Cap - 31 КОД

1	2	3	4	5	Σ

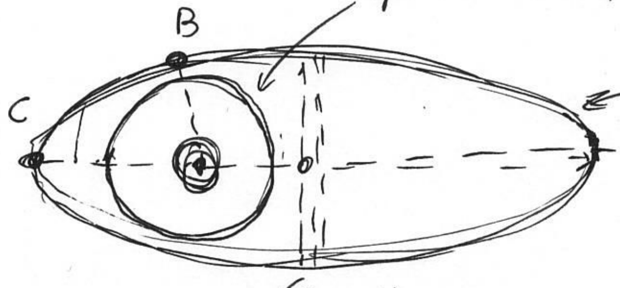
$\boxed{\text{Задача №1}}$ ~~e??~~ ε – ?

$\boxed{\text{Сар-31}}$

$T = 3{,}9$ лет

$\Delta M = 2{,}5^m$

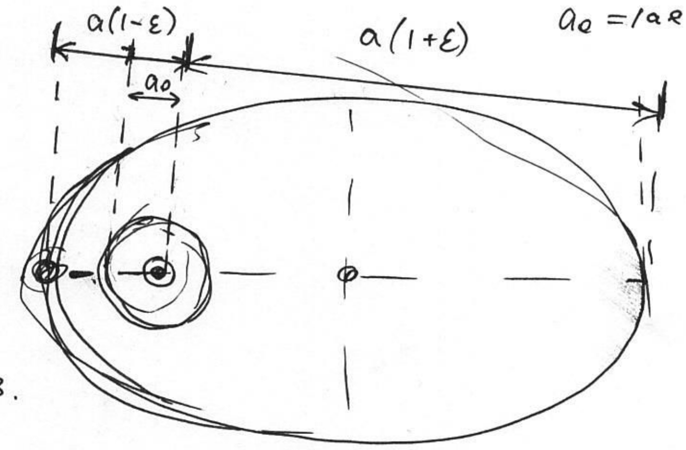
Сделаем рисунок для общего случая. (см. рис.1). Как мы видим, здесь сложно оценить будет, однако точно можно сказать, что



(рис.1)

мы можем рассмотреть случай мин. расстояния в точке C, а не как на рис.1 в общем случае в т. B.

Запишем III з. Кеплера:



$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = (3{,}9)^{2/3} = \sqrt[3]{(4-0{,}1)^2} =$$

$$= \sqrt[3]{16 - 0{,}2\cdot 4 + 0{,}01} = \sqrt[3]{15{,}2}.$$

$$\left.\begin{array}{l} 2^3 = 8 \\ 3^3 = 27 \end{array}\right\} \text{что-то между 2 и 3.}$$

$$2{,}5^3 = \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{125}{8} = 10 + 5 + \frac{5}{8} \approx 15{,}5 \Rightarrow \boxed{a \approx 2{,}5\,\text{а.е}}$$

$$m_1 - m_2 = -2{,}5\lg\left(\frac{E_1}{E_2}\right) = -2{,}5\lg\left(\frac{L\cdot\pi R^2}{4\pi r_1^2}\cdot\frac{\pi R_\oplus^2}{4\pi(r_1-a_0)^2}\cdot\frac{4\pi r_2^2\cdot 4\pi(r_2-a_0)^2}{L\cdot\pi R^2\cdot\pi R_\oplus^2}\right) =$$

$$= -2{,}5\lg\left(\frac{r_2^2(r_2-a_0)^2}{r_1^2(r_1-a_0)^2}\right) = -5\lg\left(\frac{r_2(r_2-a_0)}{r_1(r_1-a_0)}\right) = -2{,}5^m \Rightarrow$$

$$10^{\frac{1}{2}} = \frac{a^2(1+\varepsilon)^2 - a(1+\varepsilon)a_0}{a^2(1-\varepsilon)^2 - a(1-\varepsilon)a_0} \approx \pi \Rightarrow \pi\left(a(1-\varepsilon)^2 - (1-\varepsilon)a_0\right) = a(1+\varepsilon)^2 - a_0(1+\varepsilon) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \pi\left(a - 2\varepsilon a + a\varepsilon^2 - a_0 + a_0\varepsilon\right) = a + 2a\varepsilon + a\varepsilon^2 - a_0 - a_0\varepsilon \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varepsilon^2(a\pi - a) + \varepsilon(\pi a_0 - 2\pi a - 2a + a_0) + (\pi a - \pi a_0 - a + a_0) = 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ ~~$\varepsilon^2\ 2{,}5a_0$~~ в а.е:

