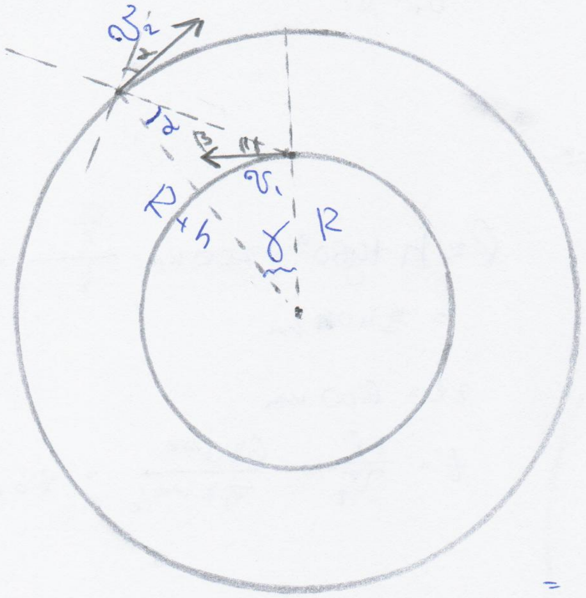
 189

Задача №1:

* все величины в СИ



Пусть наблюдатель на экваторе, и движение спутника происходит в сторону, обратную движению Земли.

v_2 – скорость спутника

v_1 – скорость наблюдателя

$$v_2 = \sqrt{\frac{GM_\oplus}{R_\oplus + h}} = \sqrt{\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}}{6600000}} = \sqrt{\frac{6\cdot 10^{13}}{10^6}} = 10^3\sqrt{60} \approx 7{,}7\cdot 10^3 \text{ м/с}$$

$$v_1 = \omega_\oplus R_\oplus = \frac{2\pi}{T_\oplus} R_\oplus = \frac{2\pi}{24\cdot 3600}\cdot 6400000 = \frac{6\cdot 6{,}4}{24\cdot 3{,}6}\cdot\frac{10^6}{10^3} = \frac{1}{24}\cdot 10^4 = 400 \text{ м/с}$$

$$\omega = \frac{v_2\cos\alpha + v_1\sin\beta}{r}$$

$$r^2 = R^2 + (R+h)^2 - 2R(R+h)\cos\gamma$$

$\alpha + 90^\circ + \beta + \gamma = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 90^\circ$ $\quad \alpha = 0 \quad \beta = 90^\circ \quad \gamma = 0^\circ$

$\omega = max$ при $(v_2\cos\alpha + v_1\sin\beta) = max$ $\quad r = min$, т.е. $\cos\alpha = 1$ $\sin\beta = 1$ $\cos\gamma = 1$

т.е. $\alpha = 0^\circ$ $\beta = 90^\circ$ $\gamma = 0^\circ$,

т.е. когда спутник в зените

$$\omega_{max} = \frac{v_2 + v_1}{\sqrt{R^2 + (R+h)^2 - 2R(R+h)}} = \frac{8{,}1 \text{ км/с}}{\sqrt{6400^2 + 6600^2 - 2\cdot 6400\cdot 6600} \text{ км}} = \frac{8{,}1 \text{ км/с}}{(6600 - 6400) \text{ км}} = \frac{8{,}1}{200} \frac{\text{рад}}{\text{с}} = \frac{1}{25} \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

Найдём когда $\omega = \omega_{max}/2$

$$\begin{cases} \frac{1}{50} \frac{\text{рад}}{\text{с}} = \frac{v_2\cos\alpha + v_1\sin\beta}{\sqrt{R^2 + (R+h)^2 - 2R(R+h)\cos\gamma}} \\ \frac{R}{\sin\alpha} = \frac{R+h}{\sin(90^\circ+\beta)} = \frac{R+h}{\cos(-\beta)} = \frac{R+h}{\cos\beta} \\ \alpha + \beta + \gamma = 90^\circ \end{cases}$$

