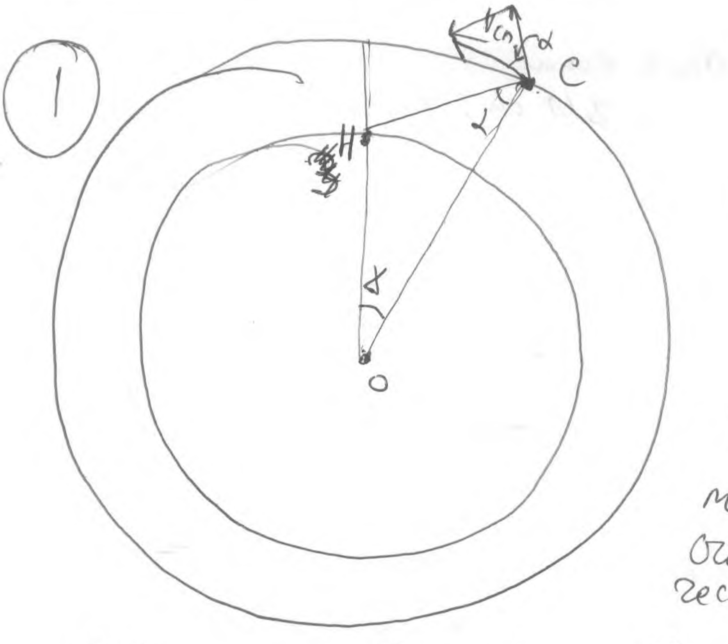
1



Положение спутника должно соответствовать равенству:

$\omega = \cancel{\frac{v}{2h} = \frac{v\cos\alpha}{L}}$ ~~поскольку~~

~~угловая скорость зависит от тангенциальной составляющей.~~

Поскольку ~~высота орбиты небольшая,~~ то с ~~неплохой точностью можно~~ считать, ~~что он движется с~~ I космической ~~скоростью по поверхности~~ Земли

~~тогда~~ $\omega = \frac{v}{2h} = \frac{v\cos\alpha}{L}$ (1)

Рассмотрим $\triangle OHC$ и запишем теорему косинуса для него:

$OH = R$, $OC = R+h$, $HC = L$

$$R^2 = L^2 + R^2 + 2Rh + h^2 - 2(R+h)L\cos\alpha \Longrightarrow \cos\alpha = \frac{L^2+h^2+2Rh}{2(R+h)L} \quad (2)$$

~~(2) → (1)~~ (2) → (1) $\cos\alpha = \frac{L^2+h^2+2Rh}{2(R+h)L} = \frac{L}{2h}$

$$L^2(2R+2h) = 2hL^2 + 2h^3 + 4Rh^2$$

$$L^2 R = h^3 + 2Rh^2$$

$$L = \sqrt{\frac{h^3+2Rh^2}{R}} \approx \sqrt{2h^2} \approx 1{,}4h = 280\text{ км}$$

$$L^2 = R^2 + R^2 + 2Rh + h^2 - 2R(R+h)\cos\gamma$$

$$\cos\gamma = \frac{2R^2+2Rh+h^2-L^2}{2R(h+R)} \approx 1 - \frac{L^2}{2R(h+R)} \approx \cancel{1 - \frac{(L/R)^2}{2}}$$

$$\cos\gamma \approx 1 - \frac{\gamma^2}{2} \Rightarrow \gamma \approx \frac{L}{R} = \frac{280}{6400}\cdot\frac{360}{6{,}28} \approx \frac{60\cdot 280}{6400} \approx 2{,}6^\circ$$

$t = \frac{2\gamma^\circ}{360}\cdot T$. для низких орбит $T \approx 85$ минут.

Тогда $t \approx 1{,}2$ минуты

Ответ: $t \approx 1{,}2$ минуты

(2) Известно, что диаметр глаза $d_{гл} \approx 6$ мм
Граничная видимая звездная величина ~~глаз~~ для глаз: $m_{гр} \approx 6^m$
- Тогда сравнивая глаз и телескоп и используя формулу Погсона запишем: $m_m = m_z + 2{,}5 \lg \frac{D_m^2}{d_z^2} = m_z + 5 \lg \frac{D}{10} = m_z + 5 = 11^m$
где m_m - граничная звездная величина для телескопа диаметром 6 см
- Известно, что сейчас граничная звездная ~~вел~~ величина современного телескопа $m_1 \approx 28^m$
- Для оценки вполне справедливо предположение, что ~~все~~ галактики расположены равномерно, и что их светимость также равная.
- Теперь можно оценить насколько ~~дальние будут~~ ~~до~~ более далекие галактики могут увидеть современные телескопы:

