



1



2



3



4

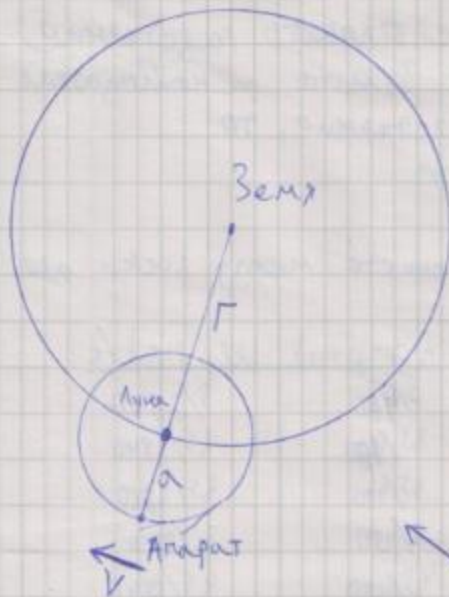


5



6

**XVI** Санкт-петербургска олимпиада  
 по астрономия  
 Практически тур  
 3. III, 2019г.



$$\begin{aligned} \Gamma &= 384000 \text{ km} \\ R_{\oplus} &= 6400 \text{ km}, D_{\oplus} = 2R_{\oplus} \\ \Delta t &= 8 \text{ s} \\ \mu &= 6,67 \cdot 10^{-11} \\ M_{\oplus} &= 6 \cdot 10^{24} \text{ kg} \\ M_{\text{л}} &= \frac{1}{81} M_{\oplus} = \frac{6}{81} \cdot 10^{24} \text{ kg} \\ r_{\text{л}} &= \frac{1}{4} R_{\oplus} = 1600 \text{ km} \end{aligned}$$

Измерваме разстоянието  $X$  от долната ранка на кадъра. На първата снимка Луната едва се показва над лунната повърхност.

№ на кадъра	$X$ , mm
1	20,0
2	23,0
3	26,5
4	30,0
5	33,0
6	37,5

Видимия ъглов диаметър на Земята е:

$$\delta_{\oplus} = \frac{D_{\oplus}}{\Gamma} = \frac{2 \cdot 6400}{384000} = \frac{1}{30} \text{ рад}$$

На снимките му съответстват 16mm

$$\Rightarrow \text{на } \frac{1}{16 \cdot 30} \text{ рад} = \frac{1}{480} \text{ рад}$$

Можем да сметнем ъгловата скорост на Земята за наблюдателя.

$$\omega = \frac{\Delta \alpha}{\Delta t}, \text{ където } \Delta \alpha \text{ е ъгловото разстояние}$$

изминато от Земята за наблюдателя

$$\Delta \alpha = \Delta x \cdot \frac{1}{480} \text{ рад/мм}$$

Ще използваме разстоянието между две снимки.

Между кадри:	$\Delta x$ , mm	$\Delta \alpha$ , рад	$\omega$ , рад/с
1 и 2	3,0	$3/480$	$3/3840$
2 и 3	3,5	$3,5/480$	$3,5/3840$
3 и 4	3,5	$3,5/480$	$3,5/3840$
4 и 5	3,0	$3/480$	$3/3840$
5 и 6	4,5	$4,5/480$	$4,5/3840$

Усредняваме стойностите за  $\omega$ :

$$\omega = \frac{\omega_{1,2} + \omega_{2,3} + \omega_{3,4} + \omega_{4,5} + \omega_{5,6}}{5} = \frac{3,5}{3840} \text{ рад/с}$$

Съответно ъгловата скорост на апарата отнемо Земята е  $\omega = \frac{3,5}{3840} \text{ рад/с}$

