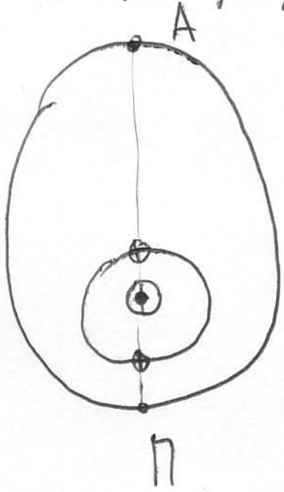
Cap-7	КОД

1	2	3	4	5	Σ

Задача 1.

$\boxed{\text{Сар-7}}$

Дано: $T = 3{,}9$ года; $\Delta m = 2{,}5^m$. Опред.: e.



$\boxed{\text{Второй ответ } >1 \Rightarrow \text{не подходит}}$

Т.к. орбита Земли круговая, то явно мин. и макс. блеск наблюдаются в перицентре и апоцентре орбиты астероида.

$$I_П = \frac{L_\odot \cdot S \cdot A}{4\pi r_П^2 \, 4\pi (r_П - a_\oplus)^2} = \frac{\alpha}{r_П^2 (r_П - a_\oplus^2)} -$$

блеск астероида в перицентре.

$$I_A = \frac{L_\odot \, S \cdot A}{4\pi r_A^2 \, 4\pi (r_A - a_\oplus)^2} = \frac{\alpha}{r_A^2 (r_A - a_\oplus)^2}$$

$$\Delta m = 2{,}5 \lg \frac{I_П}{I_A} = 5 \lg \frac{r_A (r_A - a_\oplus)}{r_П (r_П - a_\oplus)}$$

$$\sqrt{10} = \frac{a(1+e)(a(1+e) - a_\oplus)}{a(1-e)(a(1-e) - a_\oplus)}; \quad \frac{T^2}{T_\oplus^2} = \frac{a^3}{a_\oplus^3};$$

$$a = a_\oplus \left(\frac{T}{T_\oplus}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$\sqrt{10} = \frac{1+e}{1-e} \cdot \frac{\left(\frac{T}{T_\oplus}\right)^{\frac{2}{3}}(1+e) - 1}{\left(\frac{T}{T_\oplus}\right)^{\frac{2}{3}}(1-e) - 1}$$

$$\sqrt{10}\,(1-e)(2{,}5(1+e) - 1) = (1+e)(2{,}5 + 2{,}5e - 1)$$

$$3{,}2(1-e)(1{,}5 - 2{,}5e) = (1+e)(1{,}5 + 2{,}5e)$$

$$3{,}2 \cdot 1{,}5 - 3{,}2 \cdot 2{,}5e - 3{,}2 \cdot 1{,}5e + 2{,}5e^2 \cdot 3{,}2 =$$

$$= 1{,}5 + 2{,}5e + 1{,}5e + 2{,}5e^2$$

$$2{,}5e^2 \cdot 2{,}2 - e(3{,}2 \cdot 4 + 4) + 1{,}5(3{,}2 - 1) = 0$$

$$e^2 - \frac{4e \cdot 4{,}2}{2{,}5 \cdot 2{,}2} + \frac{1{,}5}{2{,}5} = 0$$

$\boxed{e = 0{,}3}$ $\quad e^2 - 3e + 0{,}6 = 0; \; e = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 2{,}4}}{2}; \; e = \frac{3 \pm 2{,}4}{2};$

$2{,}4 \times 2{,}4$: 96, 48, $5{,}76$

$168 \,|\, 55$; -165; $3{,}04$; $3{,}00$

$3{,}9^2$: $3{,}9 \times 3{,}9$: 351, 117, $15{,}21$

$6{,}6$

$2{,}3 \times 2{,}3$: 69, 46, $5{,}29$

$15{,}21^{\frac{1}{3}}$

$4{,}84 \times 2{,}2$

$2{,}5 \times 2{,}5 = 6{,}25$

$2{,}2 \times 2{,}2$: 44, 44, $4{,}84$

$6{,}25 \times 2{,}5$: 3075, 1250, $15{,}575$

$3{,}1 \times 3{,}1$: 31, 93, $9{,}61$

$3{,}2 \times 3{,}2$: 64, 96, $10{,}24$

$4{,}2 \times 4 = 16{,}8$

$2{,}5 \times 2{,}2$: 50, 50, $5{,}50$

Задача 2

$\boxed{\text{Сср - 7}}$

$\nu = 2-3$ КГц.

$v = \lambda \nu = \sqrt{\frac{\gamma R T}{\mu}}$ где $\gamma = \frac{5}{3}$ - т.к. плазма (одноатомный водород).

