

1. Астероид вращается неравномерно из-за эффекта, обнаруженного в его названии (YORP - эффект). Он действует в том, что астероид вращается неравномерно.

СИБ-3

Сторона астероида, продолжительное время находящаяся в зоне действия излучения Солнца, нагревается сильнее, чем противоположная сторона. В результате, тепловое излучение ("дневной") стороны сильнее чем тепловое излучение "вечерней" стороны. Создается момент (угловое ускорение) и из-за этого астероид вращается неравномерно.

При равномерном вращении астероида за равные промежутки времени астероид обвращается на равные углы (на равных угловых величинах).

По графику видно, что с каждой второй поправкой к формуле угол увеличивается, значит происходит уменьшение эффекта.

При равномерном вращении:

$$\varphi_p = \omega t$$

ω - угловая вращательная скорость, $^\circ/\text{с}$
 t - время вращения, с

φ_p - угол, на который повернется астероид со скоростью ω за время t

При неравномерном вращении:

$$\varphi_n = \omega t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

ω - угловая вращательная скорость, $^\circ/\text{с}$
 t - время вращения, с
 ε - угловое ускорение, $^\circ/\text{с}^2$

φ_n - угол, на который повернется астероид со скоростью ω с ускорением ε за время t .

Поправка к фазовому углу это есть разность неравномерного и равномерного движений: СИБ-3

$\Delta\varphi = \varphi_n - \varphi_p$, $\Delta\varphi$ - поправка к фазовому углу

$$\Delta\varphi = \omega t + \frac{\varepsilon t^2}{2} - \omega t = \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

$$\Delta\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

Найдем ускорение ε , где это из графика возьмем значение $\Delta\varphi$ и t :

1) $\Delta\varphi$ в 2002 году составила $\approx 15^\circ$

t между 2001 и 2002 годом = 1 год

$$\Delta\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2} \Rightarrow \varepsilon = \frac{2\Delta\varphi}{t^2} = \frac{30^\circ}{1^2 \text{ год}^2} = 30^\circ/\text{год}^2$$

2) $\Delta\varphi$ в 2003 году составила $\approx 60^\circ$

t между 2001 и 2003 годом = 2 года

$$\varepsilon = \frac{2\Delta\varphi}{t^2} = \frac{120}{2^2} = 30^\circ/\text{год}^2$$

