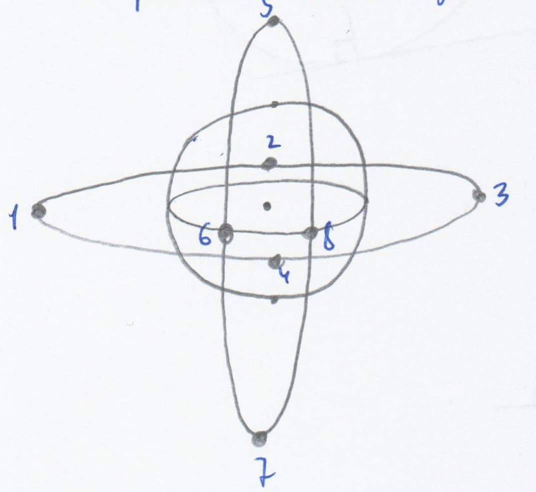
 139

N 1

~~Вообще для такой задачи достаточно разместить два спутника на бесконечно далёких орбитах~~

I) Для рационального решения необходимо, чтобы каждый спутник охватывал равное количество поверхности Земли.

Я решил использовать такой способ с восемью спутниками,

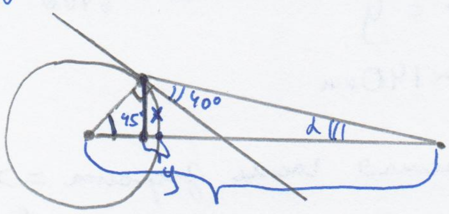


каждый из которых охватывает

$90° \times 90°$ земной поверхности.

Вообще было бы достаточно 6 спутников, но нельзя заставить спутник висеть на месте над полюсом, поэтому там понадобятся 4 спутника, сменяющие друг друга.

II) Посчитаем высоту и период такой орбиты.
Необходимо, чтобы из крайнего пункта высота спутника над горизонтом была не ниже $40°$:



$\alpha = 180° - 45° - 40° - 90° = 5°$

$x = \sqrt{\dfrac{6400^2}{2}} \approx 4480\text{ м} \approx 4500\text{ м}$

$y = 6400 - 4500 = 1900\text{ м}$

$tg\,\alpha \approx \alpha_{рад} \approx \dfrac{1}{11}$

$\Downarrow$

$a = \dfrac{4500}{1}\cdot 11 + 6400 - 1900 =$

$= 4500 \cdot 12 = 54000\text{ км} = 5\tfrac{1}{2}\cdot 10^7\text{ м}$

Из III з-на Кеплера: $(\pi^2 \approx g \approx 10)$

$$t^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{GM} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{4\cdot 10\cdot\left(5\frac{1}{2}\cdot 10^4\right)^3}{6\frac{2}{3}\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}}} = \sqrt{\frac{\cancel{2}\cancel{4}\cdot\frac{1331}{8_4}\cdot 10^{12}}{\cancel{6}\cdot\frac{20}{\cancel{3}}\cdot 10^{13}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{\frac{1331}{4}\cdot 10^9}{20}} = \sqrt{\frac{1331\cdot 10^9}{80}} \approx \sqrt{\frac{133\cdot 10^9}{8}} \approx \sqrt{16\cdot 10^9} = 4\cdot 10^4\cdot\sqrt{10} \approx 12\cdot 10^4 =$$