$\frac{\cos\beta}{\sin\alpha} = \frac{R+h}{R} \approx 1 \Rightarrow \cos\beta \approx \sin\alpha \Rightarrow$
$\Rightarrow \sin\beta \approx \cos\alpha$

~~$\cos\gamma = \cos(90^\circ - (\alpha+\beta))$~~

$\cos\gamma = \cos(90^\circ - (\alpha+\beta)) = \cos 90^\circ \cos(\alpha+\beta) + \sin 90^\circ \sin(\alpha+\beta) = \sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha =$

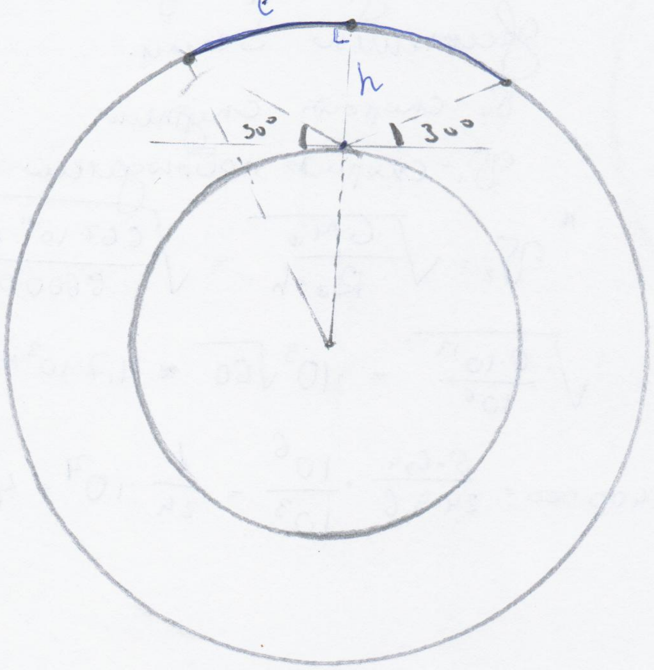
$= \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

продолжение задачи №1:

$$\frac{\sqrt{\quad}}{v_1+v_2} \cdot \frac{1}{50}\ рад/с = \cancel{\sin\beta} = \frac{\sqrt{R^2+(R+h)^2-2R(R+h)}}{v_1+v_2}\ \frac{1}{50} = \frac{25}{50} = \frac{1}{2}$$

$\beta = 30^\circ$

$\omega > \frac{\omega_{max}}{2}$



$l \approx h\, tg 60^\circ = 200\ км \cdot \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = 1{,}7 \cdot 200\ км =$

$= 340\ км$

$2l = 680\ км$

$t = \frac{2l}{v_2} = \frac{680\ км}{7{,}7\ км/с} = 88\ с$

Ответ: $1^m\ 28^s$

Задача №5:

~~h для геостац. $\approx$ 40 тыс. км.~~

$$\cancel{v_{III\,к} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2 v_{II\,к\oplus} + v_{II\,к\odot}}}$$

Задача №4:

$n \approx 20T^3$

Галактика: $\overset{b}{200}$ млрд звёзд тип Солнца

$T_\odot = 5600$ K

$n \approx 20\cdot(5600)^3 \, \frac{1}{см^3}$

$N_\Sigma = n\cdot V\cdot b = 20\cdot(5600)^3\cdot \underset{[см^3]}{V}\cdot 2\cdot10^{11} = \cancel{\ldots} V\, 4\cdot 56^3\cdot10^6\cdot10\cdot10^{11} =$

$= 7\cdot10^5\cdot10^{18}\, V = 7\cdot10^{23}\, V$

штрихованное пространство - пространство в непосредственной близости от АЧТ, ~~следовательно~~ объем штрих. пр-ва равен V.

Очевидно, ответ очень зависит от того, что понимать под „непосредств. близостью".

