Мос-30
11 кл

№2

~~Т.к. между первым и последним снимком прошло 5·8=40 с, вращением Земли вокруг своей оси можно пренебречь.~~

Если бы камера была направлена всё время в направлении на одни и те же далёкие звёзды, то расстояние между направлением на центр Земли и нижним краем снимка менялось бы очень медленно и, за 5·8= 40 секунд это изменение не было бы заметно. Но не меняется угол между направлением на край Луны и нижним краем снимка (20 мм по вертикали). Значит, неизменно направление на центр Луны (или его можно принять неизменным на данном промежутке времени).

Отметим на каждом снимке самую верхнюю точку диска Земли (её видно и на 1 снимке), восстановим из неё перпендикуляр и найдём их координаты на снимке в мм (левый нижний угол каждого снимка — (0;0)). Затем найдём изменение этих координат в градусах (диаметр Земли — 17 мм — измеряется между самыми удалёнными друг от друга точками серпа), или $4\cdot 30' = 2^\circ$ в небе Луны):

N	x (мм)	y (мм)
1	80	20
2	81	24
3	82	27,5
4	83	31
5	84	35
6	85	38

$$\Delta = \sqrt{1^2 + 3{,}75^2}\ \text{мм} = \sqrt{15}\ \text{мм} \approx 3{,}9\ \text{мм}$$

$$\Delta = \frac{3{,}9\ \text{мм}}{17\ \text{мм}} \cdot 2^\circ \approx 0{,}46^\circ$$

$$v = 0{,}46^\circ / 8\ \text{с} = 3{,}45^\circ/\text{мин}$$

$$T = \frac{360^\circ}{v} = \frac{360^\circ}{3{,}45^\circ/\text{мин}} = 104\ \text{мин}$$

Т.к. 104 мин << 27,5 сут, то вращением Луны вокруг Земли можно пренебречь.

$$\frac{a^3}{GM} = \frac{T^2}{4\pi^2}, \text{ тогда } \frac{a_{сп.}^3 \cdot (M_З + M_Л)}{M_Л \cdot a_Л^3} = \frac{T_{сп}^2}{T_Л^2}$$ (сравниваем с системой Земля-Луна), т.е.

$$\frac{a_{сп.}}{a_Л} = \sqrt[3]{\frac{T_{сп}^2 \cdot M_Л}{T_Л^2 \cdot (M_З + M_Л)}}, \quad \frac{a_Л}{a_{сп.}} = \sqrt[3]{\frac{T_Л^2 \cdot 5 M_Л}{T_{сп}^2 \cdot M_Л}} \approx$$

$$\approx \sqrt[3]{5 \cdot \left(\frac{660 \cdot 60\ \text{мин}}{104\ \text{мин}}\right)^2} \approx \sqrt[3]{5 \cdot 380^2} \approx 5 \cdot \sqrt[3]{376^2} \approx 5 \cdot 18 = 90$$

$$a_{сп.} = \frac{384400\ \text{км}}{90} = 4300\ \text{км}$$

$$h_{над\ пов.} = a_{сп.} - R_{Луны} = 4300\ \text{км} - 1700\ \text{км} = 2600\ \text{км}$$

Ответ: спутник летит на высоте 2600 км над поверхностью Луны.

№1

Скорее всего, ускорение вращения астероида связано с так называемым YORP-эффектом (из-за неравномерности альбедо и формы неоднородности астероида давление солнечного света на одну его половину больше, чем на другую, из-за чего вращение спутника ускоренное).

Заметим, что $\Delta\varphi \sim t^2$ ~~(0 — 0, 500 — 25, 1000 — 100~~ (см. таблицу $\Delta\varphi(t)$)

$\Delta\varphi, ^\circ$	t, сут
0	0
25	500
100	1000
225	1500

$$\boxed{\Delta\varphi = \frac{at^2}{2} \text{ при } a = \frac{50}{500^2}\ ^\circ/\text{сут}^2}$$

$$\Delta\varphi(0) = \frac{50}{2\cdot 500^2}\cdot 0^2 = 0$$

$$\Delta\varphi(500) = \frac{50}{2\cdot 500^2}\cdot 500^2 = \frac{50}{2} = 25$$

$$\Delta\varphi(1000) = \frac{50}{2\cdot 500^2}\cdot 1000^2 = \frac{200}{2} = 100$$

$$\Delta\varphi(1500) = \frac{50}{2\cdot 500^2}\cdot 1500^2 = \frac{450}{2} = 225$$

Движение равноускоренное (т.к. график отличия от линейной зав. — парабола) на больших масштабах, $t \gg T_{вращ.}$

Тогда $\boxed{\varphi(t)} = vt + \Delta\varphi(t) = \boxed{v_0 t + \frac{at^2}{2}}$

$$a = \frac{50}{500^2}\ ^\circ/\text{сут}^2 = \frac{50}{500\cdot 500}\ ^\circ/\text{сут}^2 = \frac{1}{5000}\ ^\circ/\text{сут}^2,$$

v_0 — средняя угловая скорость вращения астероида вокруг своей оси на 27 июля 2001 года — невозможно определить, т.к. в формулу $\Delta\varphi(t)$ она не входит ($\Delta\varphi(t) = \varphi(t) - vt$)

Фазовый угол в формуле можно брать по модулю 360°.

Скорость v_0 можно было бы определить, если бы были даны измерения фазового угла на графике с меньшим масштабом и меньшей погрешностью (из-за неравномерности альбедо и шарообразности астероида ускорение в течение одного периода обращения непостоянно, однако на больших масштабах его можно считать постоянным). Из-за неровности графика можно было бы определить период обращения T_0. Тогда $v_t = v_0 + at$, т.е. $v_0 = v_t - at = \frac{360^\circ}{T_{обр.}} - at$.

Но большая погрешность всех точек на графике не даёт измерить период, т.к. любые 2 точки на графике могут содержать в себе целое число периодов (а могут и не содержать).

Ответ: $\varphi(t) = v_0 t + \frac{at^2}{2}$, взятое по модулю 360°;

$a = \frac{1}{5000}\ ^\circ/\text{сут}^2$;

v_0 не определяется с помощью данного графика;

наиболее возможная причина — YORP-эффект.