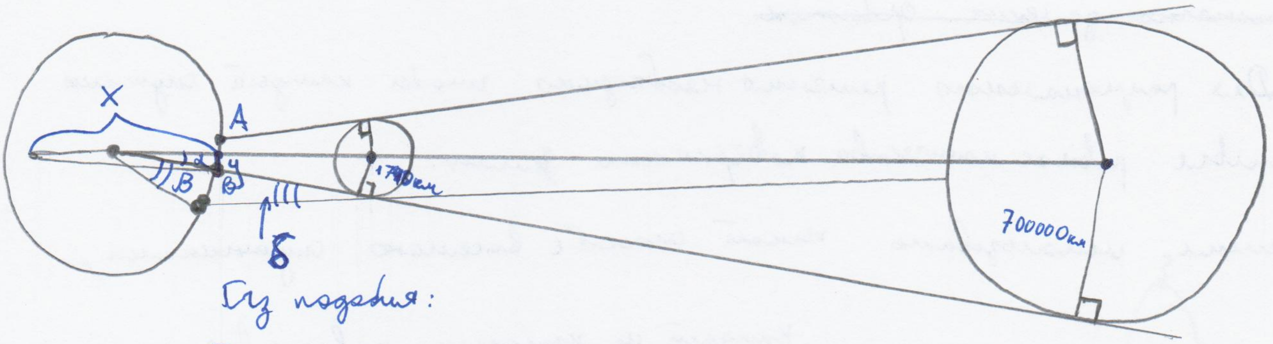
$= 1{,}2\cdot 10^5$ сек

$\dfrac{120000}{86400} = \dfrac{1200}{864} = \dfrac{600}{432} = \dfrac{300}{216} = \dfrac{150}{108} = \dfrac{75}{54} = \dfrac{25}{18} = 1\dfrac{7}{18}$ сут.

Ответ: 8 спутников; период 1,4 суток

N 3

Нарисуем картинку:



Из подобия:

$$\frac{700000}{150\,000\,000+x} = \frac{2000}{400000+x}$$

$$3\cdot10^{11} + 2000x = 2,8\cdot10^{11} + 700000x$$

$$0,2\cdot10^{11} = 700000x$$

$$\frac{0,2\cdot10^{11}}{0,7\cdot10^{6}} = x$$

$$\frac{2}{7}\cdot10^{5} = x$$

$$x \approx 0,3\cdot10^{5}$$

$$\frac{2000}{400000+x} = \frac{y}{x}$$

$$\frac{2\cdot10^{3}}{4,3\cdot10^{5}} = \frac{y}{0,3\cdot10^{5}}$$

$$0,6\cdot10^{8} = y\cdot4,3\cdot10^{5}$$

$$\frac{0,6\cdot10^{3}}{4,3} = y$$

$$y \approx 140 \text{ км}$$

$$\alpha = \frac{140}{6400} = \frac{7}{320} \approx \frac{1}{47} \text{ рад.}$$

Фаза - максимальная когда большая часть закрыта => [illegible] в точке A

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 10^\circ = \frac{10}{57 \text{ рад}} \approx \frac{1}{6} \text{ рад}$$

$$\beta = \Delta\varphi - 2\alpha = \frac{1}{6} - \frac{2}{47} \approx \frac{4}{24} - \frac{1}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8} \text{ рад}$$

$$\delta = \frac{\beta\cdot6400}{400000} = \frac{800}{400000} = \frac{2}{1000} = \frac{1}{500} \text{ рад}$$

$$\alpha_{\text{солнца.}} = \frac{0,5^\circ}{57^\circ} \approx \frac{1}{120} \text{ рад.}$$

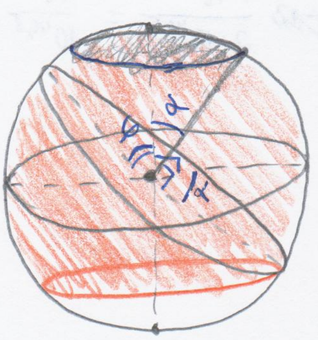
$$\Downarrow$$

$$\Phi\ (\text{фаза}) = \frac{\frac{1}{120} - \frac{1}{500}}{\frac{1}{120}} = \frac{\frac{3\frac{1}{6}}{500}}{\frac{1}{120}} = \frac{\frac{19}{6}\cdot120}{500} = \frac{380}{500} = \frac{19}{25} \approx \frac{3}{4}$$

Ответ: примерно $\frac{3}{4}$

N 4 Лист 2 из 2 139

Только звёзды в закрашенной области подходят под условие задачи т.к. другие будут кульминировать к югу от зенита



