Кир-2

№1.

Т.к. период обращения астероида отличается от периода обращения Земли в нецелое число раз, то точка противостояния будет смещаться, и возможных точек противостояния будет достаточно много, чтобы одна из них была близка к перигелию орбиты астероида, а другая – к афелию.

Т.к. астероид в противостоянии, то его поверхность полностью освещена, его абсолютная звёздная величина примерно одинакова.

$$\begin{cases} m_1 = 5\lg R_1 - 5 + M \\ m_2 = 5\lg R_2 - 5 + M \end{cases}$$

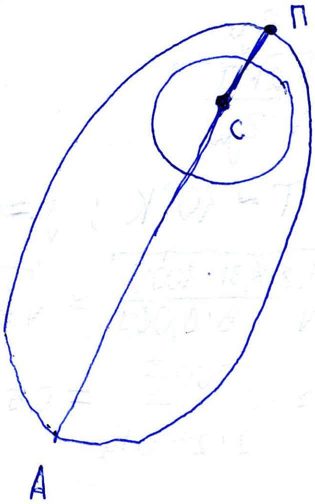
$$\Delta m = m_1 - m_2 = 5\lg R_1 - 5 + M - 5\lg R_2 + 5 - M = 5\lg R_1 - 5\lg R_2 = 5\lg\frac{R_1}{R_2}$$

$$5\lg\frac{R_1}{R_2} = 2{,}5$$

$$\lg\frac{R_1}{R_2} = 0{,}5$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{10} \approx 3{,}1$$

$$R_1 \approx 3{,}1 R_2$$



А – афелий, П – перигелий орбиты астероида

$A = R_1 + R_⊕$

$П = R_2 + R_⊕$ (орбита Земли почти круговая)

$$a = \sqrt[3]{T^2} = \sqrt[3]{(3{,}9)^2} \approx \sqrt[3]{16} = 2\sqrt[3]{2} \approx 2{,}5 \text{ а.е.} \quad (\text{III закон Кеплера})$$

$$a = \frac{A+П}{2} = \frac{R_1 + R_⊕ + R_2 + R_⊕}{2} = \frac{R_1+R_2}{2} + R_⊕ = \frac{3{,}1R_2 + R_2}{2} + R_⊕ \approx$$

$$\approx 2R_2 + R_⊕$$

$$2R_2 = a - R_⊕$$

$$R_2 = \frac{a - R_⊕}{2} = \frac{2{,}5\text{ а.е.} - 1\text{ а.е.}}{2} = 0{,}75 \text{ а.е.}$$

$$R_1 \approx 3 \cdot 0{,}75_{\text{а.е.}} = 2{,}25 \text{ а.е.}$$

$$1+e = \frac{A}{a} = \frac{R_1 + R_⊕}{a} = \frac{2{,}25\text{ а.е.} + 1\text{ а.е.}}{2{,}5\text{ а.е.}} = 1{,}3$$

$$1-e = \frac{П}{a} = \frac{R_2 + R_⊕}{a} = \frac{0{,}75\text{ а.е.} + 1\text{ а.е.}}{2{,}5\text{ а.е.}} = 0{,}7$$

$\Rightarrow$ $e = 0{,}3$

Кир-2

№2.

Характерный размер областей повышенной плотности $L \approx \frac{\lambda}{2}$.

$\frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2\nu}$, c – скорость распространения волн.

Для газа $c \approx \bar{v}$ ($\bar{v}$ – ср. квадратичная скорость частиц)

$$\begin{cases} p = \frac{3}{2} m_0 n \bar{v}^2 \\ pV = \nu RT \end{cases} \qquad \begin{cases} p = \frac{3}{2} m_0 n \bar{v}^2 \\ p = \frac{\nu RT}{V} = \frac{n}{N_A} RT \end{cases}$$

$$\frac{3}{2} m_0 \cancel{n} \bar{v}^2 = \frac{\cancel{n}}{N_A} RT$$

$$\frac{3}{2} m_0 N_A \bar{v}^2 = RT$$

$$\frac{3}{2} \mu \bar{v}^2 = RT$$

$$\bar{v}^2 = \frac{2RT}{3\mu}$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{2RT}{3\mu}}$$