Чернотельное приближение можно использовать к излучению фотосферы, её высота несколько сотен км => $h = 10^5$ м $= 10^7$ см

$V = 4\pi R_{зв}^2\cdot h = 12\cdot(700\,000\,000)^2\cdot 10^5$ м^3 =

$= 12\cdot 49\cdot10^{16}\cdot10^5$ м^3 $= 6\cdot10^{23}$ м^3 $= 6\cdot10^{29}$ см^3

$N_\Sigma = 7\cdot10^{23}\cdot 6\cdot10^{29} = 42\cdot10^{52} \approx 10^{53}$

Ответ: 10^{53} фотонов

Задача №2:

$D_p = 6$ см $N_p = 28$ гал. ~~учитывая, что он имел возможность из Парижа наблюдать только~~

из Парижа было видно меньше, чем всё небо за год, по количеству галактик, которое он не увидел, т.к. они просто не восходили над горизонтом, мы пренебрежём.

Совр. опт. телескопы имеют $D \approx 10$ м (напр., долгое время телескоп $D = 6$ м БТА был самым крупным рефлектором в мире)

можно наблюдать отдельные звёзды => галактика разрешима с помощью телескопа. Разрешение ограничено:

$\frac{\lambda}{D}$ - дифр. предел в идеальных условиях.

$\frac{\lambda}{D_p} = \varphi_p$

Предположим, что все спир. галактики примерно одинаковы по яркости и размеру и в пр-ве они распределены равномерно.

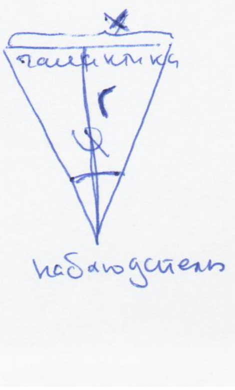
$$\varphi_p = \frac{550 \cdot 10^{-9} \text{ м}}{6 \cdot 10^{-2} \text{ м}} \text{ рад} = \frac{5{,}5}{6} \cdot 10^{-5} \text{ рад} = \frac{5{,}5}{6} \cdot \frac{10^{-5} \cdot 180° \cdot 3600''}{\pi} =$$

$$= \frac{5{,}5 \cdot 1{,}8 \cdot 3{,}6}{6 \cdot \pi}'' = \frac{5{,}5 \cdot 1{,}8 \cdot 0{,}6}{\pi}'' = 11 \cdot 1{,}8 \cdot 0{,}1'' = 1{,}98'' \approx 2''$$

Сейчас, если вынести телескоп за пределы атмосферы (создать идеальные условия) можно достичь:

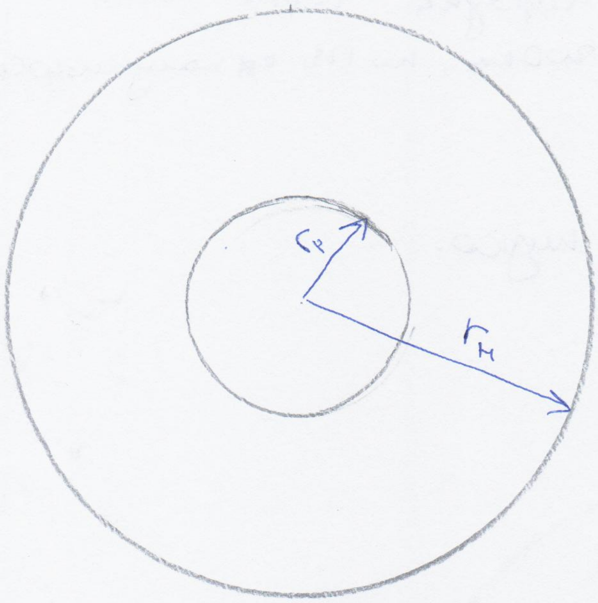
$$\varphi_н = \frac{550 \cdot 10^{-9}}{10} \cdot \frac{180 \cdot 3600}{\pi}'' = \frac{5{,}5 \cdot 1{,}8 \cdot 3{,}6}{\pi} 10^{-3}'' = 5{,}5 \cdot 1{,}8 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-3}'' =$$