3) $\Delta\varphi$ в 2004 году составила $\approx 135^\circ$

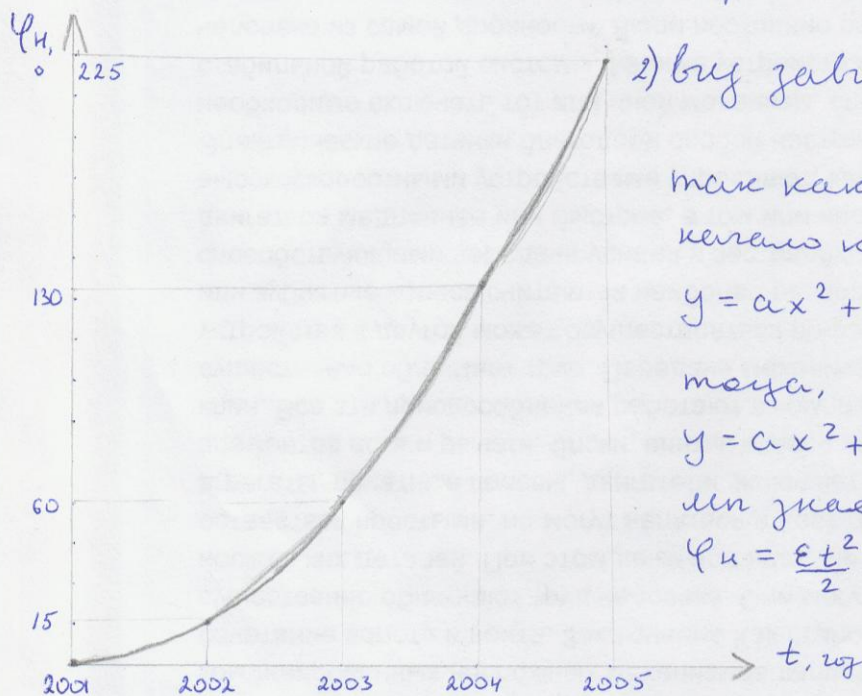
t между 2001 и 2004 годом = 3 года

$$\varepsilon = \frac{2\Delta\varphi}{t^2} = \frac{270}{3^2} \approx 29^\circ/\text{год}^2$$

Итак, исходя из трех случаев, искомое ускорение равно $30^\circ/\text{год}^2$.

Графиком зависимости пройденного угла от времени для равномерного вращения является прямая. А графиком зависимости поправки к равному углу от времени является парабола.

Так как неравномерное вращение это есть результат сложения равномерного движения и поправки к равному углу, выходит, что графиком неравномерного движения является парабола.



2) вид зависимости - парабола (полупарабола)

так как она проходит через начало координат, то:

$$y = ax^2 + bx + c, \quad c = 0.$$

тогда,

$$y = ax^2 + bx.$$

или знаем, что

$$\varphi_n = \frac{\varepsilon t^2}{2} + \omega t.$$

Высходит, что: $\varphi_n = \underbrace{\left(\frac{\varepsilon t^2}{2}\right)}_a + \underbrace{(\omega t)}_b$

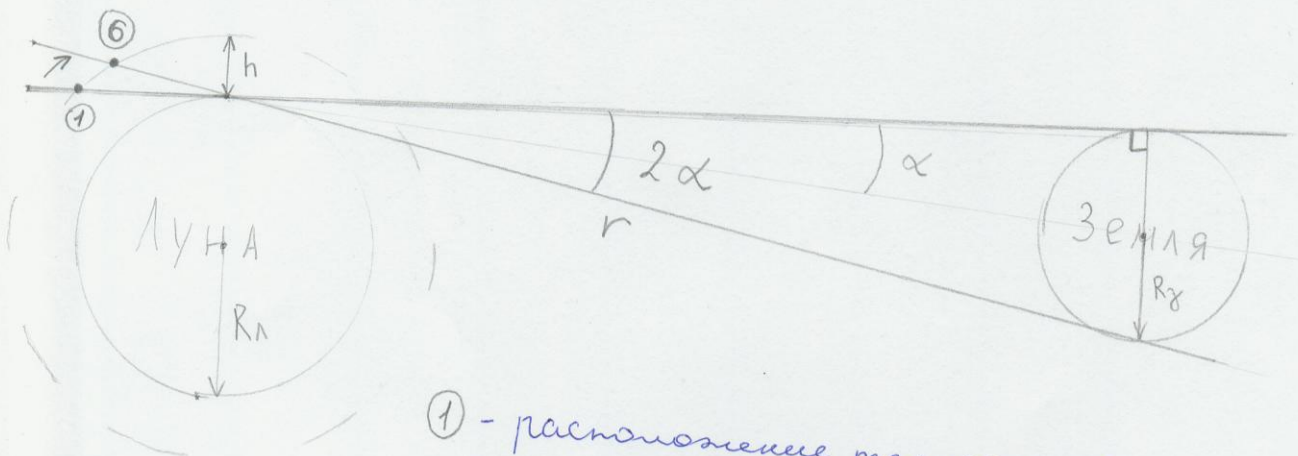
То есть параметр $a = \frac{\varepsilon}{2}$, а параметр $b = \omega$.

