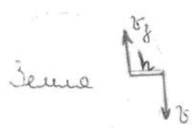
1. Рассмотрим ситуацию, при которой орбита ИСЗ лежит в плоскости экватора. Максимальная скорость (угловая) ИСЗ относительно звезд будет достигаться при наибольшей угловой скорости относительно наблюдателя и наименьшему расстоянию до него. Этим критериям подходит прохождение спутника по зениту, причем направление вращения спутника должно быть противоположно (движению) направлению осевого вращения Земли. Также, если мы рассматриваем максимальную скорость движения ИСЗ, его линейная скорость на орбите должна быть чуть меньше второй космической для Земли (чтобы не преодолеть гравитационное притяжение Земли и остаться его спутником). Значит, угловая скорость ИСЗ в зените:

$$\omega = \frac{v_g + v}{h} = \frac{(2\pi R_З/P) + v}{h} \approx 3°/c.$$



$R_З$ - радиус Земли P - период осевого вращения

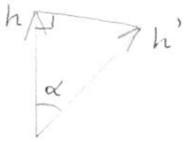
$$v < v_{II} = \sqrt{\frac{2GM_З}{R_З + h}}.$$

Далее нам нужно найти высоту, при которой ω' для ИСЗ будет меньше ω в 2 раза, т.е. 1,5°/с. Для этого можно разделить ω с высотой h на ω' с высотой h':

$$\frac{\dfrac{(2\pi R_З/P) + \sqrt{\dfrac{2GM_З}{R_З+h}}}{h}}{\dfrac{(2\pi R_З/P) + \sqrt{\dfrac{2GM_З}{R_З+h'}}}{h'}} = 2$$

Сиб - 3

Найдя из соотношения h', мы можем найти угол α на который сдвинулся спутник, пока переходил из положения с высоты h ~~на~~ к положению с высоты h':



$\alpha = \arccos(h/h') =$

И, взяв уравнение $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ и перестроив его на „угловой лад" получим:

$\alpha = \omega_0 t + \frac{a t^2}{2}$. Приняв, что $a = \frac{\omega' - \omega}{t}$ и переобозначив:

$\alpha = \omega t + \frac{(\omega' - \omega) t}{2}$.

Отсюда $t = \frac{2(\alpha - \omega t)}{\omega' - \omega}$.

2. Диаметр входного отверстия (диаметр объектива) равен 6 см. Знаю это, найдем разрешающую способность и проницающую силу телескопа времен Мессье:

$\theta = 140''/D(мм) = 2''(3)$ $\quad m_т = 2,1 + 5\lg 60 \approx 11^m$.

При данных значениях он смог зарегистрировать 28 спиральных галактик.

Сравним телескопы Мессье с современными, например, с телескопом из Пулковской обсерватории. Диаметр объектива самого большого телескопа – 76 см. Тогда

$\theta = 140''/D(мм) = 0''185$ $\quad m_т = 2,1 + 5\lg 760 \approx 16^m$.

Как видно из результатов, сейчас мы можем видеть звезды со звездной величиной на 5^m больше, чем в конце XVIII века.

Изменению видимой звездной величины на 5^m соответствует изменение блеска звезды в 100 раз. Также, приняв, что звезды примерно одинаковы, мы можем применить соотношение

$\frac{E_1}{E_2}=\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$ Оно вытекает из формулы освещенности звезды $E = L/4\pi r^2$, где E-блеск, r-расстояние до звезды, L-светимость.

Из этой зависимости вытекает то, что сейчас мы видим звезды в 10 раз дальше, чем раньше. То есть, при схожести параметров звезд, мы можем наблюдать „максимально тусклую для Мессьевских телескопов звезду" на расстоянии в 10 раз больше, чем он тогда.

Если считать, что Шарль Мессье рассмотрел „всё небо" в южном и северном полушарии, то, выходит, он рассмотрел сферу с площадью $4\pi r^2$. Нынешние телескопы „смотрят" в 10 раз дальше, то есть площадь $4\pi\cdot100r^2$. В 100 раз больше. Также, пренебрегая „нечистыми" распределениями галактик и считая, что галактики „размещены" равномерно, мы получаем, что в современные оптические телескопы принципиально возможно наблюдать отдельные звезды в $28\cdot100\approx3000$ галактиках.

