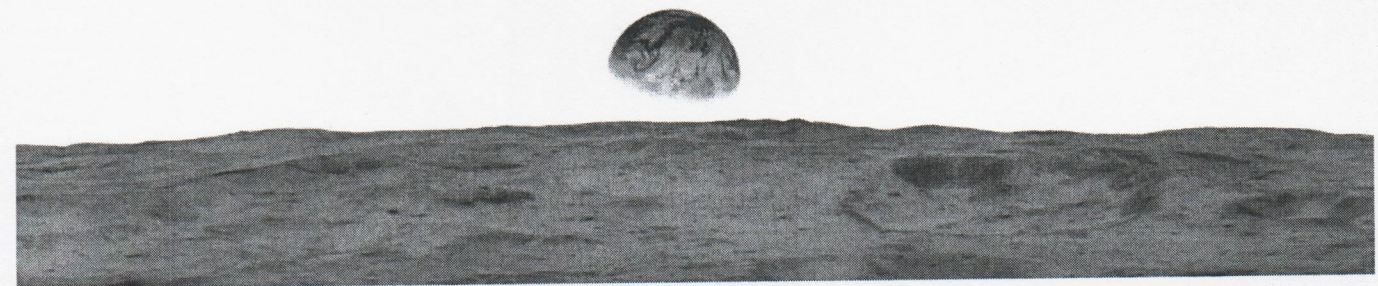
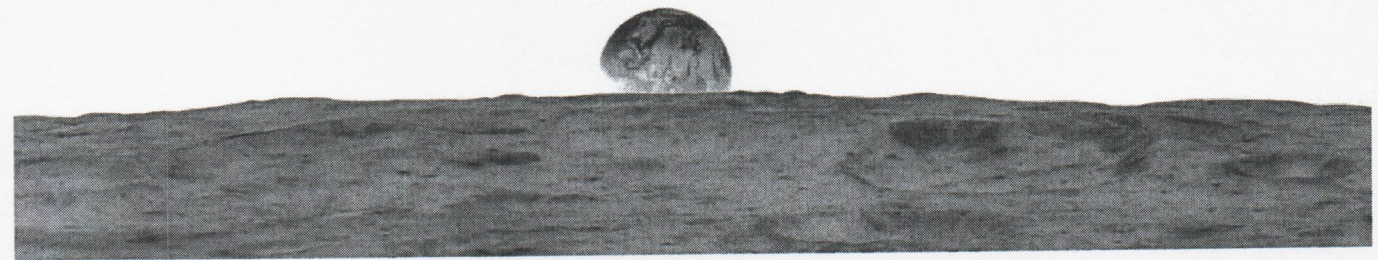
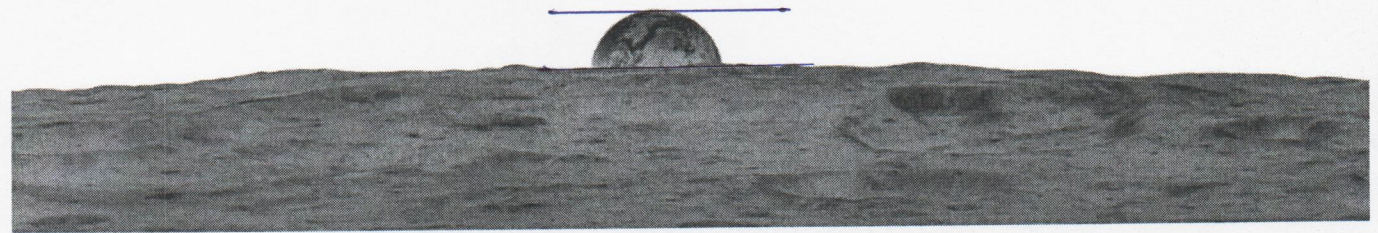
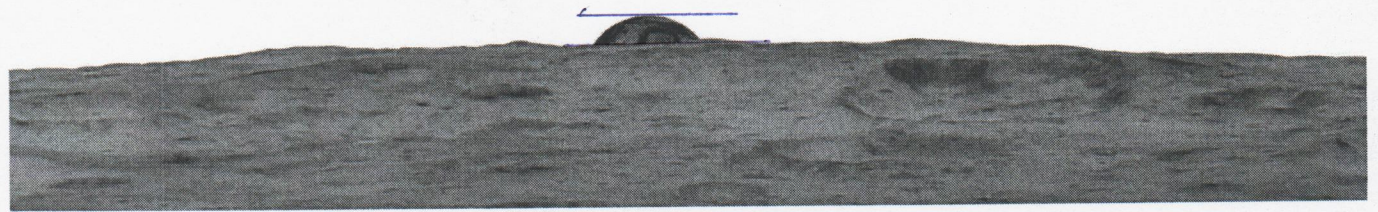
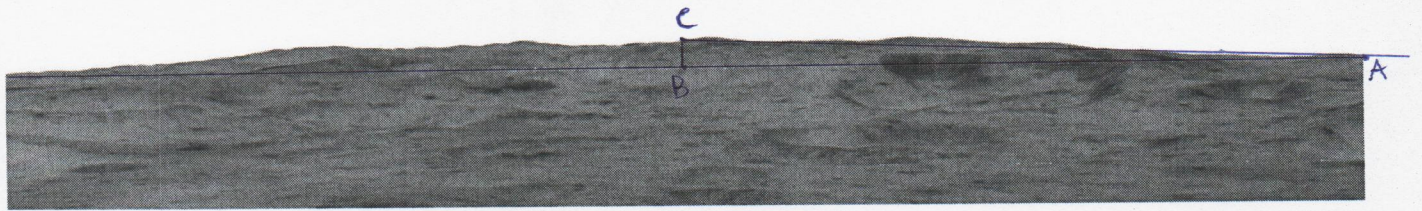