Линейната му скорост е

$$v = \omega r = 0,35 \text{ km/s}$$

Орбиталната скорост на Луната е  $v_M = 1 \text{ km/s}$ , така че да дало по-точно да кажем, че линейната му скорост отнемо Луната е:

$$v' = v - v_M = 0,65 \text{ km/s}$$

Имайки предвид обаче точността на работата, тази поправка не е задължителна

Ако  $a$  е радиусът на орбитата на апарата около Луната, а  $g$  е центрогре-



мгновеното ускорение към Луната, то

$$g = \frac{v'^2}{a}$$

Ако тялото е с маса  $m$ :

$$mg = \frac{\gamma M m}{a^2}$$

$$g = \frac{\gamma M}{a^2}$$

$$\frac{v'^2}{a} = \frac{\gamma M}{a^2}$$

$$a = \frac{\gamma M}{v'^2} \approx 10^9 \text{ m}$$

Височината е:

$$h = a - R_M$$

Височината се получава много по-голяма от очакваната, което вероятно се дължи на ~~на~~ грешка в числената.

Чертова

$$\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$$

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{r_1}{r_2}$$

$$\frac{\mu M}{a^2} = \omega_2^2 a = \omega_1^2 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 a$$

$$a = \frac{\mu M}{\omega_1^2 r_1^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 4680}{3.5^2 \cdot 384^2}$$

$$\begin{array}{r} 3.5 \cdot 3.5 \\ 12.25 \\ +105744 \\ \hline 1125 \end{array}$$

$$\frac{400^2}{3.5^2} = 8400$$

$$v = \omega_1 r_1 = 3.5 \cdot 384000$$

$$400^2 = 160000$$

$$a_{cp} = \frac{\mu M}{a^2} = \omega^2 a$$

$$\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$$

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{r_1}{r_2}$$

$$\frac{\mu M}{a^2} = \omega_1^2 \frac{r_1^2}{a^2} a$$

$$a = \frac{\mu M}{\omega_1^2 r_1^2}$$

$$v = \omega_1 r_1$$

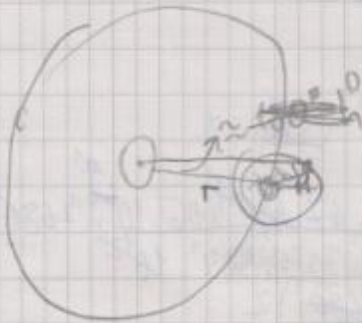
$$v' = \sqrt{\frac{\mu M}{a}}$$

$$v' = v - \frac{v \mu M}{v^2}$$

$$v = 145 \text{ km/s}$$

$$v' = 145 - 1 = 16.5 \text{ km/s}$$

$$a = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 4680}{81 \cdot 4.5^2 \cdot 10^6} \approx \frac{5400 \cdot 10^6}{81 \cdot 16.5} = \frac{5 \cdot 10^6}{16.5} \text{ m}$$



$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$\gamma = \frac{F r^2}{m_1 m_2}$$

$$[\gamma] = \frac{N \cdot m^2}{kg^2} = \frac{kg \cdot m}{s^2} \cdot \frac{m^2}{kg^2}$$

$$\frac{6,67 \cdot 10^{-11}}{6,5^2 \cdot 10^8} \approx \frac{400 \cdot 10^{10}}{65^2} = \frac{400}{4225} \cdot 10^{10} \approx \frac{400}{4000} = 10^8 m$$