$(m_1 - m_m) = 2{,}5 \lg \frac{r_1^2}{r_0^2}$ - здесь $m_1 = 28^m$ r_1 - расстояние сейчас
$m_m = 11^m$ r_0 - расстояние сегодня.
(Блеск уменьшается обратно пропорционально квадрату расстояния)

$\lg \frac{r_1}{r_0} = \frac{17}{5} = 3{,}4$

$r_1 = 10^{3,4} r_0 = 10^3 \cdot 10^{0,4} r_0 \approx 2500 r_0$

Поскольку мы ~~предпол~~ считаем, что они расположены равномерно, тогда справедливо: $\frac{N_0}{V_0} = \frac{N_1}{V_1}$

где N_0 - количество видимых Мессье галактик
N_1 - количество видимых галактик в соврем. телескоп
V_0, V_1 - объем, в котором расположены ~~звезды~~ предельно видимые галактики „0" - тогда (в XVIII веке) „1" - сейчас.

очевидно, что $V \sim r^3$

тогда $N_1 = N_0 \left(\frac{r_1}{r_0}\right)^3 =$

$= 28 \cdot 100^3 \cdot 25^3 = 28 \cdot 10^6 \cdot 1{,}56 \cdot 10^4 \approx$

$\approx 4{,}4 \cdot 10^{11}$

Ответ. $N_1 = 4{,}4 \cdot 10^{11}$

③ Сначала оценим большую полуось орбиты.

III Закон Кеплера: $\frac{a^3}{T^2} = \frac{a_c^3}{T_c^2}$, где „c" – параметры орбиты Луны

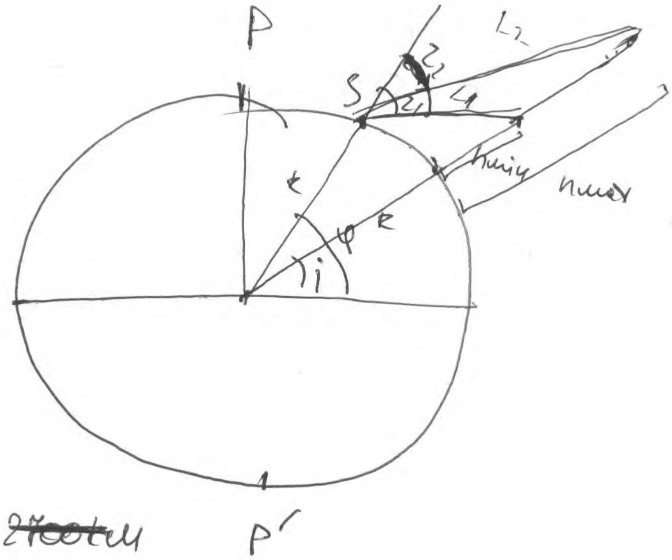
$$a = a_c\left(\frac{T}{T_c}\right)^{2/3} \approx a_c\left(\frac{134}{27\cdot 60\cdot 24}\right)^{2/3} = a_c\cdot\left(33{,}5\cdot 10^{-4}\right)^{2/3} =$$

$$\approx \frac{a_c}{45} \approx 8500\ \text{км}.$$

• Найдем минимальную и максимальную высоту над поверхностью:

$h_{min} = a(1-e)-R \approx 790\text{км} = h_1$

$h_{max} = a(1+e)-R \approx 3800\text{км} = h_2$



На рисунке S – Санкт-Петербург

Нужно найти L_1 и L_2.