По оси абсцисс отложено время в сутках (начиная с 27 июля 2001 года), по оси ординат — поправка к фазовому углу в градусах. Подписи к точкам на графике — год получения соответствующих данных.

2. Серия снимков Земли на следующей странице была сделана космическим аппаратом, движущимся по круговой орбите вокруг Луны. Оцените, на какой высоте над поверхностью Луны летел аппарат, если известно, что интервал времени между соседними снимками равняется 8 секундам. Можно считать, что масса Луны в 81 раз меньше массы Земли, а диаметр — в 4 раза меньше диаметра Земли.

Решения задач и результаты олимпиады смотрите на сайте  
<http://school.astro.spbu.ru>







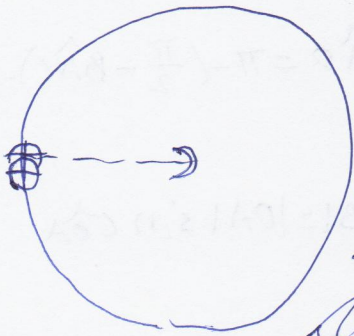


стр 2 из 5

Заметим, что на все сечения Земли  
 гравит. перпен. направлению Луны  $\Rightarrow$  сунт. что  
 Зем. гравит. вверх. Диаметр Земли возьмем  
 из послед. отпор.  $\hookrightarrow$  пом. циркулярн и мн.

$$D_{\oplus} = 17 \text{ км} \Rightarrow D_{\oplus} = 2R_{\oplus} = 2 \cdot 6400 \text{ км} = 12800 \text{ км}$$

$K_2 = \frac{1280 \text{ км}}{17 \text{ км}}$  Можно считать, что не Луна  
 гравит. вокруг Земли, а Земля вокруг Луны



Возьмем втор. и третью  
 сечения и помер. разницу  
 высот Земли (т.к. на перв. сечен.  
 не понятно где Земля, а при  
 новых углах подвига  $\sin \alpha = h$  (высота)

$$\Delta h = h_1 = 4 \text{ км} \quad h_2 = 8 \text{ км}$$

$$\Delta h = h_2 - h_1 = 4 \text{ км}$$

Синодический период Луны  $S \approx 25$  дней  
 $\phi$  больш. полуось орбиты Луны  $a \approx 385000 \text{ км}$   
 $\Rightarrow$  забвек. но если бы сунт. стоял на месте,  
 то то Земля бы подвинулась на  $\Delta h' = \frac{2\pi a}{S} \cdot 8 \text{ сек} =$

$$= \frac{2 \cdot 3 \cdot 385000 \text{ км}}{25 \text{ дней}} \cdot 8 \text{ сек} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 385000 \text{ км} \cdot 8 \text{ сек}}{5 \cdot 12 \cdot 3} = \frac{385 \text{ км}}{5 \cdot 3 \cdot 3} =$$

$\approx 8,5 \text{ км}$ . (Считаем, что за 6 сек. Луна скор. нулевая)  
 Это так, потому что Земля выхвот. из под руки (подвиг)

$$\Rightarrow \text{в мн. пройдем } \Delta h \cdot \frac{1}{K_2} = \frac{8,5 \text{ км}}{1280 \text{ км}} \cdot 17 \text{ км} \approx 1 \text{ км}$$

Это говорит нам о том, что сунт. гравит.  
 в направ. Земли.