T порядка 10^6 К (чтобы была плазма)

$\lambda = \sqrt{\frac{\gamma R T}{\mu \nu^2}}$

$R \gg \lambda$, чтобы область повышенной плотности была стабильной.

$R_{min} = 10\lambda = 10\sqrt{\frac{5 \cdot 8{,}31 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^{-3} \cdot 8{,}31 \cdot 10^6}}$ м $= \sqrt{\frac{5 \cdot 1000 \cdot 100}{3}} = 100\sqrt{\frac{50}{3}}$

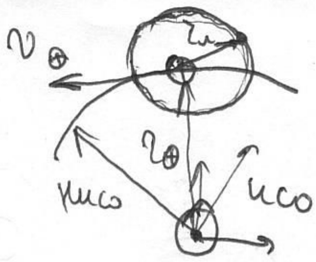
$50 : 3 = 16{,}8\ldots$ ($50 - 48 = 20$)

$\frac{50}{3} \approx 17$; $\sqrt{17} \approx 4$.

$R_{min} \approx 400$ м.

Задача 3.

$\boxed{\text{Сар-7}}$



$\vec{v}_a = \vec{v}_{отн} + \vec{v}_{пер} + [\vec{\omega}; \vec{r}]$

$\vec{\omega}$ – угловая скорость вращения Земли.

$\vec{v}_{пер} = 0$, т.к. центр. координат не подвижен.

$\odot\vec{\omega}$

$\vec{r} = \vec{r}_\oplus + \vec{r}_л$

$\vec{v}_a = \vec{v}_{отн} + \vec{v}_\oplus + [\vec{\omega}; \vec{r}_л]$

$[\vec{\omega}; \vec{r}_л]$ лежит в плоскости эклиптики.

$$v_л = \frac{2\pi}{T}\cdot a_л = \frac{2\pi\cdot 384400}{29{,}5\cdot 24\cdot 3600}\,\frac{км}{с} = \frac{6\cdot 3{,}8\cdot 10^5}{30\cdot 24\cdot 3{,}6\cdot 10^3}\,\frac{км}{с} =$$

$$= \frac{380}{30\cdot 4\cdot 3{,}6}\,\frac{км}{с} = \frac{38}{12\cdot 3{,}6}\,\frac{км}{с};$$

38 | 12
−36 | 3,166...
20
−12
80
−72
8

$\times\frac{3{,}17}{3{,}6}$ $\frac{3{,}17}{3{,}60}$

$$v_л = \frac{3{,}17 + 0{,}43 - 0{,}43}{3{,}6} = \left(1 - \frac{43}{360}\right)\frac{км}{с} \approx$$

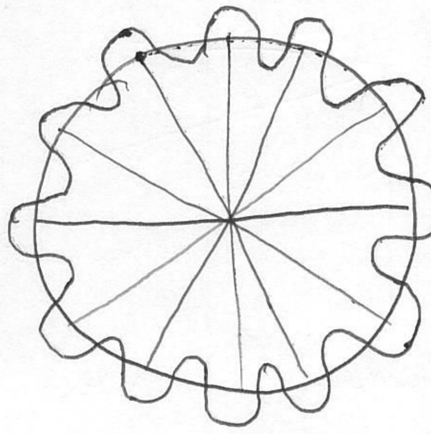
43 | 360
−0 | 0,11
430
−360
700

$= 0{,}9\,\frac{км}{с}$; $v_\oplus = 30\,\frac{км}{с}$.

$v_\oplus \gg v_л$; $\omega\cdot r_л \approx \frac{2\pi}{T_\oplus}\cdot 384400 = \frac{v_л}{12\,T_\oplus}$

$\omega r_л \ll v_л$. Пренебрежём $\omega r_л$ по сравнению с $v_л$ и $v_\oplus$

Т.к. $v_\oplus \gg v_л$, самопересечений не будет.



Примерная ~~траектория~~ проекция траектории движения Луны от-но Солнца на плоскость эклиптики.

Т.к. узлы орбиты смещаются, то самопересечений не будет.

Траектория везде выпукла наружу, т.к. нет мест где бы производная радиус-вектора не существовала.

Задача 4.

$\boxed{\text{Сор-7}}$

Дано: $a = 0{,}5$ а.е.; $T = 0{,}25$ года; $S_1 = 1\ м^2$; $S_2 = 2\ м^2$; $k = 30\%$; $\mu = 10^{-14}\ \frac{С.М.}{год}$; $v = 4 \cdot 10^2\ \frac{км}{с}$. Опред.: α.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM}}; \quad \frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{a^3}{GM}; \quad M = \frac{4\pi^2 a^3}{G T^2}$$

$$M_\odot = \frac{4\pi^2 a_\odot^3}{G T_\odot^2}$$

$$\frac{M}{M_\odot} = \frac{\left(\frac{a}{a_\odot}\right)^3}{\left(\frac{T}{T_\odot}\right)^2} = \frac{0{,}5^2 \cdot 0{,}5}{0{,}25 \cdot 0{,}25} = 2$$

$L = 2^4 = 16$ - столько солнечных светимостей у этой звезды.