3) Т.к. $\varepsilon = 30^\circ/\text{с}^2$, следовательно $a = 15^\circ/\text{с}^2$; $b = \omega$
(угловая скорость вращения)

СИБ-3

2. На спутниках (с вершины по южной) выделены две точки восточной Земли. В это время космический аппарат находится в движении. Так как интервал времени между снимками равен высоте спутника, значит, это разность во времени между вершиной (первой) и южной (второй) снимками равен 40 секундам.

Изобразите взаимное расположение тел на первой и последней (второй) снимке:



① - расположение тел на первом снимке (вершинный край Земли на горизонте)

⑥ - расположение тел на втором снимке (южный край Земли над горизонтом).

Так как КА движется по круговой орбите, у него есть центростремительное ускорение $a_{ц}$. Запишем второй закон Ньютона:

$$\vec{F} = m_{КА} \vec{a}_{ц}, \text{ где } \vec{a}_{ц} = \frac{v_{КА}^2}{R_Л + h}$$

$m_{КА}$ и $v_{КА}$ - масса и скорость КА (косм. аппарата) соответственно.

$R_Л$ - радиус Луны h - высота КА над поверхностью Луны
 $a_{ц}$ - центростремительное ускорение.

КА движется на небесной сфере над поверхностью Луны, значит, движется в поле ее тяготения:

$$\vec{F}_T = \frac{G M_{\text{Л}} m_{\text{КА}}}{(R_{\text{Л}} + h)^2}$$

Потенциально энергия движущегося по круговой траектории спутника Ньютона:

$$\frac{G M_{\text{Л}} m_{\text{КА}}}{(R_{\text{Л}} + h)^2} = \frac{m_{\text{КА}} v_{\text{КА}}^2}{R_{\text{Л}} + h}; \quad v_{\text{КА}} = \sqrt{\frac{G M_{\text{Л}}}{R_{\text{Л}} + h}}$$

первая космическая скорость Луны

Круговая скорость КА равна:

$$v_{\text{кр}} = \omega R = \frac{2\pi(R_{\text{Л}} + h)}{T_{\text{КА}}}, \quad T_{\text{КА}} - \text{период обращения КА вокруг Луны.}$$

Приравняем эти две скорости:

$$\frac{2\pi(R_{\text{Л}} + h)}{T_{\text{КА}}} = \sqrt{\frac{G M_{\text{Л}}}{R_{\text{Л}} + h}} \Leftrightarrow \frac{4\pi^2(R_{\text{Л}} + h)^2}{T_{\text{КА}}^2} = \frac{G M_{\text{Л}}}{R_{\text{Л}} + h}$$

$$(R_{\text{Л}} + h)^3 = \frac{G M_{\text{Л}} T_{\text{КА}}^2}{4\pi^2} \Rightarrow R_{\text{Л}} + h = \sqrt[3]{\frac{G M_{\text{Л}} T_{\text{КА}}^2}{4\pi^2}}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{G M_{\text{Л}} T_{\text{КА}}^2}{4\pi^2}} - R_{\text{Л}}$$