$$\Rightarrow \varepsilon^2\cdot 2{,}5(\pi - 1) + \varepsilon(\pi - 5\pi - 5 + 1) + (2{,}5\pi - \pi - 2{,}5 + 1) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varepsilon^2(5) - \varepsilon\cdot(16) + (3) = 0 \Rightarrow \underline{5\varepsilon^2 - 16\varepsilon + 3 = 0};$$

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{16 \pm \sqrt{16^2 - 4\cdot 5\cdot 3}}{10} = 1{,}6 \pm \frac{1}{10}\sqrt{256 - 60} = 1{,}6 \pm \sqrt{\frac{200}{100}} = 1{,}6 \pm 1{,}4.$$

$$\left[\begin{array}{l} \varepsilon_1 = 3 \\ \varepsilon_2 = 0{,}2 \end{array}\right.$$

Также, рассмотрим вот такой предел:

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}},\quad \varepsilon_п = \sqrt{1 - \frac{a_0^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{4}{25}} = \sqrt{1 - 0{,}16} = \sqrt{0{,}84}$$

~~$\varepsilon_п \approx 0{,}93$~~ $\approx \sqrt{1 - 2\cdot 1\cdot 0{,}08 + 0{,}0064} \approx$

$$\Rightarrow \varepsilon_п \approx 0{,}92.$$

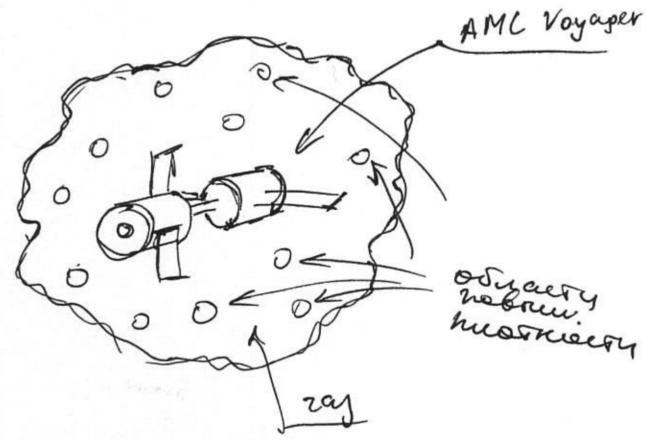
$$\boxed{\varepsilon \in (0{,}2;\ 0{,}9)}$$

$\boxed{\text{Задача №2}}$ $\boxed{\text{Cap-31}}$

$\nu = 2 \div 3$ кГц, $\bar{\nu} = 2,5$ кГц, $\nu_1 = 2$ кГц, $\nu_2 = 3$ кГц

Запишем ур. Менделеева – Клапейрона для газа:

$$pV = \frac{m}{\mu}RT.$$



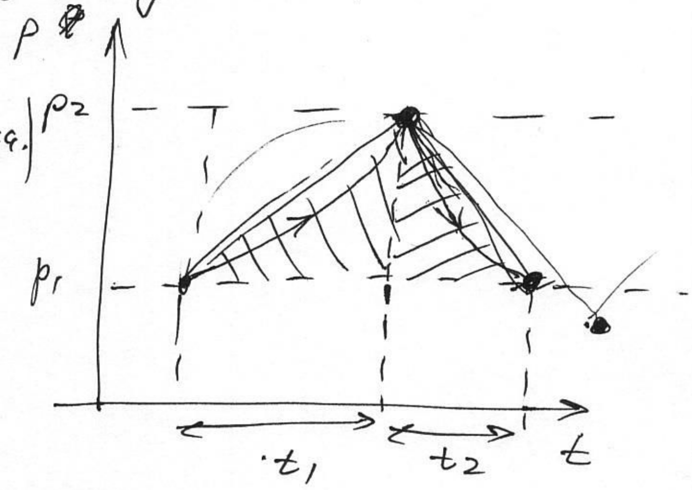
$$t = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{2500}c = \frac{4}{10000}c = 0,0004c.$$