$(L = M^4)$ - в солнечных единицах.

$$\mu = \frac{10^{-14} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{30}\ кг}{год} = 4 \cdot 10^{16}\ \frac{кг}{год} = \frac{4 \cdot 10^{16}}{365 \cdot 24 \cdot 3600}\ \frac{кг}{с} =$$

$$= \frac{10^{16}}{6 \cdot 3600 \cdot 365}\ \frac{кг}{с};$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times\ 6 \\ \hline 216 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 216 \\ \times\ 365 \\ \hline 1080 \\ +1296 \\ 648 \\ \hline 78840 \end{array}$$

$$\mu = \frac{10^{16}}{7{,}9 \cdot 10^6}\ \frac{кг}{с} = \frac{10^{10}}{7{,}9}\ \frac{кг}{с}.$$

$$\alpha = \frac{K_1}{K_2}; \quad K_1 = \frac{k\, 16 L_\odot S_1}{4\pi a^2}; \quad K_2 = \frac{\mu S_2 v^2}{4\pi a^2 \cdot 2} = \frac{\mu v^2 S_1}{4\pi a^2}.$$

$$\alpha = \frac{16 L_\odot k}{\mu v^2} = \frac{16 \cdot 4 \cdot 10^{26} \cdot 0{,}3 \cdot 7{,}9}{10^{10} \cdot 16 \cdot 10^4 \cdot 10^6} = 1{,}2 \cdot 7{,}9 \cdot 10^6;$$

$$\begin{array}{r} 7{,}9 \\ \times\ 1{,}2 \\ \hline 158 \\ +\ 79 \\ \hline 9{,}48 \end{array}$$

$$\boxed{\alpha \approx 10^7}$$

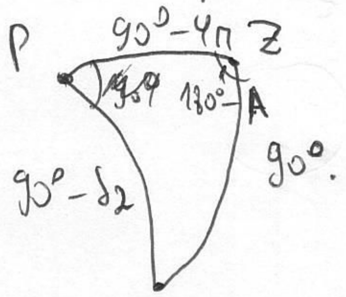
Задача 5. $\boxed{\text{Ср - 7}}$

$\varphi = 10^\circ$; $A = 160^\circ$.

Четыре сложенных пальца имеют размер порядка 7 см. Расстояние от глаз до них при вытянутой руке около 70 см.

$\rho < 0{,}1$ рад. – угловое расстояние между звёздами.

$\varphi_п = 60^\circ$ – широта Петербурга.



$$\cos(90^\circ - \delta_2) = \cos(90^\circ - \varphi_п)\cos 90^\circ + \sin(90^\circ - \varphi_п)\sin 90^\circ \cos(180^\circ - A)$$

$$\sin\delta_2 = -\cos\varphi_п \cos A = -\frac{1}{2}\cdot(1- =$$

$$= -\frac{1}{2}\cdot\cos(180^\circ - 20^\circ) = \frac{1}{2}\cos 20^\circ =$$

$$= \frac{1}{2}\left(1 - \frac{(20^\circ/57{,}3)^2}{2}\right); \qquad \frac{20^\circ}{180^\circ}\cdot \overset{\pi}{\approx} 3 = \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{18}\right) = \frac{17}{36}$$

$$\begin{array}{r|l} 17 & 36 \\ \hline -0 & 0{,}472 \\ 170 & \\ -144 & \\ 260 & \\ -252 & \\ 80 & \end{array}$$

δ_2 порядка 30°.

Координаты звёзд и угловое расстояние между ними напоминают на две близкие звезды, расположенные вблизи эклиптики. Т.к. звёзды яркие, то логично предположить что это Поллукс и Кастор.

$$\sin\delta_2 \approx \delta_2 = \frac{0{,}472}{3}\cdot 180^\circ;$$

$60 \cdot 0{,}472 = 6 \cdot 4{,}72$.

$$\begin{array}{r} \times\, 4{,}72 \\ 6 \\ \hline 27{,}32 \end{array}$$

У первой звезды склонение явно больше 30°.

$\Downarrow$

первая – Кастор; вторая – Поллукс.

Как известно, Кастор чуть ярче Поллукса.

Ответ: первая звезда ярче.