$$= 11 \cdot 0{,}6 \cdot 1{,}8 \cdot 10^{-3}'' = 6{,}6 \cdot 1{,}8 \cdot 10^{-3} \approx 12 \cdot 10^{-3}'' = 10^{-2}''.$$



$$\varphi = \frac{x}{r} \qquad \frac{\varphi_p}{\varphi_н} = \frac{x}{r_p} \cdot \frac{r_н}{x} = \frac{r_н}{r_p} = \frac{2}{10^{-2}} = 200$$

продолжение задачи №2:



$$\frac{V_н}{V_р} = \frac{N_н}{N_р}$$

$$N_н = N_р \cdot \left(\frac{r_н}{r_р}\right)^3 = 28 \cdot (200)^3 = 28 \cdot 8 \cdot 10^6 = 224 \cdot 10^6 = 2{,}2 \cdot 10^8$$

Но если быть на Земле, то лучшее разрешение, которого можно добиться ~~...~~ в оптич. диапазоне, составляет около 0,1'', так что кол-во галактик будет около

$$N_н = N_р \cdot \left(\frac{2}{10^{-1}}\right)^3 = 28 \cdot 8 \cdot 10^3 = 224 \cdot 10^3 = 2{,}2 \cdot 10^5.$$

Задача №3:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{M_⊕ G}} \qquad \left(\frac{T^2}{4\pi^2} M_⊕ G\right)^{\frac{1}{3}} = a$$

$$a = \left(\frac{(134 \cdot 60)^2}{4\pi^2} 6 \cdot 10^{24} \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{134^2 \cdot \cancel{36} \cdot 10^2}{\cancel{4\pi^2}} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11}\right)^{\frac{1}{3}} =$$

$$= (134^2 \cdot 36 \cdot 10^{15})^{\frac{1}{3}} = 10^5 \cdot (2^4 \cdot 3^2 \cdot 11^2 \cdot 3^2 \cdot 2^2)^{\frac{1}{3}} =$$

$$= 10^5 \cdot 2^2 \cdot 3^{\frac{4}{3}} \cdot 11^{\frac{2}{3}} = 2^4 \cdot 10^5 \cdot 5 = 2^3 \cdot 10^6 = 8 \text{ тыс.км.}$$

т.е. $h = 1{,}6$ тыс.км.

$r_a = a(1+e) = 1{,}184 \cdot 8$ тыс.км. $= 9{,}472$ тыс.км

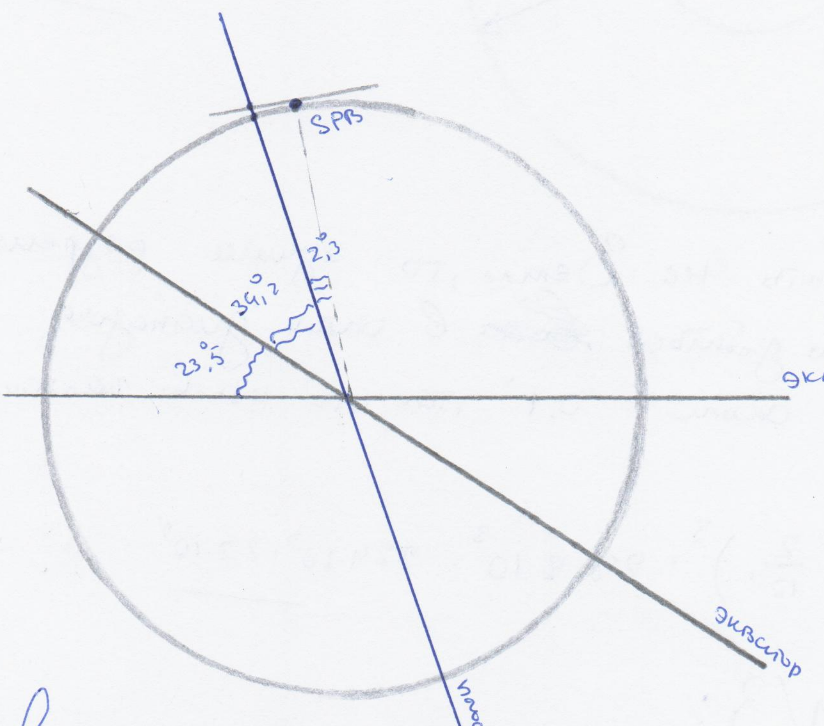
$r_p = a(1-e) = 0{,}816 \cdot 8$ тыс.км. $= 6{,}528$ тыс.км.