Ответ: ≈2800 галактик.

СпБ - 3

3. Vanguard-1 является ИСЗ, значит, вращается вокруг Зем
Альбедо равен единице, следовательно алюминий отражает
всё падающее на него излучение. Спутник был запущен 1
марта, за 4 дня до дня весеннего равноденствия (когда Солнце

Найдем массу ИСЗ:

$m = \rho_А \cdot V = \rho_А \cdot 4/3 \cdot \pi \cdot R^3 = 2700 \cdot 4/3 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}08^3 = 5{,}8$ кг.

Найдем большую полуось орбиты ИСЗ через обобщенный Ньюто
ном III закон Кеплера:

$$\frac{T_Л^2 (M_З + M_Л)}{T_{ИСЗ}^2 (M_З + M_{ИСЗ})} = \frac{a_Л^3}{a_{ИСЗ}^3}.$$

Пренебрегая массами спутника Vanguard и Луны, по
чаем III з-н Кеплера:

$$\frac{T_Л^2}{T_{ИСЗ}^2} = \frac{a_Л^3}{a_{ИСЗ}^3}.$$ Откуда $a_{ИСЗ} \approx 8700$ км.

Зная $a_{ИСЗ}$ и e, можем найти расстояние в апогее и
перигее:

$Q = a(1+e) \approx 10300$ км Q - ~~перигей~~ апогей, км.

$q = a(1-e) \approx 7100$ км q - перигей, км.

Угол наклона орбиты к экватору $i = 34{,}^\circ 2$.

Широта С.-Пб-урга $\varphi \approx 66^\circ$.

QQ' - экватор.

В перигее высота спутника будет составлять ≈730 км. В апогее ≈4000 км. Спутник на высоте 730 км на дится в атмосфере Земли, которая составляет около 800 км. Спутник же на высоте 4000 км движется в верхних слоях экзосферы, практически в межпланетном пространстве и, вследствие поглощения отраженного от спутника света частицами, пылью и прочими массами, учитывая преломление приходим к выводу, что спутник в Санкт-Петербурге (зенитное расстояние 60°, поглощение в $1/\cos z = 2$ раза больше, чем в зените) в перигее наблюдать проще, нежели в апогее.

$h_{max} = \varphi - i \approx 30°$, $z = 90° - h \approx 60°$, $M = 1/\cos z = 2$. Высокое поглощение света. Спутник летает на высоте 30° и, несмотря на альбедо, большая часть отраженного света будет поглощаться.

Ответ: в перигее.

Спб-3

4. Абсолютно черное тело – тело, поглощающее всё падающее на него излучение. Причем АЧТ само испускает волны разных частот. Общую энергию излучения АЧТ можно найти по закону Стефана-Больцмана: $E = \sigma T^4$. А энергию одной фотона: по формуле $E_ф = h\nu = hc/\lambda$.

Количество фотонов можно оценить, разделив общую энергию излучения на энергию одного фотона:

$$N = \frac{E}{E_ф} = \frac{\sigma T^4}{\frac{hc}{\lambda}} = \frac{\sigma T^4 \lambda}{hc}$$

Дальше, применив закон Вина ($\lambda = 0{,}0029/T$) получим:

$N = \frac{\sigma T^3 \cdot 0{,}0029}{hc}$ Еще, мы знаем, что $n \approx 20T^3$, поэтому

$$N = \frac{0{,}0029 \cdot \sigma \cdot n}{20hc}$$, n – концентрация фотонов $\left(n = \frac{N}{V}\right)$, $см^{-3}$

Интересно, однако под определение АЧТ подходит и Солнце. Тогда, концентрация равна $n \approx 20 \cdot 6000^3$ $см^{-3}$.

Если возьмем Солнечную Систему как зону непосредственно рядом с Солнцем, то сможем найти очень неточное, но, значение количества фотонов в Солнечной системе. Объем Солнечной системы возьмем как объем цилиндра с радиусом основания в 30 а.е. и высотой в диаметр Солнца (все планеты движутся в плоскости эклиптики и по размерам не превышают Солнце).