Будем на таком малом t считать процесс изотермическим ($T = const$)

$$p_1V_1 = p_2V_2 ..$$

$$\begin{cases} t_1 = \frac{1}{2000}c = 0,0005c \\ t_2 = \frac{1}{3000}c = 0,0003c \end{cases}$$

Можно рассматривать эти "сгустки" подобно пузырькам: они образуются и лопаются. Для оценки будем исп. приблизительно такую модель.



$V_2 - V_1 = \Delta V$ – искомое.

$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{(V_п - V_ж)T}$ – Ур. Клапейрона-Клаузиуса.

~~$\frac{1}{2}p_1t_1 = \frac{1}{2}p_2t_2 \Rightarrow$~~

~~$\frac{p_1}{p_2} = \frac{3}{5}$. Далее, следует опр. примерное давление~~

~~$\frac{1}{2}p_1t_1 = \frac{1}{2}p_2t_2 \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{3}{5}$.~~

~~$V_1 \approx V_2 \approx 300м^2$~~

$V_1 \approx V_2 = 300м^2$

$\frac{1}{2}p_1t_1 = \frac{1}{2}p_2t_2 \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{3}{5} \Rightarrow$

$\Rightarrow V_2 = \frac{p_1}{p_2}V_1$, $V_2 - V_1 = V_1\left(1 - \frac{p_1}{p_2}\right) = 300м^2 \cdot \frac{2}{5} = \frac{600}{5}м^2 =$

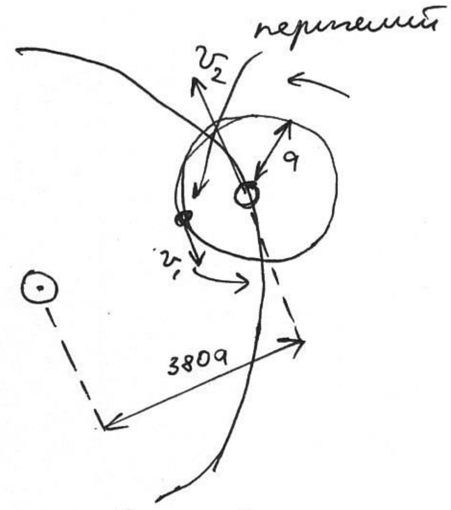
$= (100 + 20)м^2 = 120м^2 = \Delta V$

$\Delta V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow R^3 = \frac{\Delta V \cdot 3}{4 \cdot \pi} = \frac{3 \cdot 40}{4} = 30 \Rightarrow \boxed{R \approx 3,1 м^3}$

Задача №3

Рассмотрим гелиоцентрическое движение Луны в общем случае и рассмотрим пределы (см. рис. 2)

В задаче рассматривать будем лишь проекцию движения Луны на эклиптику.

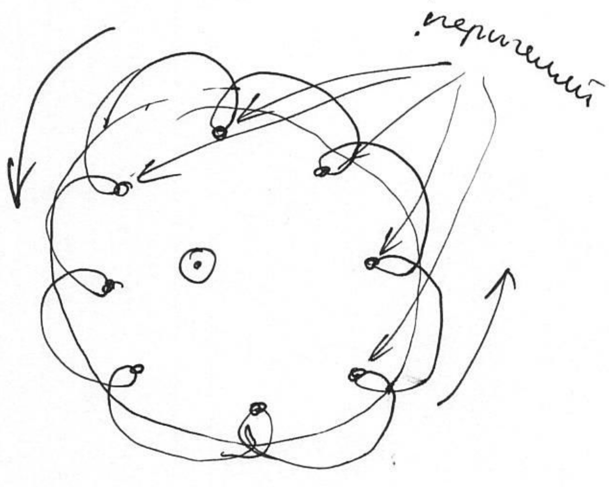


(рис. 1)

$\vec{v} = [\vec{\omega}, \vec{r}]$ - будем сравнивать скорости Луны в СО → так мы сможем привести численное док-во отсутствия в гелиоцентрической траектории „петель", что фактически и просят в задаче.