$\alpha = 90^\circ - \varphi = 30^\circ$

] часть звёзд $= x$

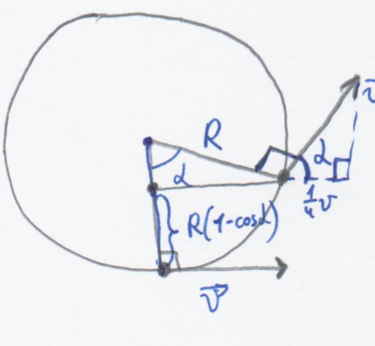
S общ. звёзд, вообще наблюдаемых в Петербурге закрашена оранжевым цветом.

$$x = \frac{S_{штрих.}}{S_{общ.}} \approx \left(\frac{\alpha_{штрих}}{\alpha_{общ.}}\right)^2 = \left(\frac{30^\circ}{90^\circ + 30^\circ}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

Ответ: примерно $\frac{1}{16}$ всех звёзд.

N 5

Пусть звезда движется по некой окружности:



тогда угол, пройденный ей α:

$$\cos\alpha = \frac{\frac{1}{4}v}{v} = \frac{1}{4}$$

] звезда похожа на солнце, тогда можно найти расстояние до неё

$$-27 - 7 = 2{,}5 \log\left(\frac{E_{зв}}{E_c}\right)$$

$$-14 = \log\left(\frac{E_{зв}}{E_c}\right)$$

$$\frac{E_{зв}}{1360} = 10^{-14}$$

$$\frac{L_{зв}}{4 \cdot 1360 \cdot \pi \cdot R^2} = 10^{-14} \xrightarrow{1}$$

$$\frac{10^{26}}{1360 \cdot \pi \cdot R^2} = 10^{-14}$$

$$4000 \cdot R^2 = 10^{40}$$

$$R^2 = 2{,}5 \cdot 10^{38}$$

$$\Downarrow$$

$$R = \frac{5}{\sqrt{10}} \cdot 10^{19} = 5\sqrt{10} \cdot 10^{18} = 1{,}5 \cdot 10^{19}\,м \xrightarrow{2}$$

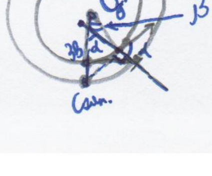
$\xrightarrow{2}$ R до центра галактики Солнца $=$

$= 8\,кПк = 8 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^5$ а.е. $=$

$= 16 \cdot 10^8 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11} =$

$= 24 \cdot 10^{19}\,м$

Расстояние от Солнца до звезды мало => α другой



$$\cos B \approx 2\cos\alpha \approx \frac{1}{2}$$

$$r_{новое} = r + R_{зв} \cdot (1 - \cos\alpha) = 1{,}5 \cdot 10^{19} + \cancel{R_{зв}}\, 24 \cdot 10^{19} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) =$$

$$= 1{,}5 \cdot 10^{19} + 12 \cdot 10^{19} = 13{,}5 \cdot 10^{19}$$

$$-27 - x = 2{,}5 \log\left(\frac{E_{зв}}{E_{с.}}\right)$$

$$E_{зв.} = \frac{4\cdot 10^{26}}{4\cdot\pi\cdot(13{,}5\cdot 10^{19})^2} \approx \frac{\cancel{4}\cdot 10^{26}}{\cancel{4}\cdot\pi\cdot 180\cdot 10^{38}} \approx \frac{10^{26}}{6\cdot 10^{40}} = \frac{10^{26}}{2\cdot 10^{40,5}} = \frac{10^{26}}{10^{40,8}} = 10^{-14,8}$$

$$-27 - x = 2{,}5\cdot -14{,}8$$

$$-27 - x = -37{,}5$$

$$x = 10^m$$

Ответ: примерно 10^m

N2

Изменение угла могло произойти лишь в результате прецессии земной оси. Земная ось делает полный оборот за 24000 лет $\Rightarrow$ за год она съехала на $\frac{1}{24000}\cdot 360^\circ = 0{,}015^\circ = 0{,}9'$

Ответ: на $0{,}9'$ на восток