В пламени $T \sim 10^3$ K; $\mu \approx 0{,}001 \frac{кг}{моль}$, т.к. преобладает атомарный водород.

$$\bar{v} \approx \sqrt{\frac{2 \cdot 8{,}31 \cdot 1000}{3 \cdot 0{,}001}} \approx \sqrt{5 \cdot 10^6} \approx 2200 \left(\frac{м}{с}\right)$$

$$L \approx \frac{c}{2\nu} \approx \frac{2200 \frac{м}{с}}{2 \cdot 2200 \text{ Гц}} \approx 0{,}5 \text{ м}$$

$L \approx 0{,}5$ м

Кир-2

№ 3.

Для того, чтобы проекция траектории Луны относительно Солнца на плоскость эклиптики не имела самопересечений, достаточно, чтобы скорость Луны относительно Солнца была ненулевой и не меняла направление на противоположное. Это верно для Луны, т.к. её орбитальная скорость вокруг Земли меньше, чем орбитальная скорость Земли вокруг Солнца.

$$F_{\odot} = \frac{G M_{\odot} m_{\text{☾}}}{R^2_{\oplus}}$$

$$F_{\oplus} = \frac{G M_{\oplus} m_{\text{☾}}}{R^2_{\text{☾}}}$$

($F_{\odot}$, $F_{\oplus}$ – силы притяжения Луны к Солнцу и к Земле)

$$\frac{F_{\odot}}{F_{\oplus}} = \frac{M_{\odot} R^2_{\text{☾}}}{M_{\oplus} R^2_{\oplus}} \approx \frac{2\cdot10^{30}\cdot(4\cdot10^{8})^2}{6\cdot10^{24}\cdot(1,5\cdot10^{11})^2} = \frac{\cancel{2}\cdot16\cdot10^{46}}{\underset{3}{\cancel{6}}\cdot2,25\cdot10^{46}} = \frac{16}{3\cdot2,25} = \frac{16}{6,75} = \frac{1600}{675} \approx$$

$\approx 2,3$, т.е. притяжение Солнца больше, но движение Луны по орбите в равновесии (Луна не падает на Солнце), значит центростремительное ускорение Луны направлено к Солнцу, а её скорость всегда больше 0, значит Луна не изменяет направления движения относительно Солнца на противоположное и ~~её~~ ~~радиус~~ кривизна её орбиты всегда направлена в одну сторону (орбита выпукла наружу). Значит и проекция траектории движения Луны относительно Солнца на плоскость эклиптики не имеет самопересечений и везде выпукла наружу.

Кир-2

№4 (продолжение).

$$E = \frac{LS\eta}{4\pi R^2}\cdot T \qquad (T - \text{время}) \qquad T = 1\,\text{год} = 86400\,\text{с}$$

$$E \approx \frac{10^{37}\,\text{Вт}\cdot 2\,\text{м}^2\cdot 0{,}3\cdot 86400\,\text{с}}{4\cdot 3{,}14\cdot(7{,}5\cdot 10^{10}\,\text{м})^2} \approx \frac{10^{37}\cdot 2\cdot 3\cdot 10^{-1}\cdot 8{,}64\cdot 10^{4}\,\text{Дж}}{4\cdot 3\cdot 7{,}5^2\cdot 10^{20}} = \frac{\cancel{2}\cdot\cancel{3}\cdot 8{,}64}{\underset{2}{\cancel{4}}\cdot\cancel{3}\cdot 7{,}5^2}\cdot 10^{20}\,\text{Дж} \approx$$

$$\approx 1{,}5\cdot 10^{20}\,\text{Дж}$$

Энергия излучения превосходит энергию звёздного ветра в

$$\alpha \approx \frac{1{,}5\cdot 10^{20}\,\text{Дж}}{1{,}1\cdot 10^{9}\,\text{Дж}} \sim 10^{11}$$