Радиус орбиты Луны ≈ 384 400 км

Радиус орбиты Земли ~ 149 600 000 км



(рис. 2)

Пусть a — радиус орбиты Луны:

радиус орбиты Земли ≈ 380a.

И угл. скорости:

$$\begin{cases} \omega_Л = \dfrac{2\pi}{27{,}3^d} & \text{- Луны} \\ \omega_⊕ = \dfrac{2\pi}{365{,}3^d} & \text{- Земли} \end{cases}$$

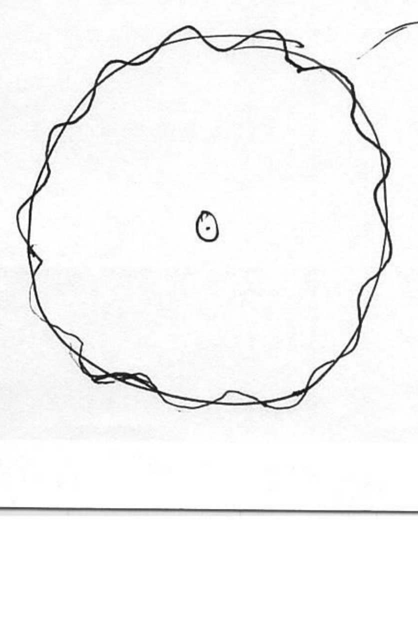
Пусть $\omega_⊕ = \omega$: $\omega_Л \approx 13\omega$.

А после, рассмотрим скорость Луны в „перигелии" (в общем случае см. рис. 2) своей гелио-орбиты. Скорость там должна быть отрицательной по напр. против часовой стрелки, чтобы были петли. Найдем скорость в положит. напр. (пр. часовой стрелки)

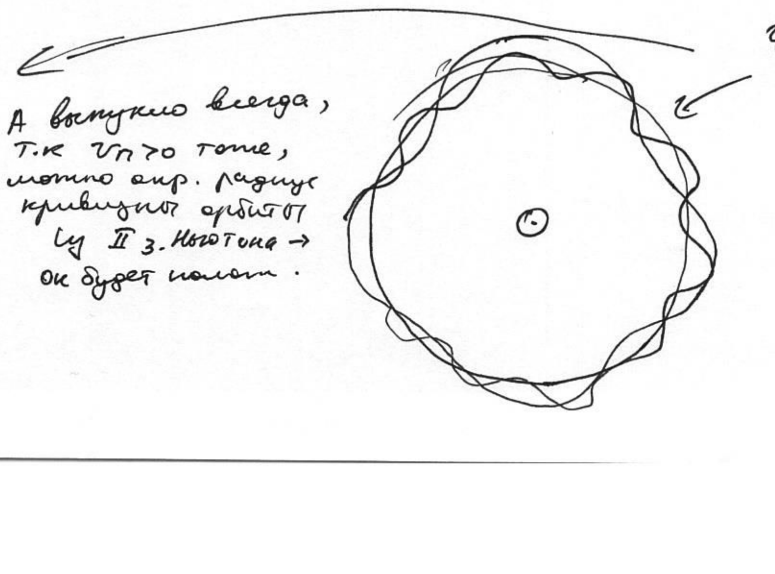
$$\left[\begin{aligned} v_1 &= \omega_Л \cdot a = 13a\omega. \\ v_2 &= \omega_⊕ \cdot 380a = 380a\omega. \end{aligned}\right\}$$