Страница 6/7

продолжение задачи №3:

получается, что в перигее его расстояние до Земли составляет порядка 12 км (хотя min высота спутников ~ 200 км, но 12 км получилось из-за погрешности счёта)

Замечу, что это очень низко.



Находясь в перигее своей орбиты, спутник будет виден на горизонте, а поскольку на горизонте сильное поглощение (свет проходит больший, чем при наблюдении в зените, путь через атмосферу), а также возможны искажения, то лучше будет видно спутник в апогее (когда он выше).,
а алюминий отражает свет во все стороны.

Ответ: в апогее.

Задача №5:

Чтобы покинуть солнечную систему, необходимо на расстоянии r от Солнца обладать II косми. для Солнца скоростью (или большей):

$$v = \sqrt{\frac{2M_{\odot}G}{r}} = \sqrt{2}\, v_{\oplus} = \sqrt{2} \cdot 30 \text{ км/с} = 42 \text{ км/с} \text{ при } r = a_{\oplus}$$

для спутника:
радиус геостационарной орбиты порядка 50 тыс. км.

$$v = \omega_{\oplus} \cdot R_{г} = \frac{2\pi}{24 \cdot 3600} \cdot 5 \cdot 10^7 \frac{м}{с} = \frac{5}{12 \cdot 1200} 10^7 \frac{м}{с} = \frac{5 \cdot 10^5}{12^2} \frac{м}{с} = \frac{10^5}{29} \frac{м}{с} \approx 3{,}4 \frac{км}{с}$$

Сначала ему необходимо освободиться от зависимости от Земли, т.е. обрести вторую косм. скорость отис. Земли, т.е. $\sqrt{2}\, v \approx 4{,}76 \frac{км}{с}$

для движения с переменной массой справедливо:

$$\frac{m_0}{m} = e^{\frac{v}{v_0}}, \quad v_0 = 3{,}4 \frac{км}{с} \quad v = 4{,}76 \frac{км}{с} \quad m_0 = (6{,}4+1) \cdot 10^3 кг = 7{,}4 \cdot 10^3 кг$$

$$m = \frac{7{,}4 \cdot 10^3 кг}{e^{\sqrt{2}}} \approx \frac{7{,}4 \cdot 10^3 кг}{e^{1{,}4}} \approx \frac{7{,}4}{4{,}5} т = 1{,}644 т \approx 1{,}6 т = m_0'$$

если он полетит по направлению движения Земли по орбите, то его скорость относ. Солнца будет:

$$(30 + 4{,}76) \frac{км}{с} = 34{,}76 \frac{км}{с}$$

и далее, чтобы поднять скорость до $42 \frac{км}{с}$ ему надо было бы иметь топлива + массы ракеты:

$$\frac{m_x}{1 т} = e^{\frac{42}{35}} \approx 2{,}7^{1{,}1} > m_0' \Rightarrow$$ топлива не хватит, чтобы улететь. Но вообще говоря, если так рассчитать орбиту, чтобы сделать грав. маневры у больших планет (Юпитера, Сатурна), то можно было бы при больших усилиях улететь.

Ответ: с доступными ресурсами улететь не удастся – топлива