стр. 3 из 5

81

$\Rightarrow$  т.к. разн. в 4 раза  $\Rightarrow$  углов. скор. инт.  
 вокруг Луны в 3 раза больше чем углов. скор. Земли  
 вокруг Луны  $\Rightarrow \omega_{\oplus} = \frac{2\pi}{5} \Rightarrow \omega_{\text{спут}} = 3 \cdot \frac{2\pi}{5} \text{ с}^{-1}$

$\Leftarrow$  период обратн. инт. вокруг Луны в 3 раза  
 меньше, чем инт. период. Земли  $\Rightarrow T_{\text{сп.}} = 8,3 \text{ дня}$   
 по 3 закону Кеплера

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G(M_{\oplus} + M_{\text{спут}})} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{T^2 G \frac{1}{80} M_{\oplus}}{4\pi^2}}$$

$M_{\text{сп.}} \ll M_{\oplus}$

$$a = \sqrt[3]{\frac{(3,5 \cdot 10^5 \text{ с})^2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5 \cdot 10^{24} \text{ кг} \cdot \frac{1}{80}}{4 \cdot 3^2 \cdot 80}} = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot 10^{10} \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5 \cdot 10^{16}}{36 \cdot 80}} = \sqrt[3]{\frac{10^{15}}{8}} = \frac{10^5}{2} = 5 \cdot 10^4 \text{ км}$$

1. то, что можно показать это графа  
 угла астероида опред. уравн.

$\varphi = f(t) = \omega_0 t + g(t)$ , где  $\omega_0$  - углов. скор. нач.  
 $t$  - время от начала расчёта  
 $g(t)$  - функ. поправки, завис. от времени.

т.к. на графике видно в магниту  
 не на безразрывную зависимость  
 то  $g(t)$  можно найти проинтерполировав  
 по 5 точкам, то получим кривую 4 порядка  
 а она выведет как крив. 2 порядка  $\Rightarrow$   
 интерпол. по 3 точкам (их 3)





$x_0 = 0$   $y_0 = 0$  смр 4 и 5 найдем координаты  $(x, y)$  в предельном

$$x_1 = 500 \cdot \frac{46}{31} \text{ мм} \quad y_1 = 50 \cdot \frac{18}{15} \text{ мм}$$

$$x_2 = 500 \cdot \frac{91}{31} \text{ мм} \quad y_2 = 50 \cdot \frac{60}{15} \text{ мм}$$

81

$$x_0 = 0 \text{ см} \quad y_0 = 0^\circ$$

$$x_1 = 745 \text{ см} \quad y_0 = 60^\circ$$

$$x_2 = 1500 \text{ см} \quad y_0 = 200^\circ$$

По интерполяционному лагранжу:

$$y(x) = y_0 \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} + y_1 \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} + y_2 \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} =$$

$$= 0^\circ \frac{(x-745)(x-1500)}{(0-745)(0-745-1500)} + 60^\circ \frac{(x-0)(x-1500)}{(745-0)(745-1500)} + 200^\circ \frac{(x-0)(x-745)}{(1500-0)(1500-745)} =$$

$$= 60^\circ \frac{x(x-1500)}{745 \cdot (-755)} + 200^\circ \frac{x(x-745)}{1500 \cdot 755} =$$

Считаем, что  $745 \approx 755 \approx \frac{1}{2} 1500$

$$= 60^\circ \left( \frac{x^2 - 1500x}{-\frac{1}{4} 1500^2} \right) + 200^\circ \left( \frac{x^2 - \frac{1}{2} 1500x}{\frac{1}{2} \cdot 1500^2} \right) =$$

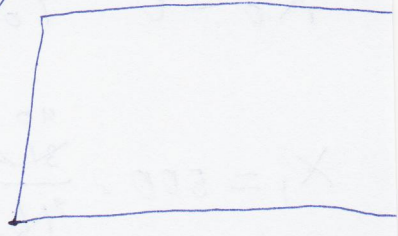
$$= -120^\circ \left( \frac{x^2 - 1500x}{\frac{1}{2} 1500^2} \right) + 200^\circ \left( \frac{x^2 - \frac{1}{2} 1500x}{\frac{1}{2} \cdot 1500^2} \right) =$$

$$= \frac{-120x^2 + 120 \cdot 1500x + 200x^2 - 100 \cdot 1500x}{\frac{1}{2} 1500^2} = \frac{80x^2 + 20 \cdot 1500x}{\frac{1}{2} 1500^2} =$$

$$= \frac{160}{1500^2} x^2 + \frac{40}{1500} x \quad \Rightarrow \quad g(t) \text{ измер. в град.}$$

смр 5 смр 5

$$t \text{ измер. в см.}$$



$$\Rightarrow \varphi = \varphi(t) = \omega_0 t + \frac{160}{1500^2} t^2 + \frac{40}{1500} t$$

П.к это астероид  $\Rightarrow$  у него нет хвоста,  
 ком. мож менять его условную скорость  $\Rightarrow$   
~~это может быть так~~ торможение астероида  
 вызвано силой трения гравитационного трения  
 которое вызвано массивными объектами  
 Солнечной системы.