Отн. скорость: $v_П = v_2 - v_1 \approx 367 a\omega > 0$ - значит

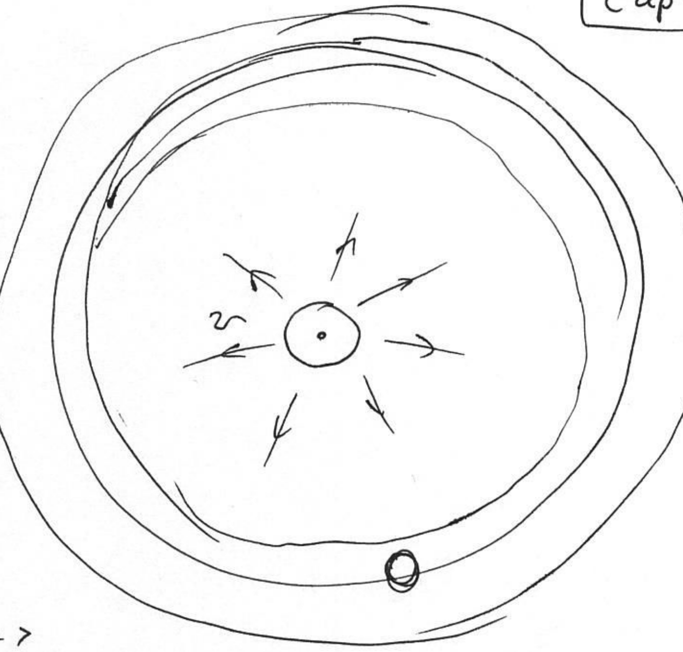
$v_П > 0$ - значит таких петель не существует, и выглядит орбита вот-так: $\boxed{\text{доказано!}}$



А выпукло всегда, т.к $v_П > 0$ тоже, можно опр. радиус кривизны орбиты из II з. Ньютона → он будет полож.



Задача №4 | Сар-31



$a = 0{,}5$ а.е

$T = 0{,}25$ лет

$S_1 = 1\text{м}^2$

$S_2 = 2\text{м}^2$

$y = 30\% = 0{,}3$.

$v = 4\cdot10^2 \frac{\text{км}}{\text{с}}$

$\mu = 10^{-14} \frac{M_\odot}{\text{год}}$.

$\boxed{x - ?}$

Запишем III з. Кеплера:

$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{a^3}{GM} \Rightarrow GM = \frac{4\pi^2 a^3}{T^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow 4\cdot10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot(4)^2 = \frac{40\cdot16}{8} = 80$ масс Солнца.

Эта звезда имеет массу $M = 80m_\odot$

Т.к $\left.\begin{array}{l} a \gg \sqrt{S_1} \\ a \gg \sqrt{S_2}\end{array}\right\}$ то объем, заметаемую, мы будем вычислять как $2\pi a\cdot S_2$

$V = S_1\cdot 2\pi a.$ | Считаем, что $v = const.$

$V_0 = \frac{4}{3}\pi a^3$ | $m = M\cdot\mu\cdot\frac{V}{V_0} = 80m_\odot\cdot\mu\cdot\frac{S_1 2\pi a\cdot 3}{4\pi a^3} =$

$= m = \frac{80m_\odot\mu\cdot1{,}5}{a^2} = S_1\frac{120\cdot m_\odot\cdot10^{-14}\frac{M_\odot}{\text{год}}}{a^2} = 120\cdot10^{-14}\frac{m_\odot}{\text{год}}\cdot\frac{S_1}{a^2} =$

$= 120\cdot10^{-14}\frac{m_\odot}{\text{год}}\cdot\frac{1\text{м}^2}{(0{,}75\cdot10^{11}\text{м})^2} = 120\cdot10^{-14}\frac{m_\odot}{\text{год}}\cdot\frac{1\text{м}^2}{\frac{9}{16}\cdot10^{22}\text{м}^2} =$

$= \frac{16}{9}\cdot120\cdot10^{-36}\frac{m_\odot}{\text{год}} = m = \boxed{2\cdot10^{-34}\frac{m_\odot}{\text{год}} \approx m}$

$L \sim m^{3{,}9} \approx m^4$

$\frac{L}{L_0} = \left(\frac{m}{m_0}\right)^4 \Rightarrow L = L_0\cdot80^4 = (2\cdot40)^4 = 16\cdot(4\cdot10)^4 = 16\cdot256 =$

$= 2^4\cdot(2\cdot2)^4\cdot10^4 = 2^{12}\cdot10^4 = 4096\cdot10^4 \approx \boxed{4\cdot10^7 L_0 = L}$

Или же: $mc^2 = E_0$, $E_2 = E_0\cdot\frac{V_2}{V_0}\cdot y = mc^2\frac{V_2}{V_0}\cdot y = mc^2 y\frac{S_2\cdot3}{2\cdot a^2} =$

$= \boxed{mc^2 y\cdot\frac{S_2}{S_1} = E_2}$

$E_1 = \frac{mv^2}{2}$

$x_1 = \frac{E_2}{E_1} = \frac{2c^2 y S_2}{S_1 v^2} = \frac{2\cdot2\cdot10^{-14}}{16\cdot10^4}$ — Плохая оценка, но считается легче.