№4.

$$\frac{a^3(M+m)}{T^2} = \frac{a_\oplus^3(M_\odot+m_\oplus)}{T_\oplus^2}$$ (уточнённый III закон Кеплера)

m – масса звездолёта и $m_\oplus$ пренебрежимо малы.

$$\frac{a^3 M}{T^2} = \frac{a_\oplus^3 M_\odot}{T_\oplus^2} = \frac{1\,\text{а.е.}^3 \cdot 1 M_\odot}{1\,\text{год}^2} = 1$$

$$a^3 M = T^2$$

$$M = \frac{T^2}{a^3} = \frac{0{,}25^2}{0{,}5^3} = \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^3} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{1}{8}} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} M_\odot$$

Для поверхностного слоя звезды: $p = \frac{\rho R_g T}{\mu}$ и $p = \frac{\rho G M \Delta h}{R^2}$ (Δh – толщина слоя)

$$G M \Delta h \mu = R_g T R^2$$

$$L = \sigma T^4 \cdot 4\pi R^2 \Rightarrow T = \sqrt[4]{\frac{L}{4\sigma\pi R^2}}$$ (закон Стефана – Больцмана)

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{T_1 R_1^2}{T_2 R_2^2} = \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{\frac{2}{3}}$$

В $M_\odot$, $L_\odot$ и $R_\odot$: $M = L^{\frac{1}{4}} \cdot R^{\frac{2}{3}}$ (1)

Кроме того: $\lg R = \frac{1}{2}\lg L + 2\lg\left(\frac{T_\odot}{T_{ef}}\right)$ (2)

В год масса звёздного ветра $m_0 = \frac{1}{2} M_\odot \cdot 10^{-4} = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 10^{30}\,\text{кг}\cdot 10^{-4} = 10^{26}$ кг

Захватываемая ловушкой масса ~~солнечного~~ звёздного ветра $m = \frac{S}{4\pi R^2}\cdot m_0$

$$m = \frac{1\,\text{м}^2 \cdot 10^{26}\,\text{кг}}{4\cdot 3{,}14\cdot(750\,000\,000\,000\,\text{м})^2} = \frac{1\,\text{м}^2\cdot 10^{26}\,\text{кг}}{4\cdot 3{,}14\cdot 7{,}5^2\cdot 10^{20}} = \frac{1}{4\cdot 3{,}14\cdot 56{,}25}\cdot 10^6\,\text{кг} \approx$$

$$\approx \frac{1}{700}\cdot 10^6\,\text{кг} = \frac{1}{7}\cdot 10^4\,\text{кг} \approx 1{,}4\cdot 10^3\,\text{кг}$$

Его энергия: $E = \frac{mV^2}{2} = \frac{1{,}4\cdot 10^3\,\text{кг}\,(4\cdot 10^5)^2\,\frac{\text{м}}{\text{с}}}{2} = \frac{1{,}4\cdot 16\cdot 10^8\,\text{Дж}}{2} \approx 11\cdot 10^8\,\text{Дж} =$

$= 1{,}1\cdot 10^9$ Дж

Из соотношений (1), (2): $\lg L = \frac{12}{7}\left(\lg M - \frac{1}{3}\lg\left(\frac{T_\odot}{T_{ef}}\right)\right)$

$$L \approx \left(\frac{M}{\sqrt[3]{\frac{T_\odot}{T_{ef}}}}\right)^2 \approx \left(\frac{\frac{1}{2}}{\sqrt[3]{\frac{3}{2}}}\right)^2 \approx \left(\frac{0{,}5}{1{,}2}\right)^2 \approx 0{,}16 L_\odot \approx$$

$\approx 10^{37}$ Вт

Кир-2

№5.

В момент захода $\cos A = -\frac{\sin\delta}{\cos\varphi}$

$\cos A \cos\varphi = -\sin\delta$

$\sin\delta = -\cos A \cos\varphi$