$N = n \cdot V = n \cdot \pi R^2 \cdot h = 20 \cdot 6000^3 \cdot 900\pi \cdot 0{,}01$ (диаметр Солнца в а.е)

$N \approx 1{,}22 \cdot 10^{14}$ фотонов.

Теперь найдем приблизительное количество фотонов во

Сиб-3

всей галактике. Чтобы найти приблизительный объем галактики, мы возьмем только диск, пренебрегая балджем. Объем диска будет в форме цилиндра с основанием с радиусом в 50000 св. лет. и высотой в 3000 св. лет.

$V_g = \pi \cdot (50000 \cdot 63240)^2 \cdot 3000 \cdot 63240 \approx 6 \cdot 10^{27}$ а.е.^{3}

Объем Солнечной системы (6 а.е) равен 28,27 а.е.^{3}

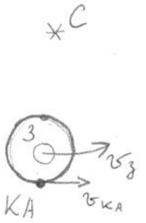
Если мы предположим, что галактика состоит из множества Солнечных систем, то в галактике $2,1 \cdot 10^{26}$ Солнечных систем. И в каждой из них по $1,22 \cdot 10^{14}$ фотонов. Выходит, что в галактике $\approx 3 \cdot 10^{40}$ фотонов.

Ответ: $3 \cdot 10^{40}$ фотонов.

5. Чтобы КА смог покинуть Солнечную систему ему нужно приобрести вторую космическую скорость для Солнца. На расстоянии 1 а.е. вторая космическая скорость для Солнца равна:

$$v_{II} = \sqrt{2gR} = \sqrt{\frac{2GM_C}{R}} = \sqrt{\frac{2\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 2\cdot 10^{30}}{149{,}6\cdot 10^{9}}} = 42200 \text{ м/с} \simeq 42{,}2 \text{ км/с}.$$

Следовательно, скорость КА должна быть $v_{KA} \geq v_{II}$.



Космический аппарат находится на геостационарной орбите в зоне тяготения Земли. Следовательно, КА вращается вокруг Земли с некой скоростью и еще Земля несет его с собой вокруг Солнца с орбитальной скоростью 29,8 км/с.

Так как КА в зоне тяготения Земли, его скорость можно выразить из равенства сил. КА движется с центростремительным ускорением в поле тяготения Земли, поэтому:

$$\frac{G\cdot M_З\cdot m_{ИСЗ}}{(R+h)^2} = \frac{m_{ИСЗ}\cdot 4\pi^2 R}{T^2} \qquad \boxed{F = ma = \frac{mv^2}{R} = \omega^2 R\cdot m = \frac{m\cdot 4\pi^2 R}{T^2}}$$

Сократим $m_{ИСЗ}$ и обозначим $(R+h)$ как R'

$$\frac{GM_З}{R^2} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}. \quad \text{Отсюда, } R = \sqrt[3]{\frac{GM_З T^2}{4\pi^2}}$$

И, найдем круговую скорость КА:

$$v_{кр} = \frac{2\pi\sqrt[3]{\frac{GM_З T^2}{4\pi^2}}}{T} = \sqrt[3]{\frac{2\pi GM_З}{T}} \approx 3100 \text{ м/с} \approx 3{,}1 \text{ км/с}.$$

Но кроме этих двух „гравитационных" скоростей есть ещё одна, возникающая в ходе сгорания топлива.

Сиб-3

Скорость, возникающую в ходе работы двигателей можно посчитать с помощью уравнения Циолковского:

$v = I \cdot \ln(M_1/M_2) = 4500 \cdot \ln(7,4/1) \approx 4500 \cdot 2 \approx 9000$ м/с

Итак, сумма всех скоростей КА составляет:

- орбитальная скорость Земли
- круговая скорость обращения вокруг Земли
- скорость, полученная в ходе работы двигателей

$v_{общ} = v_з + v_{кр} + v = 29,8 + 3,1 + 9 \approx 42$ км/с.

$v_{общ} < v_{II}$, поэтому КА не покинет Солнечную систему.

(Хотя, вследствие взаимодействий с другими планетами и гравитационных маневров, возможно набрать v_{II} и удастся).

Ответ: нет, хотя вследствие гравитационных маневров (с Юпитером, например), может и удастся.