$\varphi - i \approx 35° = \cos(30°+5°) \approx 0{,}8$

тогда из теоремы косинуса:

$L_1^2 = R^2 + (R+h_1)^2 - 2R(R+h_1)\cos(\varphi-i) \approx$

$\approx 2R^2 + 2Rh_1 + h_1^2 - R(R+h_1)\,1{,}6 \approx$ ~~2700км~~

$L_1 \approx 2700\text{км}$

$L_2 \approx 27000\text{км}$

Тогда разница в расстоянии сделает его в перигее в $\left(\frac{27000}{2700}\right)^2$ раз ярче, то есть в $\Delta m \approx 5^m$

с другой стороны свет от спутника в перигеии проходит больше расстояние в атмосфере и ~~со~~ соотвественно его видимый свет более поглощается. В ~~горизонте~~ зените $\Delta m_z = 0{,}2^m$ – поглощение атмосферы в зените

Грубая оценка дает $\Delta m \sim X \sim \frac{1}{\cos z}$

$\Delta m \approx 1{,}5^m$, что очень мало по сравнению с эффектом связаным с разным расстоянием.

Ответ: В ~~апогее~~ перигее спутник будет увидеть проще. Его звездная величина будет больше на приблизительно $3{,}5^m$

(4) Вспомним размеры Галактики: $R = 15\cdot10^3$ пк
$h = 300$ пк

Для оценки можно предположить, что вся Галактика состоит из звезд похожих на Солнце. Известно, что в нашей Галактике 10^{11} звезд (приблизительно). Также предположим, что они расположены равномерно (поскольку к центру их концентрация увеличивается, а к краю уменьшается, то в ~~ср~~ среднем это справедливое утверждение)

- Тогда можно подсчитать ~~колич~~ среднее количество объема Галактики на одну звезду: $V_0 = \frac{2\pi R^2 h}{N_{зв.}} \approx 2$ пк^3
- Теперь подсчитаем концентрацию фотонов на поверхности Солнца: $T_\odot \approx 5800$ K, $n_\odot \approx 20T^3 = 4\cdot10^{12}/см^3 = 4\cdot10^{15}/м^3$
- Среднее расстояние между звездами: $r_0 = (V_0)^{1/3} = 2^{1/3}$ пк $\approx 1{,}26$ пк
- Концентрация фотонов $n_\odot$ в тонком шаре вокруг Солнца. Тогда концентрация фотонов n_0 на расстоянии r_0 можно найти из равенства количества фотонов: ~~$N = 2\pi R_\odot^2 h = 2\pi r_0^2 h$~~

$$N = 2\pi R_\odot^2 n_\odot = 2\pi r_0^2 n_0$$
$$R_\odot^2 n_\odot = r_0^2 n_0$$

Концентрация n_0 будет очень маленькой, но она нас не интересует, нас интересует средняя концентрация фотонов в кубе размером $r_0\times r_0\times r_0$. Поскольку концентрация уменьшается обратно пропорционально квадрату расстояния, тогда средняя концентрация будет на расстоянии

$R = \sqrt{R_\odot r_0}$ – Среднее геометрическое.

Тогда $n_{ср} = \frac{n_\odot R_\odot^2}{R_\odot r_0} = \frac{n_\odot R_\odot}{r_0} = \frac{4\cdot10^{15}/м^3 \cdot 7\cdot10^8 м}{1{,}26\cdot 3\cdot10^{16} м} \approx 2\cdot10^8/м^3$

Ну и наконец $N_ф = n_{ср}\cdot\pi R^2 h \approx \frac{2\cdot10^8}{м^3}\cdot 3^3\cdot10^{48}\cdot3(15000)^2 300 \approx 10^{69}$

Ответ: $N_ф \approx 10^{69}$

Удельный импульс можно трактовать как скорость топлива.

Для корабля справедливо уравнение Циолковского: $v = u \ln \frac{m_0}{m}$

Тогда максимальная скорость, которую может получить аппарат: $\Delta v_{max} = u \ln \frac{7,4}{1} \approx u \ln(5 + 2,5)$

$\approx u \cdot 2 = 1000$ км/с

$\times\, 2,7$
$2,7$
$18\,9$
$5\,4$
$7,2\,9$

Высота геостационарной орбиты – $h \approx 42400$ км

Тогда скорость аппарата: $v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{6,28 \cdot 42400}{86400} \approx 3$ км/с

То есть скорость аппарата максимально может ~~стать~~ быть ± 2 км/с.

Этого достаточно, чтобы покинуть Землю. Но это слишком мало, чтобы покинуть Солнечную систему. II космическая скорость на орбите Земли $v_{II} = \sqrt{2}\, v_3 \approx 42$ км/с. Плюс если ещё брать в учет присутствие Земли, то $v_{III} = \sqrt{v_{II}^2 + v^2} \approx 45$ км/с — ещё больше.

Ответ: нет.