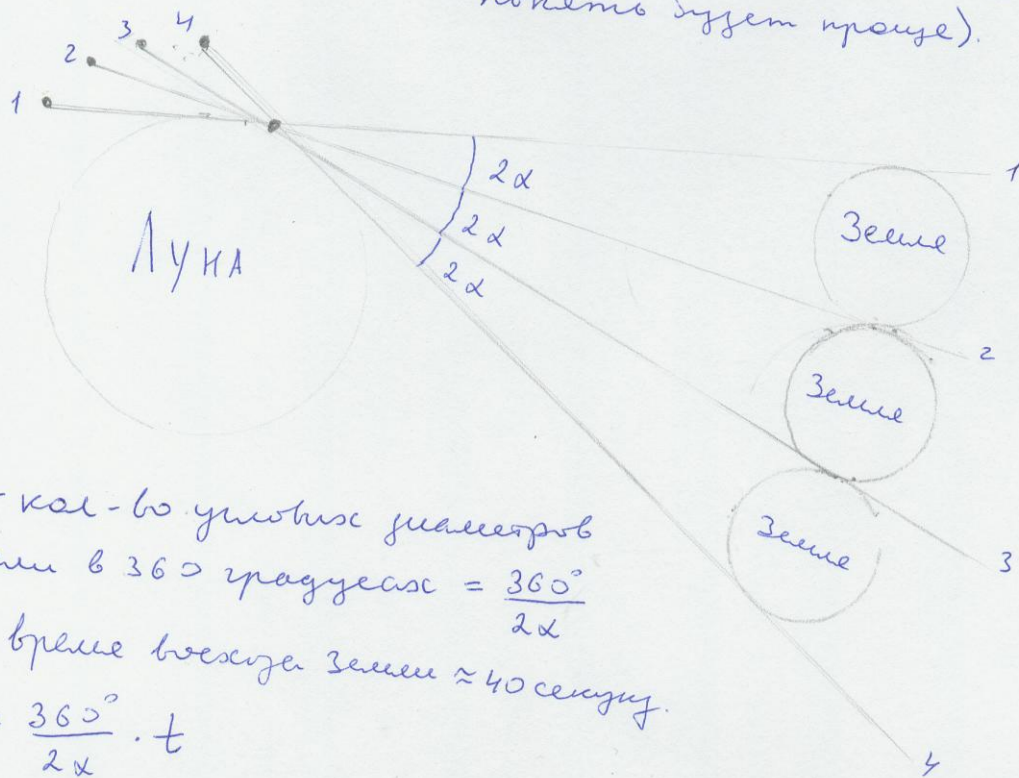
Потенциально энергия $M_{\text{Л}} = \frac{M_{\text{З}}}{81}$ и $R_{\text{Л}} = \frac{R_{\text{З}}}{4}$ найдем:

$$h = \sqrt[3]{\frac{G M_{\text{З}} T_{\text{КА}}^2}{4\pi^2 \cdot 81}} - \frac{R_{\text{З}}}{4} \quad (1)$$

Теперь найдем $T_{КА}$ (орбитальный период КА).

На первой схеме как треуготом была верхняя граница Земли, а на шестой фотографии Земли полностью пошла как треуготом. Значит, Земле возмещает как треуготом за 40 секунд.

Далее, КА, делая один оборот вокруг Луны, будет все количество градусов, а это $2\pi = 360^\circ$. И за этот один оборот Земли возмещает все один раз. Если мы узнаем чему равен угловой диаметр Земли, то сможем узнать сколько угловых диаметров Земли помещается в 360° , а затем умножить это количество на 40 секунд. Таким образом мы найдем период. (Объяснение становится, но с помощью рисунка понятие будет проще).



N - кол-во угловых диаметров Земли в 360° градусах $= \frac{360^\circ}{2\alpha}$

t - время возмещения Земли ≈ 40 секунд.

$$T_{КА} = \frac{360^\circ}{2\alpha} \cdot t$$

СИБ-3

А угловой диаметр Земли можно найти из первого рисунка:

$$\sin 2\alpha = \frac{2R_z}{r} = \frac{D_z}{r}, \quad D_z - \text{линейный диаметр Земли}$$

$$2\alpha = \arcsin \frac{D_z}{r} \quad r - \text{расстояние от Земли до Луны.}$$

Теперь, подставив все в выражение (1) получим:

$$h = \sqrt[3]{\frac{360^2 \cdot t^2 \cdot G \cdot M_z}{81 \cdot 4\pi^2 \cdot \arcsin^2 \frac{D_z}{r}}} - \frac{R_z}{4}$$

G - гравитационная постоянная, $6,67 \cdot 10^{-11}$

t - 40 секунд

M_z - масса Земли

R_z - радиус Земли

D_z - диаметр (линейный) Земли

r - расстояние ~~от~~ от Земли до Луны

$$\pi \approx 3,14$$