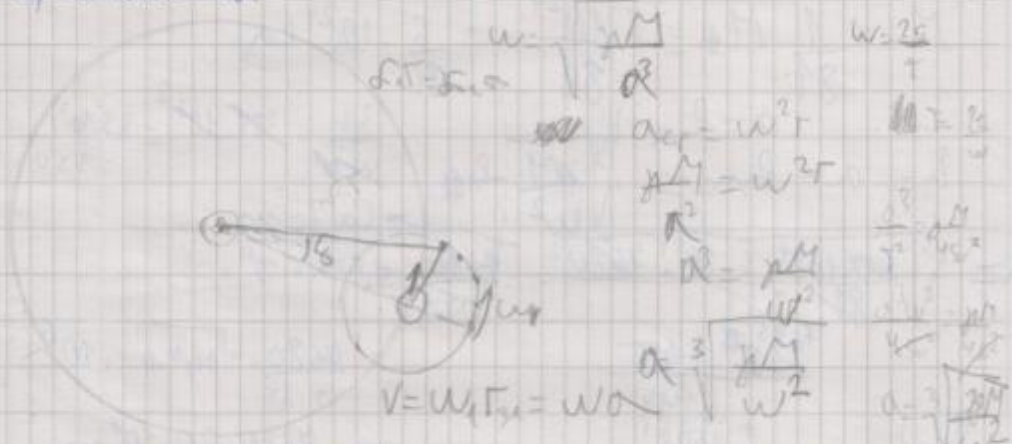
$$1000000^{100} - 1000000$$

$$\begin{array}{r} 85,65 \\ 225 \\ \hline 300 \\ \hline 4225 \end{array}$$



Черново

$\Delta t = 8s \Rightarrow$  Лумата практически не се променя по орбитата си



№	x, mm	$\alpha$ , rad	№	$\Delta x$	$\Delta \alpha$	$\omega$ , rad/s
1	20		1-2	3	$\frac{3}{360}$	$\frac{3}{7680}$
2	23		2-3	3,5	$\frac{3,5}{360}$	$\frac{3,5}{7680}$
3	26,5		3-4	3,5	$\frac{3,5}{360}$	$\frac{3,5}{7680}$
4	30		4-5	3	$\frac{3}{360}$	$\frac{3}{7680}$
5	33		5-6	3,5	$\frac{3,5}{360}$	$\frac{3,5}{7680}$
6	37,5					

$\Delta \alpha = \frac{\Delta x}{r} = \frac{64}{3840} = \frac{1}{60} \text{ rad}$   
 $\frac{1}{60} \text{ rad} \rightarrow 16 \text{ mm}$   
 $\frac{1}{60} \cdot \frac{180}{\pi} \cdot \frac{3}{5} = 1 \text{ mm} \cdot \frac{1}{16 \cdot 60}$

$\Delta \alpha_{\text{total}} = \frac{\Delta x_{\text{total}}}{r} = \frac{3}{16 \cdot 60} = \frac{3}{960}$   
 $\frac{3}{960} = \frac{1}{320}$   
 $\frac{1}{320} \cdot \frac{180}{\pi} \cdot \frac{3}{5} = 3,5^\circ$

$\omega = \frac{\Delta \alpha}{\Delta t}$

$\bar{\omega} = \frac{1}{5 \cdot 7680} \cdot (3 + 3,5 + 3,5 + 3 + 3,5) = \frac{14,5}{5 \cdot 7680} = 3,5 \text{ rad/s}$

$$w = \bar{w} \quad R_M = \frac{1}{4} R_\oplus = \frac{6400}{4} = 1600 \text{ km}$$

$$M_M = \frac{1}{81} M_\oplus = \frac{6 \cdot 10^{24}}{81} = \frac{6}{81} \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$a = R_M + h \quad \frac{3.5 \cdot 3.5 \cdot 10^2}{9.35} = 3.5 \cdot 10^2 = 350$$

$$h = a - R_M = \sqrt[3]{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{81 \cdot 9.35}} - 1600$$

$$= \sqrt[3]{\frac{4680 \cdot 10^8}{81 \cdot 9.35}} - 1600 = \frac{4680 \cdot \sqrt{667.6} \cdot 10^6}{9.35} - 1600$$

$$\approx \frac{4680 \cdot 20 \cdot 10^6}{9.35} - 1600 = 100000000 - 1600000 = 98400000$$

$$412000000 - 1600000 = 410400000$$

$$v_M = \frac{2\pi R_M}{T} = \frac{2\pi \cdot 1600000}{24 \cdot 3600} = \frac{20096000}{86400} = 232.59 \text{ m/s}$$

$$w_M = \frac{1 \text{ km/s}}{384000 \text{ km}} = \frac{1}{384000}$$

$$a = \frac{6.67 \cdot 10^{-11}}{81 \cdot 34^2 \cdot 10^8} = \frac{1}{32 \cdot 34^2}$$

$$v' = \frac{3.5 \cdot 3.5 \cdot 10^2}{9.35} = 350 \text{ m/s}$$