Лучше использовать через L (светимость)

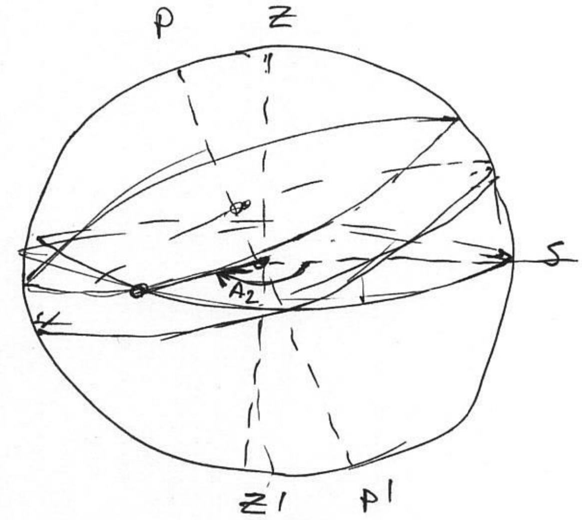
$\boxed{x \approx 1{,}3\cdot10^3}$

$\boxed{\text{Задача №5}}$ $\boxed{\text{Сар-31}}$

~~Один~~ "Проекция" одного пальца на небо дает около $1{,}5^\circ \div 2^\circ \rightarrow$ значит четыре пальца около ~~8°~~ $6^\circ \div 8^\circ$.

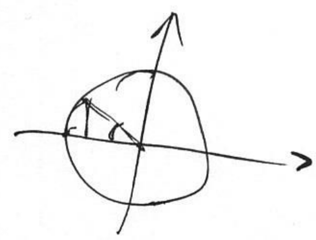
$$\varphi_1 = 10^\circ$$
$$A_2 = 160^\circ \; (\varphi_0 = 60^\circ)$$

Начертим небесную сферу.



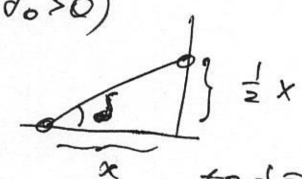
$$\frac{A_2}{180^\circ} \cdot 24^h = \frac{16}{18} \cdot 24^h = \frac{8}{9} \cdot 24^h =$$
$$= \frac{8 \cdot 8 \cdot 3}{9}^h = \frac{64}{3}^h \approx 21{,}3^h \approx t.$$
$$\frac{t}{2} = 10{,}7^h$$
$$\cos\frac{t}{2} = -\operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\delta$$

$$\cos 160^\circ = -\operatorname{tg} 60^\circ \cdot \operatorname{tg}\delta.$$
$$\cos 160^\circ \approx \cos(180-30) \approx -\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\frac{1{,}7}{2} \approx 1{,}7 \cdot \operatorname{tg}\delta \Rightarrow \operatorname{tg}\delta = \frac{1}{2} : \; \delta_2 \approx 24^\circ$$

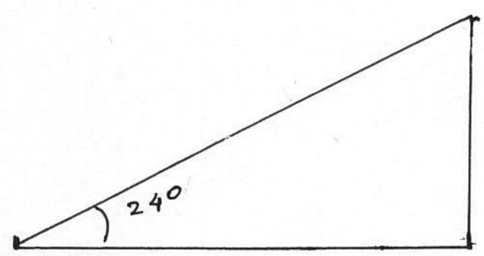


$$\delta_2 = \varphi_1 + \delta_0 \Rightarrow \delta_0 = \delta_2 - \varphi_1 =$$ ~~14° — конец февраля~~ 14° — начало мая.

Тогда получается, что вторая звезда будет ярче чем первая ($\delta_0 > 0$)



$\operatorname{tg}\delta = \frac{1}{2}$.



Измерим транспортиром $\operatorname{arctg}\frac{1}{2}$.